SMA0300 Geometria Analítica
Aula 4

30/03/2023, quinta-feira

Miriam Manoel

Na aula de hoje:

L.D. e L.I. - continuação

Base de V^3

Atividade Avaliativa 1

Dependência linear – definição algébrica

Diferentemente da definição geométrica, a definição algébrica de dependência linear entre vetores pode ser apresentada de uma só vez para um número qualquer de vetores:

- Os vetores $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \ldots, \vec{v_n}$ [illegible] são chamados **linearmente dependentes** (ou L.D.) se existem escalares **não todos nulos** $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ de forma que

$$\alpha_1\vec{v_1} + \alpha_2\vec{v_2} + \ldots + \alpha_n\vec{v_n} \;=\; \vec{0}.$$

- Se a equação vetorial acima se verifica **somente** para os escalares todos nulos, ou seja, para

$$\alpha_1 \;=\; \alpha_2 \;=\; \ldots = \alpha_n \;=\; 0,$$

então $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \ldots, \vec{v_n}$ de V^3 são chamados **linearmente independentes** (ou L.I.).

Coleção com 4 ou mais vetores

Em geometria analítica, 4 ou mais vetores são sempre Linearmente Dependentes (L.D.)

Exercício 1:

Para $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vetores não nulos, os 3 vetores abaixo são L.I. ou L.D.? Justifique de duas maneiras: algebricamente e geometricamente.

$$\vec{u}, \quad \vec{v}, \quad \vec{u}+\vec{v}$$

Exercício 2

Verifique:

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ LI $\Longrightarrow$ $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}+\vec{w}$, $\vec{v}+\vec{w}$ são LI.

Exercício 3:

O que se pode dizer sobre uma coleção de vetores que contém o vetor nulo? Podemos dizer que é necessariamente L.D.? ou necessariamente L.I.?

Propriedades da dependência linear:

1. Se uma coleção de vetores contém o vetor nulo, então este conjunto é L.D.

2. Se 3 vetores são L.D, então algum deles é combinação linear dos outros dois.

Entramos aqui numa parte central sobre dependência linear:

<u>Proposição</u> Se $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ são LI em V^3, então qualquer vetor $\vec{x}$ em V^3 é combinação linear de $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Proposição Se $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ são LI em V^3, então qualquer vetor $\vec{x}$ em V^3 é combinação linear única de $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Conclusão

Como a combinação linear na proposição anterior é única, podemos identificar o vetor $\vec{x} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$ com a tripla (α, β, γ) de números reais.

Base de V^3

Definição

Uma tripla ordenada $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ de vetores LI chama-se base de V^3.

Vimos que qualquer vetor $\vec{x}$ em V^3 é combinação linear única de $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, ou seja

$$\vec{x} = x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2 + x_3 \vec{e}_3$$

e os escalares x_1, x_2, x_3 são únicos para cada vetor $\vec{x}$.

Chamamos $(x_1, x_2, x_3)_E \in \mathbb{R}^3$ de coordenadas do vetor $\vec{x}$ na base E. Escrevemos $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)_E$.