Conteúdo

Objetivo

Definir o lugar geométrico chamado quádricas:

- superfícies descritas por uma equação de segundo grau em três variáveis.
- listar o elenco de quádricas

Estudar os lugares geométricos de E^3 chamados: esfera, elipsóide, hiperbolóide, cone e parabolóide:

- aprender suas equações;

- estudar suas propriedades geométricas.

(fixado um sistema de coordenadas)

FIXE EM E^3 UM SISTEMA DE COORDENADAS ORTOGONAL $\Sigma = (O, (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{\kappa}))$.

Q.1 Quádricas

Uma **quádrica** é o lugar geométrico de pontos de E^3 descrito, em relação a um sistema de coordenadas ortogonal, por uma equação de segundo grau em x, y e z:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + j = 0.$$

Um estudo análogo ao que foi feito em cônicas pode ser feito para quádricas, e uma lista completa de todas as quádricas são:

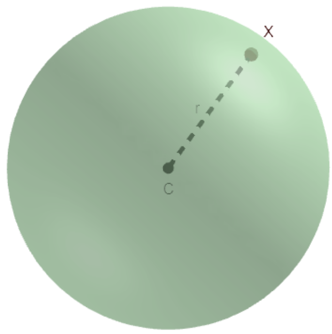
1. superfície esférica;
2. elipsóide;
3. hiperbolóide;
4. parabolóide;
5. quádrica cilíndrica;
6. quádrica cônica;
7. conjunto vazio;
8. conjunto de um único ponto;
9. reta;
10. plano;
11. reunião de dois planos paralelos;
12. reunião de dois planos transversais.

Destacamos os casos particulares: esfera, elipsóide, hiperbolóide e parabolóide.

Q.2 Esfera

Definição Q.2.1. Sejam C um ponto de E^3 e ρ um número real positivo. A **esfera** (ou superfície esférica) S de centro C e raio ρ é o lugar geométrico dos pontos X de E^3 tais que

$$d(X, C) = \rho.$$



- $C = (x_0, y_0, z_0)$
- $X = (x, y, z)$
- $$\boxed{X \in S \iff (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \rho^2}$$

  A equação acima é chamada **equação reduzida** da esfera de centro C e raio ρ.
- $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \rho^2 \iff$

  $$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0, \tag{Q.2.1}$$

  onde

  $$a = -2x_0; \quad b = -2y_0; \quad c = 2z_0; \quad d = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - \rho^2$$

  A equação acima é chamada **equação geral** da esfera de centro C e raio ρ.

Nota.

- Nem toda equação da forma

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R} \qquad \text{(Q.2.2)}$$

é equação de uma esfera. Por exemplo,

$$\emptyset : x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0.$$

- A Eq. (Q.2.2) é equivalente a:

$$\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{c}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}{4}.$$

Proposição Q.2.2. *A equação* (Q.2.2) *descreve:*

- *a esfera de centro* $C = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2})$ *e raio* $\rho = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}$*, se*

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0;$$

- *o ponto* $C = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2})$*, se*

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4d = 0;$$

- *o conjunto vazio* $\emptyset$*, se*

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4d < 0.$$

Exemplo Q.2.3. Ver Exercícios 87 a 89 em Slide de Exercícios.

Proposição Q.2.4. *Existe uma única esfera que contém quatro pontos distintos* P, Q, R *e* S *se, somente se, esses pontos não são coplanares.*

Q.2.1 Posição relativa de reta/plano e esfera

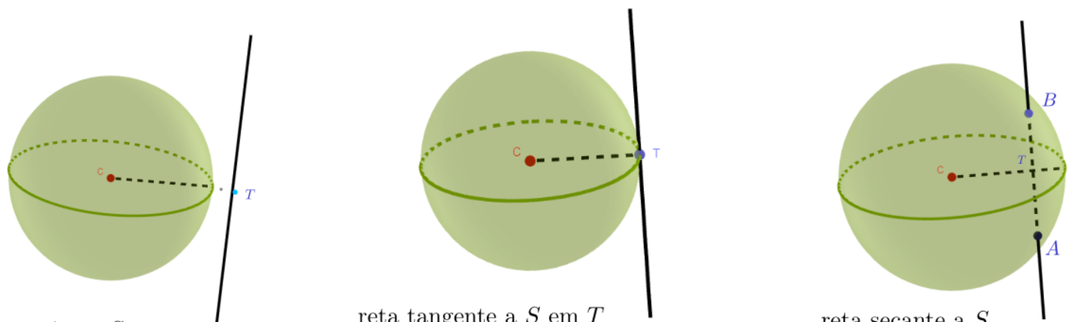
Definição Q.2.5. Seja S uma superfície esférica de centro C e raio ρ. Dizemos que um ponto P é

- **interior a S** se $d(P, C) < \rho$;
- **exterior a S** se $d(P, C) > \rho$.

