

SMA0300 Geometria Analítica

Décima Lista de Exercícios – Coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.

Exercício 1. Determinar as coordenadas cartesianas dos pontos cujas coordenadas polares são:

- (a) $(5, \pi/4)$ (b) $(3, 3\pi/4)$ (c) $(2, \pi)$.

Exercício 2. Determinar as coordenadas polares dos pontos cujas coordenadas cartesianas são:

- (a) $(0, 5)$ (b) $(-3, 0)$ (c) $(3, 4)$.

Exercício 3. Represente geometricamente os pontos do plano tais que suas coordenadas polares satisfazem:

- (a) $\rho = 4$ (b) $\theta = \pi/6$ (c) $\rho = 2 \cos 3\theta$ (d) $\rho = 2 - 2 \cos \theta$ (e) $\rho = 1 + \cos \theta$
(f) $\rho = \theta$ (g) $\rho = |\sin \theta|$ (h) $\rho^2 = 4 \cos \theta$ (i) $\rho^2 = 1 - \sin \theta$.

Exercício 4. *Cassinóide* é o lugar geométrico dos pontos do plano cujo produto das distâncias a dois pontos dados do plano é um constante k^2 . Os pontos chamam-se *focos*. Denote-os por F_1 e F_2 . Tomando o sistema de coordenadas de modo que o eixo- x passe pelos focos e o eixo- y seja a mediatriz do segmento $F_1 F_2$, mostre uma equação cartesiana para a cassinóide é

$$(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) + a^4 - k^4 = 0,$$

onde $F_1 = (a, 0)$ e $F_2 = (-a, 0)$.

Exercício 5. Obtenha uma equação para cassinóide em coordenadas polares.

Exercício 6. Se $k = a$ ou $k = -a$, a cassinóide recebe o nome de *Leminiscata de Bernoulli*. Use sua equação em coordenadas polares para dar um esboço da Leminiscata de Bernoulli.

Exercício 7. Determine as coordenadas cilíndricas e esféricas dos pontos dados em coordenadas cartesianas por: $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(-2, 0, 0)$, $(0, 5, 0)$, $(0, -4, 0)$, $(0, 0, 3)$, $(0, 0, -3)$, $(0, 1, 2)$, $(1, 1, 1)$. Em cada caso, discuta sobre a unicidade da representação do ponto nestes dois sistemas de coordenadas.

Exercício 8. Determine as coordenadas cartesianas e cilíndricas do ponto com coordenadas esféricas $(\rho, \theta, \phi) = (4, \pi, \pi)$.

Exercício 9. Faça um esboço da superfície dada em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) pelas equações abaixo:

- (a) $z = r^2$ (b) $z = r$ (c) $z^2 = r^2 \cos(2\theta)$ (d) $r = 4 \sin \theta$

Exercício 10. Determine as equações em coordenadas cilíndricas e coordenadas esféricas das superfícies que em coordenadas cartesianas (x, y, z) são dadas pelas equações abaixo:

- (a) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
(b) $x^2 + y^2 = 4$
(c) $x = y$.