Fundamentos de Mecânica – 4300151

Estudo dirigido 7
(Cinemática do movimento circular)

Primeiro semestre de 2013

Leituras indicadas para casa

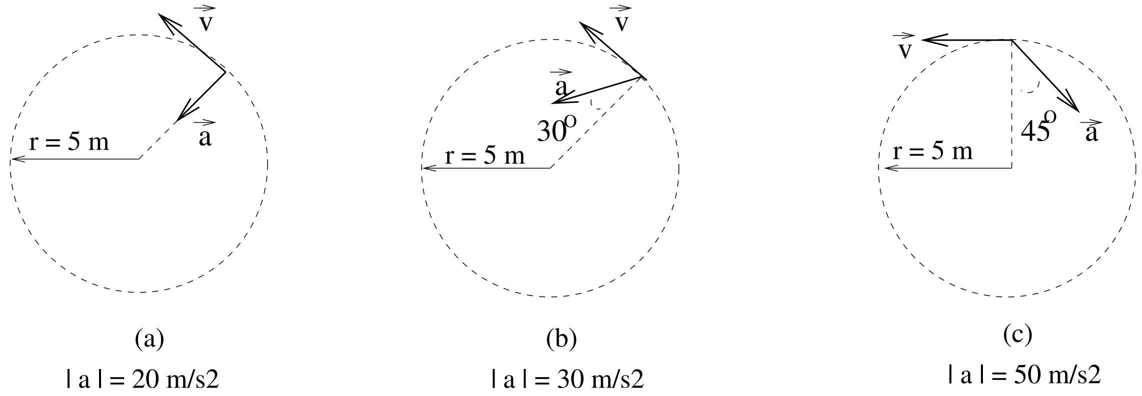
1. Capítulo 3 do livro-texto (Moysés), partes 3.7 e 3.8.
2. Capítulo 4 do livro "Introdução elementar às técnicas do cálculo diferencial e integral", partes 4.3, 4.4 e 4.5.
   O livro está disponível para download gratuito no sítio da disciplina no Moodle do Stoa.

Exercícios

1. Calcule a derivada, com relação ao tempo, para as funções abaixo. Quando necessário, empregue a *regra da cadeia*.
   (a) $\theta(t) = A\cos(\omega t)$
   (b) $\theta(t) = A\cos^2(\omega t)$
   (c) $\theta(t) = A\cos(\omega t^2)$.
2. Uma roda, partindo do repouso, é acelerada de tal forma que sua velocidade angular aumenta uniformemente para 180 rpm em 3 min. Depois de girar com essa velocidade por algum tempo, a roda é freada com desaceleração angular uniforme, levando 4 min para parar. O número total de rotações é 1.080. Quanto tempo, ao todo, a roda ficou girando?
3. Na figura abaixo, podemos observar o movimento de três partículas, com foco em um certo instante t. Todas elas deslocam-se no sentido anti-horário, percorrendo uma circunferência de raio $R = 5\,\text{m}$, com velocidades que obviamente mudam de direção e podem não ser constantes também em módulo. Além dos vetores velocidade, também os vetores aceleração (com respectivos módulos), nesse instante t, estão assinalados. Para cada uma das partículas, nesse instante, determine:
   (a) os valores de v (velocidade escalar ou módulo da velocidade);
   (b) $dv/dt = a_t$ (módulo da aceleração tangencial);
   (c) a componente radial ou centrípeta da aceleração;
   (d) α (aceleração angular).
4. Um corpo inicialmente em repouso é acelerado em uma trajetória circular de raio R, segundo a equação

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}(t) = \alpha(t) = at^3 + bt^2.$$

   Determine:
   (a) a velocidade angular $\omega(t)$ e a posição angular $\theta(t)$ como função do tempo;
   (b) o vetor velocidade $\vec{v}(t)$ como função do tempo;
   (c) as componentes centrípeta e tangencial da aceleração, como funções do tempo.
   (d) Escreva o vetor aceleração em coordenadas polares, com o auxílio dos versores $\widehat{r}$ e $\widehat{\theta}$.

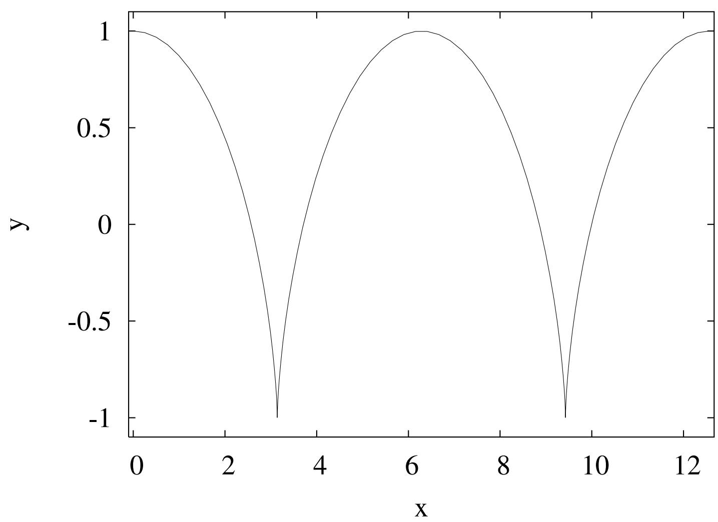


Desafio

1. Uma partícula movimenta-se em um plano de acordo com as equações

$$\begin{aligned} x(t) &= R\,\text{sen}(\omega t) + \omega R t, \\ y(t) &= R\cos(\omega t), \end{aligned}$$

sendo ω e R constantes. Essa curva, chamada ciclóide, é a trajetória descrita por um ponto situado na borda de uma roda que rola sem deslizar ao longo do eixo x, e seu esboço pode ser visto na figura abaixo.



(a) Encontre os valores de t para os quais $y(t)$ assume valores máximos ou mínimos.

(b) Calcule os vetores velocidade e aceleração instantâneas quando a partícula está nas posições correspondentes aos valores máximos e mínimos de y. Os resultados de suas contas são razoáveis?