Um **conjunto de pontos** é **interior** (respec., **exterior**) a S quando todos seus pontos são interiores (respec., exteriores) a S.

Exemplo Q.2.6. Ver Exercício 90 em Slide de Exercícios.

Q.2.1.1 Posição relativa e intersecção de reta e esfera



reta exterior a S $(d(C, r) > \rho,\ r \cap S = \emptyset)$

reta tangente a S em T $(d(C, r) = \rho,\ r \cap S = \{T\})$

reta secante a S $(d(C, r) < \rho,\ r \cap S = \{A, B\})$

- S esfera de centro C e raio ρ
- r uma reta
- a posição relativa de r e S é determinada pela comparação entre ρ e a distância de r a C[1]:

$$d(r, C) := \min\{d(P, C); P \in r\} = d(T, C), \tag{Q.2.3}$$

onde T é a projeção ortogonal de C sobre r.

[1] Ver Definição Pad.3.2

- fixe $\Sigma = (O, (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3))$ sistema de coordenadas ortogonal tal que

$$O = C \quad \text{e} \quad \vec{r} \parallel \vec{e}_3 = (0,0,1)$$

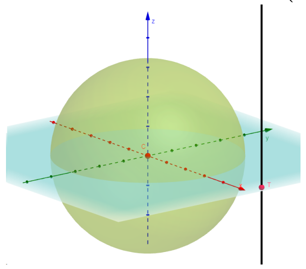
- $S : x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$
- $\boxed{T = (x_0, y_0, 0) \text{ a projeção ortogonal de } C \text{ sobre } r}$
- $r : X = T + \lambda(0,0,1) = (x_0, y_0, \lambda),\ \lambda \in \mathbb{R}$

Quando T é exterior, pertence ou é interior a S?

$$\begin{aligned} X \in r \cap S &\iff X = (x_0, y_0, \lambda) \text{ e } X \in S \\ &\iff x_0^2 + y_0^2 + \lambda^2 = \rho^2 \\ &\iff \lambda^2 = \rho^2 - (x_0^2 + y_0^2) \\ &\iff \boxed{\lambda^2 = \rho^2 - (d(T,C))^2} \end{aligned} \tag{Q.2.4}$$

- $d(T,C) > \rho$:
  - $r \cap S = \emptyset$
  - $$d(P,C) \geq d(r,C) = d(T,C) > \rho;\ \forall P \in r$$

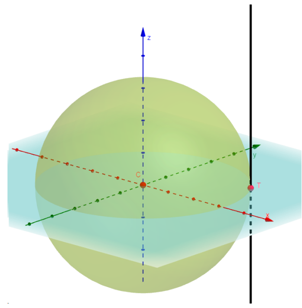
  $\therefore$ todo ponto de r é exterior a S $(r \cap S = \emptyset)$



- $d(T,C) = \rho$:

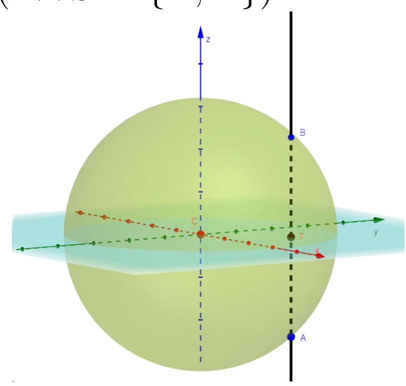
- pela Eq. (Q.2.4) (que tem única solução, $\lambda = 0$):
  existe um único ponto em $r \cap S$: $T = (x_0, y_0, 0)$;
- pela Eq (Q.2.3):
  $d(P, C) > d(T, C) = \rho$, para todo $P \in r, T \neq C$.

$\therefore$ todo ponto de r, exceto T, é exterior a S $(r \cap S = \{T\})$



- $d(T, C) < \rho$:
  - pela Eq. (Q.2.4) (que tem duas soluções $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$):
    - $*$ existem 2 pontos em $r \cap S$: $A = (x_0, y_0, \lambda_2)$ e $B = (x_0, y_0, \lambda_1)$;
    - $*$ $\lambda_1 = -\lambda_2$ e T é o ponto médio de $\overline{AB}$;
    - $*$ $X = (x_0, y_0, \lambda)$, $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$, pontos de r entre A e B: são pontos interiores a S;
    - $*$ $X = (x_0, y_0, \lambda)$, $\lambda < \lambda_1$ ou $\lambda > \lambda_2$, demais pontos de r: são pontos exteriores a S

$\therefore$ os pontos de r entre A e B são interiores e os demais são exteriores a S $(r \cap S = \{A, B\})$

