

Exercício 6. Prove que se o conjunto de vetores $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I., então $(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}, \vec{u} - \vec{v}, 3\vec{w})$ também é L.I.

Precisamos mostrar que se $a(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) + b(\vec{u} - \vec{v}) + c(3\vec{w}) = \vec{0}$ então $a = b = c = 0$.

Colocando os vetores em evidência obtemos $(a + b)\vec{u} + (a - b)\vec{v} + (a + 3c)\vec{w} = \vec{0}$.

Como $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I., então os coeficientes da última equação devem ser todos nulos.
Assim temos seguinte sistema de 3 equações e 3 variáveis:

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 0 \\ a + 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = c = 0.$$

Exercício 6. Prove que se o conjunto de vetores $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I., então $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{w}, \vec{v} + \vec{w})$ também é L.I.

Precisamos mostrar que se $a(\vec{u} + \vec{v}) + b(\vec{u} - \vec{w}) + c(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{0}$ então $a = b = c = 0$.

Colocando os vetores em evidência obtemos $(a + b)\vec{u} + (a + c)\vec{v} + (-b + c)\vec{w} = \vec{0}$

Como $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é L.I., então os coeficientes da última equação devem ser todos nulos.
Assim temos seguinte sistema de 3 equações e 3 variáveis:

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a - c = 0 \\ -b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = c = 0.$$

