Reconhecimento de cônicas

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

$$* \begin{cases} 2ah + bk + d = 0 \\ bh + 2ck + e = 0 \end{cases}$$

I) a) Translação: O sistema * tem solução (h, k).

A cônica depois da translação: $au^2 + buv + cv^2 + f' = 0$

$$f' = ah^2 + bhk + ck^2 + dh + ek + f$$

b) Rotação – autovalor λ

$$\det\begin{pmatrix} a-\lambda & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - (a+c)\lambda + ac - \frac{b^2}{4} = 0 \to Raízes: \lambda_1 \; e \; \lambda_2$$

A cônica fica:

$$\lambda_1 t^2 + \lambda_2 w^2 + f' = 0$$

II) a) O sistema * não tem solução.

b) $\det\begin{pmatrix} a-\lambda & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c-\lambda \end{pmatrix} = 0 \to \; \lambda_1 \; e \; \lambda_2 \; raízes$

Achar os autovetores e depois substituir nos sistemas:

$$\lambda_1 \to \begin{cases} (a-\lambda_1)x + \frac{b}{2}y = 0 \\ \frac{b}{2}x + (c-\lambda_1)y = 0 \end{cases} (Esse\ sistema\ sempre\ tem\ infinitas\ soluções)$$

$$\overrightarrow{v_1} = (x_1, y_1): \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)} = 1$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} (a-\lambda_2)x + \frac{by}{2} = 0 \\ \frac{bx}{2} + (c-\lambda_2)y = 0 \end{cases} \to \overrightarrow{v_2} = (x_2, y_2): \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = 1$$

A cônica fica:

$$\lambda_1 t^2 + \lambda_2 w^2 + (dx_1 + ey_1)t + (dx_2 + ey_2)w + f = 0$$

Sendo

$$(dx_1 + ey_1)t + (dx_2 + ey_2)w = \begin{pmatrix} d & e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ w \end{pmatrix}$$