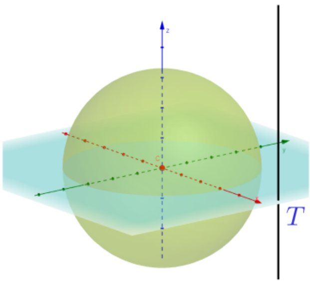


Proposição Q.2.7. *Sejam r uma reta e S uma superfície esférica de centro C e raio ρ.*

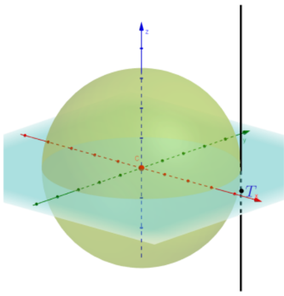
1. *Se $d(r, C) > \rho$, então $r \cap S = \emptyset$ e r é exterior a S;*

2. *Se $d(r, C) = \rho$, então $r \cap S = \{T\}$, onde T é a projeção ortogonal de C sobre r e os demais pontos de r são exteriores a S. Neste caso, r é* **reta tangente** *a S em T;*

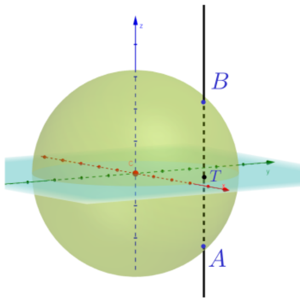
3. *Se $d(r, C) < \rho$, então $r \cap S = \{A, B\}$, onde A e B são distintos e o ponto médio de $\overline{AB}$ é a projeção ortogonal de C sobre r. Todos os pontos do segmento $\overline{AB}$ são interiores a S e todos os demais pontos de r exteriores a $\overline{AB}$ são exteriores a S. Neste caso, r é* **reta secante** *a S.*



reta exterior a S
$(d(C, r) > \rho,\ r \cap S = \emptyset)$

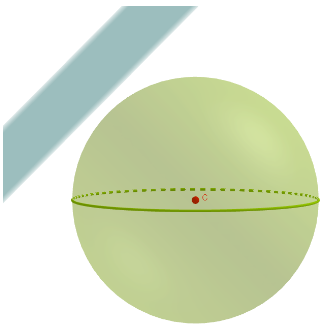


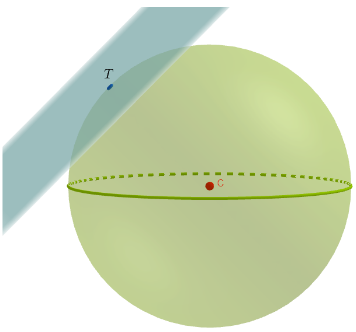
reta tangente a S em T
$(d(C, r) = \rho,\ r \cap S = \{T\})$

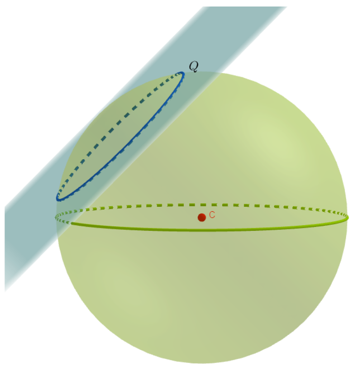


reta secante a S
$(d(C, r) < \rho,\ r \cap S = \{A, B\})$

Q.2.1.2 Posição relativa e intersecção de plano e esfera







- S esfera de centro C e raio ρ
- π um plano

- a posição relativa de π e S é determinada pela comparação entre ρ e a distância de π a C[2]:

$$d(\pi, C) := \min\{d(P, C); P \in \pi\} = d(T, C), \tag{Q.2.5}$$

onde T é a projeção ortogonal de C a π.

- fixe $\Sigma = (O, (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3))$ sistema de coordenadas ortogonal tal que

$$O = C \quad \text{e} \quad \vec{\eta}_\pi \parallel \vec{e}_3 = (0, 0, 1)$$

- $S : x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$
- $\pi : z = m$
- $T = (0, 0, m)$ é a projeção ortogonal de C sobre r
- $d(\pi, C) = |m|$
-

$$\begin{aligned} X \in \pi \cap S &\iff X = (x_0, y_0, m) \text{ e } X \in S \\ &\iff \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + m^2 = \rho^2 \\ z = m \end{cases} \\ &\iff \boxed{\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = \rho^2 - d(\pi, C)^2 \\ z = m \end{cases}} \end{aligned} \tag{Q.2.6}$$

QUANDO T É EXTERIOR, PERTENCE OU É INTERIOR A S?

