Fundamentos de Mecânica – 4300151

Estudo dirigido 3
(Movimento em uma dimensão)

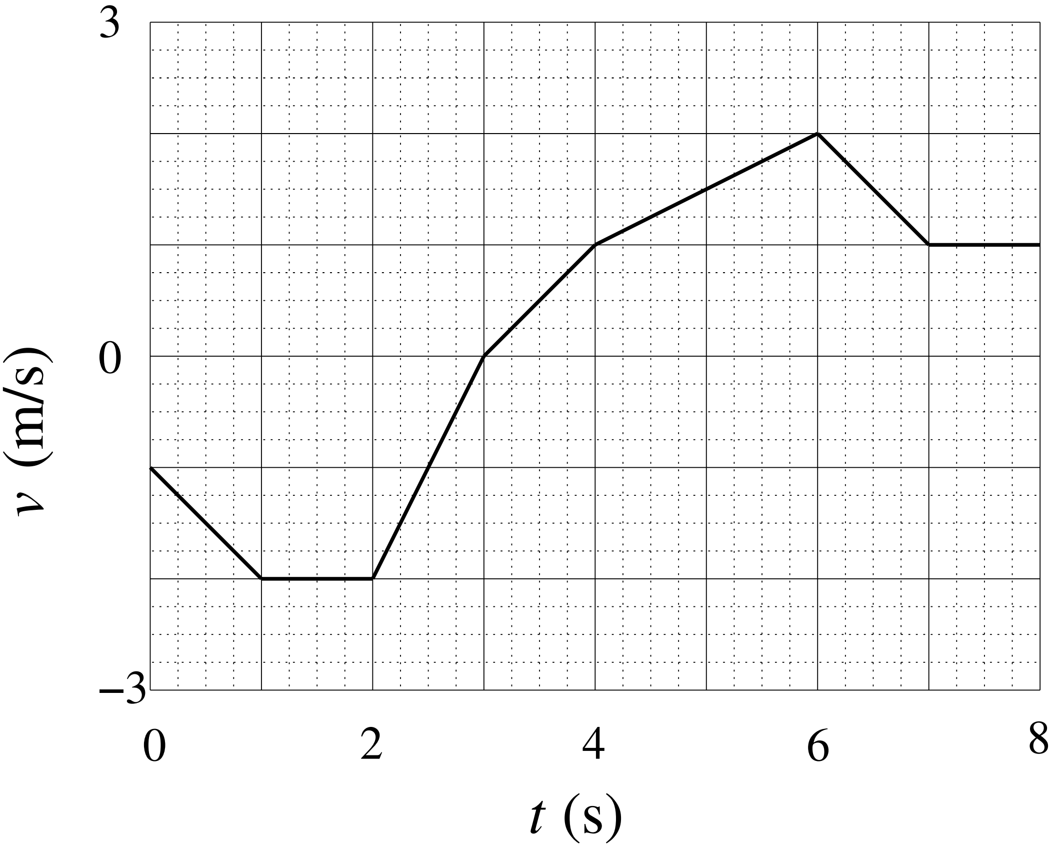
Primeiro semestre de 2013

1. Um elevador sobe com uma aceleração para cima de $1,2\,\mathrm{m/s^2}$. No instante em que sua velocidade é $2,4\,\mathrm{m/s}$, um parafuso solto cai do teto do elevador, que está a $2,7\,\mathrm{m}$ do seu piso. Calcule:

   (a) o tempo que o parafuso gasta para atingir o piso;

   (b) o seu deslocamento em relação ao poço do elevador.

