USP/ICMC/SMA

SMA0300 Geometria Analítica
Lista 7 de Exercícios

Miriam Manoel

21 de novembro de 2022

Exercício 1. Dê o nome e faça o esboço das quádricas dadas pelas equações abaixo. Diga também se é ou não uma superfície de revolução:

(a) $2x^2 - y^2 + 2z^2 = 4$

(b) $2x^2 - y^2 + 2z^2 = -4$

(c) $x^2 + y^2 = 9$

(d) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} + z^2 = 1$

(e) $2x^2 + y^2 + 2z^2 = -4$

(f) $z^2 = x^2 + 2y^2$

(g) $z = x^2 + 2y^2$

(h) $z = -x^2 + 2y^2$

(j) $z = x^2 + 2y^2 + 1$

(k) $x^2 + 2y^2 + z^2 = 0$

Exercício 2. Encontre a equação do lugar geométrico dos pontos do espaço (ou seja, do conjunto de pontos do espaço) equidistantes da reta $r\,:\,X = (0,0,-\frac{1}{4}) + \lambda(0,1,0), \lambda \in \mathbb{R}$ e da reta $s\,:\,X = (0,0,\frac{1}{4}) + \lambda(1,0,0),\ \lambda \in \mathbb{R}$.

Exercício 3. Encontre a equação do lugar geométrico dos pontos X do espaço de modo que $\frac{d(X,F)}{d(X,\pi)} = 2$, onde $F = (1\,,0\,,0)$ e $\pi\,:\,x = -1$.

Exercício 4. A parábola $z = y^2$ do plano $x = 0$ é rotacionada em torno do eixo-z. Encontre a equação do lugar geométrico do espaço descrito pela superfície de revolução obtida.

Exercício 5. Mostre que o lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância ao ponto $A = (2\,,-1\,,3)$ é dobro da sua distância ao ponto $B = (-4\,,2\,,1)$ é uma superfície esférica. Ache seu centro e seu raio.

Exercício 6. Por uma translação conveniente de eixos (isto é, uma mudança do sistema de coordenadas Σ, do tipo translação) reduza cada uma das quádricas abaixo à sua forma reduzida. Identifique e faça uma representação geométrica do gráfico das mesmas.

$$(a)\; x^2 + 2\,y^2 + 4\,z^2 - 2\,x - 8\,y + 16\,z + 9 = 0\,. \qquad (b)\; x^2 + y^2 - 2\,x - 2\,y + 4\,z - 2 = 0\,.$$

Exercício 7. Modifique a equação $z = xy$ (parabóloide hiperbólico, ou sela de cavalo) eliminando o termo misto através de uma rotação de $\theta = 45$ graus em torno do eixo-z:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$