- $d(\pi, C) > \rho$:
  - $\pi \cap S = \emptyset$

[2] Ver Definição Pad.3.4

- $d(\pi, C) > \rho \iff d(X, C) \geq d(\pi, C) > \rho;\ \forall X \in \pi$

$\therefore$ todo ponto de π é exterior a S $(\pi \cap S = \emptyset)$

- $d(\pi, C) = \rho$:
  - pela Eq. (Q.2.6) (que tem única solução):
    - $*$ existe um único ponto em $\pi \cap S$: $T = (0, 0, m)$;
    - $*$ T é a projeção ortogonal de C em π
  - pela Eq (Q.2.3):
    $d(P, C) > d(T, C) = \rho$, para todo $P \in \pi, T \neq C$.

  $\therefore$ todo ponto de π, exceto T, é exterior a S $(\pi \cap S = \{T\})$

- $d(\pi, C) < \rho$:
  - pela Eq. (Q.2.6) (que tem única solução):
    - $*$ existem infinitos pontos em $\pi \cap S$: $Q = (x, y, m)$; $x^2 + y^2 = \rho^2 - d(\pi, C)^2$;
    - $*$ o centro de Q é a projeção ortogonal T de C em π;
    - $*$ os pontos no interior do círculo Q são interiores a S;
    - $*$ os pontos exteriores ao círculo Q são exteriores a S.

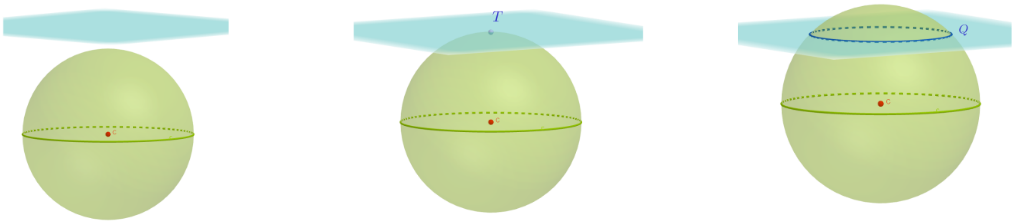
  $\therefore$ os pontos de π interiores ao círculo Q são interiores a S e os demais são exteriores a S $(\pi \cap S = Q)$

Proposição Q.2.8. *Sejam π um plano e S uma superfície esférica de centro C e raio ρ.*

1. *Se $d(\pi, C) > \rho$, então $\pi \cap S = \emptyset$ e π é exterior a S;*

2. *Se $d(\pi, C) = \rho$, então $\pi \cap S = \{T\}$, onde T é a projeção ortogonal de C sobre π e os demais pontos de π são exteriores a S. Neste caso, π é* **plano tangente** *a S em T e $\overline{CT}$ é um vetor normal a π;*

3. *Se $d(\pi, C) > \rho$, então $\pi \cap S$ é um círculo Q de raio $r = \sqrt{\rho^2 - d(\pi, C)^2}$ cujo centro é a projeção ortogonal de C sobre π. Todos os pontos interiores a Q são interiores a S e todos os demais pontos de exteriores a Q são exteriores a S. Neste caso, π é* **plano secante** *a S.*



plano exterior a S
$(d(C,\pi) > \rho,\ \pi \cap S = \emptyset)$

plano tangente a S em T
$(d(C,\pi) = \rho,\ r \cap S = \{T\})$

plano secante a S
$(d(C,\pi) < \rho,\ \pi \cap S = Q,$
Q é um círculo de centro C e raio $r)$

Exemplo Q.2.9. Ver Exercício 91 em Slide de Exercícios.

Q.3 Elipsóide

Uma quádrica Ω é um **elipsóide** se existem números reais positivos a, b, c, pelo menos dois deles distintos, e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual Ω pode ser descrita pela equação:

$$\Omega : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

chamada **equação reduzida** de Ω.

Nota.

1. Se $a = b = c > 0$, então Ω é uma esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio a.
2. A intersecção com os eixos coordenados Ox, Oy e Oz ocorrem respectivamente em $(\pm a, 0, 0)$, $(0, \pm b, 0)$ e $(0, 0 \pm c)$.
3. Ω é **totalmente simétrico em relação ao sistema de coordenadas**: é simétrico em relação aos planos coordenados, eixos coordenados e à origem:

   $P = (x, y, z) \in \Omega \iff P_1 = (-x, y, z), P_2 = (-x, -y, z), P_3 = (-x, -y, -z) \in \Omega.$

Como é um elipsóide?