2. O gráfico abaixo representa a velocidade como função do tempo para um ponto material num movimento retilíneo.

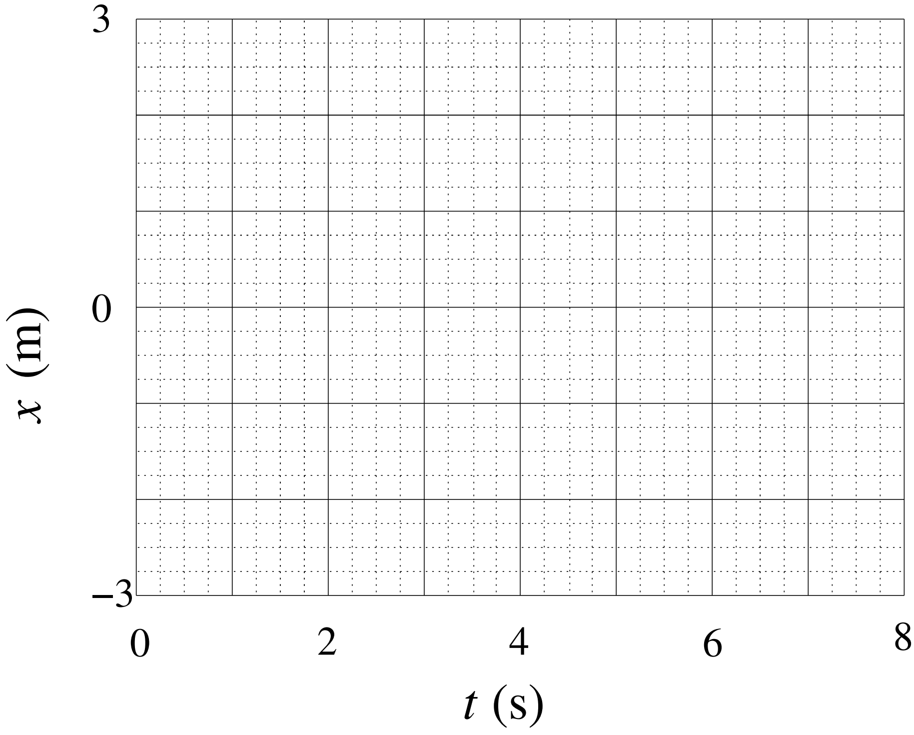


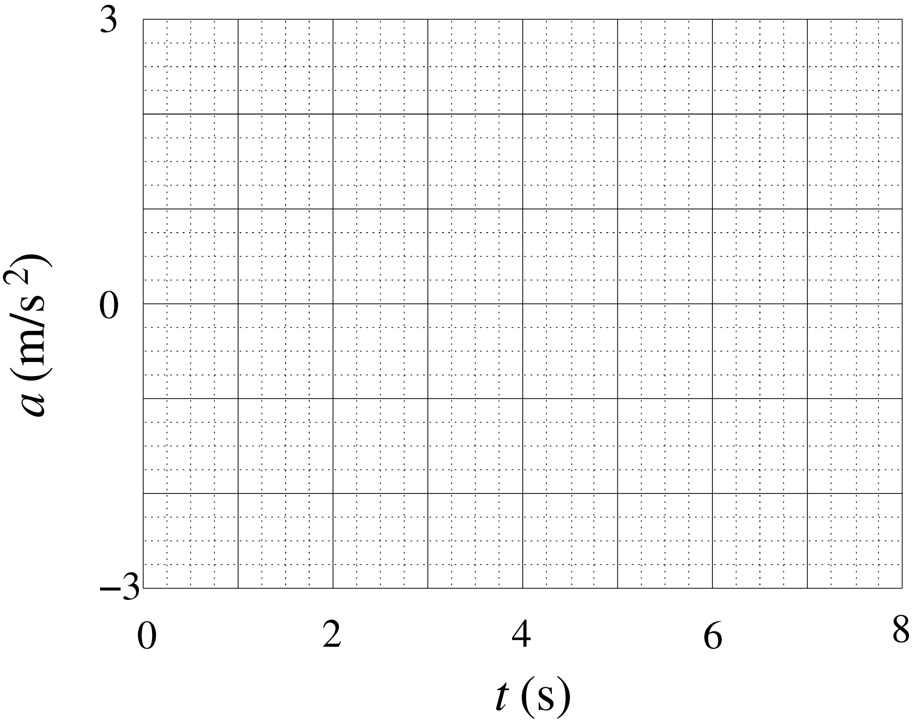
Sabendo que no instante $t = 0$ a posição do corpo é $1,5\,\mathrm{m}$:

   (a) construa o gráfico da coordenada $x(t)$ como função de t (sugestão: determine as coordenadas x em intervalos de $0,25\,\mathrm{s}$);

   (b) construa o gráfico da aceleração $a(t)$ como função do tempo;

   (c) determine a velocidade média e a aceleração média entre os instantes $t = 2\,\mathrm{s}$ e $t = 7\,\mathrm{s}$.


3
0
−3
x (m)
0
2
4
6
8
t (s)


3
0
−3
a (m/s²)
0
2
4
6
8
t (s)

3. A velocidade de um corpo varia segundo a equação

$$v(t) = a + bt^4.$$

As constantes a e b valem respectivamente $6,0$ e $2,0$ quando as distâncias são medidas em metros e o tempo em segundos. Sabe-se que o corpo estava na origem do sistema de coordenadas quando $t = 0$.

   (a) Em que unidades são medidas as grandezas a e b?
   (b) Qual é a expressão para a aceleração $a(t)$?
   (c) Qual é a aceleração do corpo em $t = 0$? E em $t = 1,0\,\mathrm{s}$?
   (d) Qual é a expressão para a posição $x(t)$?
   (e) Qual é o seu deslocamento no intervalo de tempo entre $t = 2,0\,\mathrm{s}$ e $t = 4,0\,\mathrm{s}$?

4. Você viu em aula que, para um corpo que se move com aceleração constante, as equações que descrevem o movimento são

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{e} \qquad v(t) = \frac{d}{dt}x(t) = v_0 + at.$$

Esse movimento é às vezes chamdo de *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado – MRUV*. A posição e a velocidade, embora obedeçam equações diferentes, não são independentes, pois estão interligadas pelo tempo t. Podemos então obter uma relação direta entre a posição x e a velocidade v, eliminando o tempo das duas equações acima:

$$v = v_0 + at \qquad \Longrightarrow \qquad t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Substituindo na equação horária da posição, temos

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 \\ &= x_0 + \frac{v_0 v}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}a\frac{(v^2 + v_0^2 - 2v_0 v)}{a^2} \\ &= x_0 + \frac{v_0 v}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} + \frac{v_0^2}{2a} - \frac{v_0 v}{a} \\ &= x_0 + \frac{v^2}{2a} - \frac{v_0^2}{2a}, \end{aligned}$$

de onde concluímos que

$$v^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right).$$

   (a) Refaça os cálculos acima sozinho. Isole o tempo na equação da velocidade e substitua na equação horária; abra os parênteses e simplifique o que for possível.
   (b) Você reconhece essa equação?
   (c) Elimine o tempo e obtenha uma relação entre v e x para um movimento descrito pelas equações

$$x = x_0 + \alpha t^3 \qquad \text{e} \qquad v = 3\alpha t^2, \qquad t \geq 0.$$

   A famosa *equação de Torricelli* **é válida apenas se o movimento for uniformemente variado**. Preste atenção nisso!