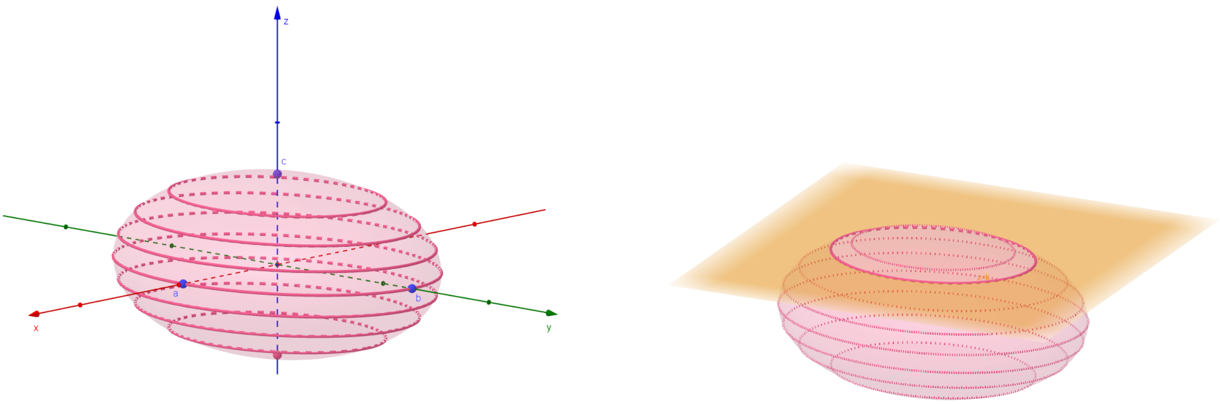
Q.3.0.1 Interseção de elipsóide e planos paralelos aos planos coordenados

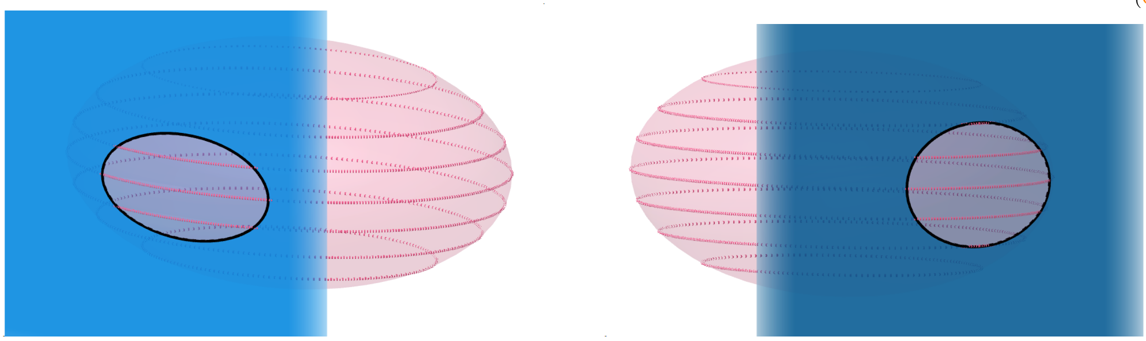
As equações dos planos coordenados são: $z = 0$, $x = 0$ e $y = 0$.

- $\boxed{\pi : z = k}$, $\qquad \pi_1 : x = m, \qquad \pi : y = n$
-

$$X = (x, y, z) \in \pi \cap \Omega \iff \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{k^2}{c^2} = 1 \\ z = k \end{cases} \iff \boxed{\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 - \dfrac{k^2}{c^2} \\ z = k \end{cases}}$$

- $p := 1 - \dfrac{k^2}{c^2}$
- $\pi \cap \Omega$: $\emptyset$, se $p < 0$, isto é, $|k| > c$
- $\pi \cap \Omega$: o ponto $T = (0, 0, k)$, se $p = 0$, isto é, $|k| = c$
- $\pi \cap \Omega$: $\dfrac{x^2}{pa^2} + \dfrac{y^2}{pb^2} = 1$ (elipse[3]), se $p > 0$, isto é, $|k| < c$
  - $\boxed{\text{vértices da elipse no plano } z = k\text{: } (\pm a\sqrt{p}, 0, k) \text{ e } (0, \pm b\sqrt{p}, k)}$





(Geogebra-elipsóide)

[3] Se $a = b$, uma circunferência, no plano $z = k$, de centro $(0, 0, k)$ e raio $a\sqrt{1 - \frac{k^2}{c^2}}$.

Q.4 Hiperbolóide de uma folha

Uma quádrica Ω é um **hiperbolóide de uma folha** se existem números reais positivos a, b, c e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual Ω pode ser descrita pela equação:

$$\Omega : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

chamada **equação reduzida** de Ω.

Nota.

1. Ω é totalmente simétrico em relação ao sistema de coordenadas.
2. A intersecção com os eixos coordenados Ox e Oy ocorrem respectivamente em $(\pm a, 0, 0)$ e $(0, \pm b, 0)$ e Ω não intercepta o eixo Oz (chamado **eixo distinguido**).

COMO É UM HIPERBOLÓIDE DE UMA FOLHA?

Q.4.0.1 Interseção de hiperbolóide de uma folha e planos paralelos aos coordenados

- $\boxed{\pi : z = k,}$
- $X = (x, y, z) \in \pi \cap \Omega \iff \boxed{\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 + \dfrac{k^2}{c^2} \\ z = k \end{cases}}$
- $p := 1 + \dfrac{k^2}{c^2} > 0$
- $\pi \cap \Omega$: $\dfrac{x^2}{pa^2} + \dfrac{y^2}{pb^2} = 1$ (elipse[4])

[4]Se $a = b$, uma circunferência, no plano $z = k$, de centro $(0, 0, k)$ e raio $a\sqrt{1 + \frac{k^2}{c^2}}$.

- $\pi_1 : x = m,$ $\qquad \boxed{\pi : y = n}$

- $X = (x, y, z) \in \pi \cap \Omega \Longleftrightarrow \boxed{\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1 - \dfrac{n^2}{b^2} \\ y = n \end{cases}}$

- $p := 1 - \dfrac{n^2}{b^2}$

- $\pi \cap \Omega$: $\left(\dfrac{x}{a} - \dfrac{z}{c}\right)\left(\dfrac{x}{a} + \dfrac{z}{c}\right) = 0, \quad$ se $p = 0$, isto é, $|n| = b$
  - duas retas concorrentes no plano $y = n$ de equações

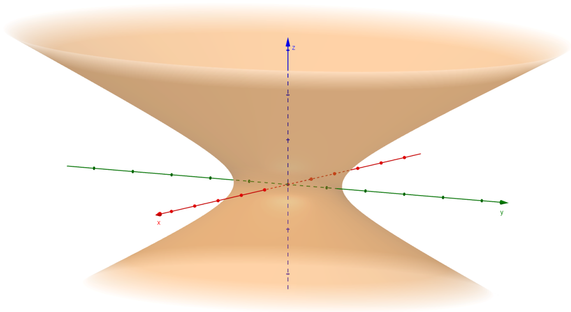
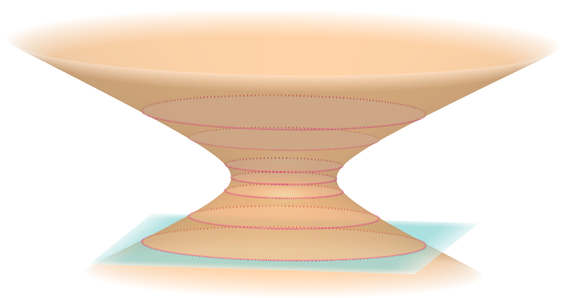
$$\begin{cases} \dfrac{x}{a} - \dfrac{z}{c} = 0 \\ y = n \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \begin{cases} \dfrac{x}{a} + \dfrac{z}{c} = 0 \\ y = n \end{cases}$$

- $\pi \cap \Omega$: $\dfrac{x^2}{pa^2} - \dfrac{z^2}{pc^2} = 1, \quad$ se $p \neq 0$:
  - hipérbole no plano $y = n$ de centro $(0, n, 0)$
    - $*$ $p > 0$ (i.e.. $|n| < b$): os focos da hipérbole estão na reta

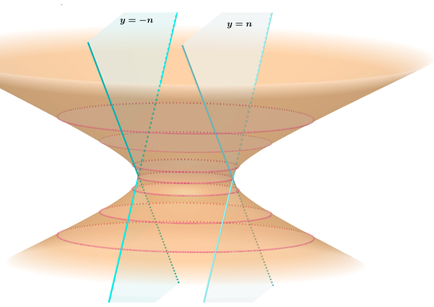
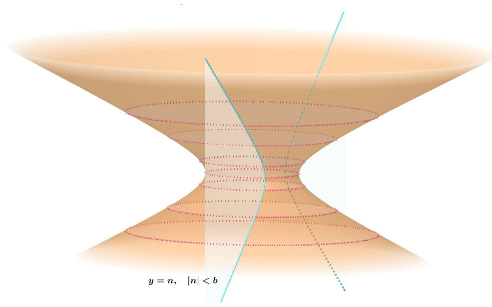
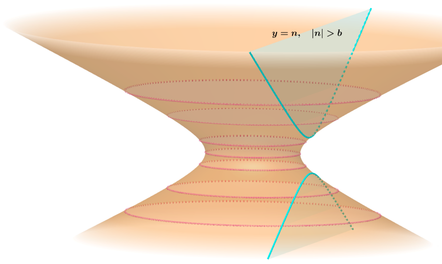
$$r : X = (0, n, 0) + \lambda(1, 0, 0), \quad \lambda \in \mathbb{R};$$

    - $*$ $p < 0$ (i.e.. $|n| > b$): os focos da hipérbole estão na reta

$$r : X = (0, n, 0) + \lambda(0, 0, 1), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

(Geogebra-hiperb.1folha)

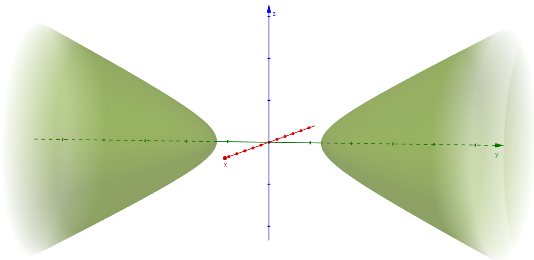




Q.5 Hiperbolóide de duas folhas

Uma quádrica Ω é um **hiperbolóide de duas folhas** se existem números reais positivos a, b, c e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual Ω pode ser descrita pela equação:

$$\Omega : -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

chamada **equação reduzida** de Ω.



Tarefa: estude a intersecção de Ω com os planos paralelos aos planos coordenados (Geogebra-hiperbolóide 2 folhas).

Q.6 Cone

Uma quádrica Ω é um **cone** se existem números reais positivos a, b, c e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual Ω pode ser descrita pela equação:

$$\Omega : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0,$$

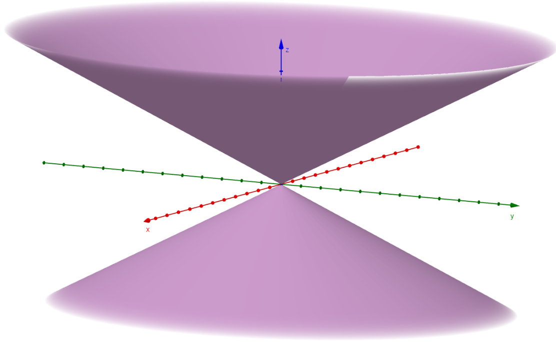
chamada **equação reduzida** de Ω. Se $a \neq b$, Ω é um **cone elíptico** e se $a = b$, Ω é um **cone circular** (ou **cone de rotação**).

Nota. A equação reduzida do cone é equivalente a

$$z^2 = Ax^2 + By^2, \qquad \text{para algum } A, B > 0$$

ou

$$\boxed{z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}, \qquad \text{para algum } a, b > 0}$$



Tarefa: estude a intersecção de Ω com os planos paralelos aos planos coordenados (Geogebra-cone/parabolóide).

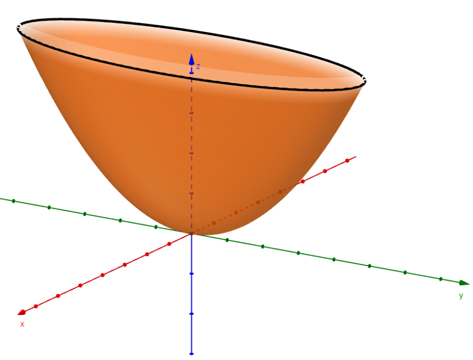
Wikipedia: hiperbolóides e cone
Wikipedia: cilindro, hiperbolóide e cone

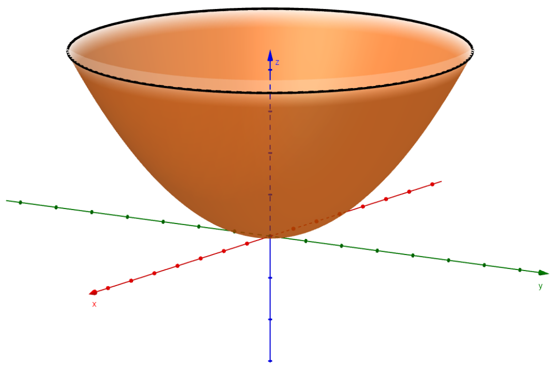
Q.7 Parabolóide elíptico e circular

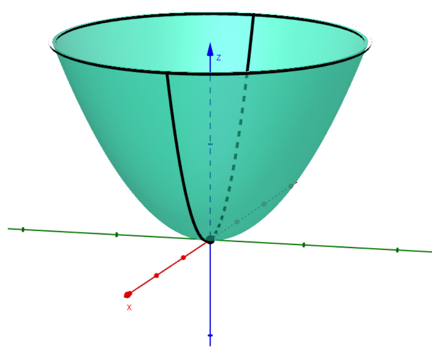
Uma quádrica Ω é um **parabolóide** se existem números reais positivos a, b e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual Ω pode ser descrita pela equação:

$$\Omega : z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2},$$

chamada **equação reduzida** de Ω. Se $a \neq b$, Ω é um **parabolóide elíptico** e se $a = b$, Ω é um **parabolóide circular** (ou **parabolóide de rotação**).







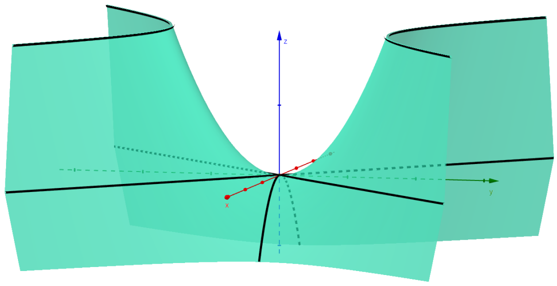
Tarefa: estude a intersecção de Ω com os planos paralelos aos planos coordenados (Geogebra -parabolóide/cone).

Q.8 Parabolóide hiperbólico (sela)

Uma quádrica Ω é um **parabolóide hiperbólico** (**sela**) se existem números reais positivos a, b e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual Ω pode ser descrita pela equação:

$$\Omega : z = -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2},$$

chamada **equação reduzida** de Ω.



Tarefa: estude a intersecção de Ω com os planos paralelos aos planos coordenados (Geogebra -sela).

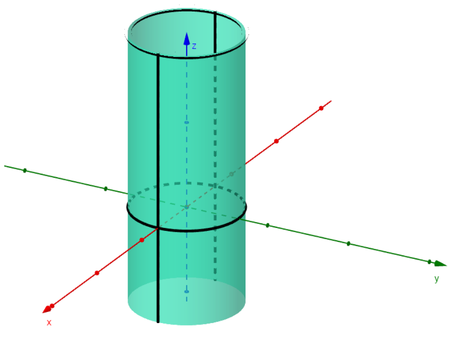
Q.9 Quádricas Cilíndras

Se existem números reais positivos a, b e um sistema de coordenadas ortogonal em relação ao qual uma quádrica Ω pode ser descrita:

- Pela equação reduzida:

$$\Omega : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

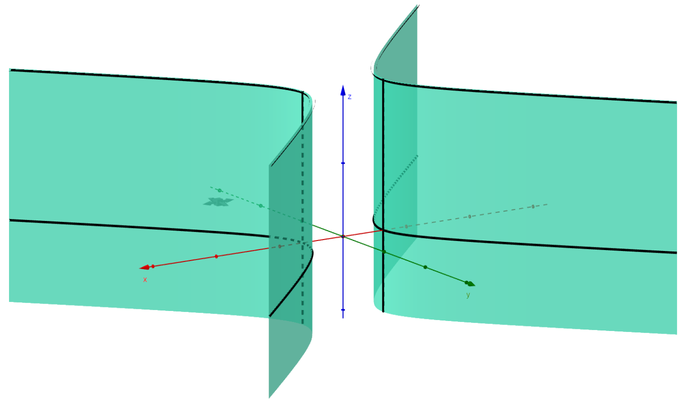
ela é chamada de **quádrica cilíndrica elíptica** ($a \neq b$) ou **quádrica cilíndrica circular/de rotação** ($a = b$) (**cilindro**).



- Pela equação reduzida:

$$\Omega : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

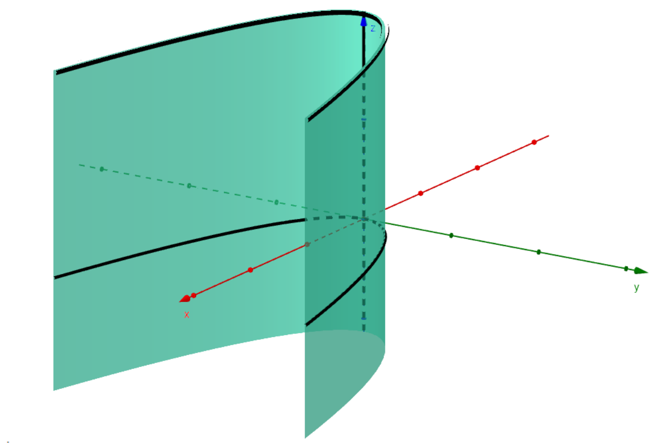
ela é chamada de **quádrica cilíndrica hiperbólica**.



- Pela equação reduzida:

$$\Omega : y^2 = ax,$$

ela é chamada de **quádrica cilíndrica parabólica**.



(Geogebra-cilindro parabólico)

Exemplo Q.9.1. Ver Exercícios 92 e 93 em Slide de Exercícios.

Q.10 Tabela de equações reduzidas das principais quádricas

Elipsóide ou esfera	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$
Hiperbolóide de uma folha	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$
Hiperbolóide de duas folhas	$-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$
Parabolóide (elíptico ou circular)	$z=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$
Parabolóide hiperbólico (sela)	$z=-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$
Quádrica cônica (cone elíptico ou circular/de rotação)	$z^2=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$
Quádrica cilíndrica[5] (cilindro elíptico ou circular/de rotação)	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$
Quádrica cilíndrica hiperbólica[5] (cilindro hiperbólico)	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$
Quádrica cilíndrica parabólica[5] (cilindro parabólico)	$y^2=cx$

[5] Superfícies no espaço!! Não confunda com as cônicas (elipse, hipérbole, parábola) que possuem equações equivalentes mas são curvas no plano!!