

## SMA0300 Geometria Analítica

### Nona Lista de Exercícios – Mudança de sistema de coordenadas e cônicas.

**Exercício 1.** Sejam  $\Sigma_1 = (O, E) = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  e  $\Sigma_2 = (O, F) = (O', \vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$  dois sistemas de coordenadas de  $\mathbb{R}^3$ , tais que  $\vec{f}_1 = \vec{e}_1$ ,  $\vec{f}_2 = -\vec{e}_3$ ,  $\vec{f}_3 = \vec{e}_2$ , com as coordenadas do ponto  $O'$  no sistema  $\Sigma_1$  sendo  $O' = (1, 0, 0)_{\Sigma_1}$ . Neste cenário, obtenha as equações paramétricas da reta  $r : (x, y, z)_{\Sigma_1} = (0, 0, 0)_{\Sigma_1} + \lambda(0, 1, 1)_E$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , em relação ao sistema  $\Sigma_2$ .

**Exercício 2.** Idem ao Exercício 1, sendo  $\Sigma_2$  dado a partir dos vetores  $\vec{f}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ,  $\vec{f}_2 = \vec{e}_2$ ,  $\vec{f}_3 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3$  e  $O' = (1, 1, 1)_{\Sigma_1}$  e  $r : (x, y, z)_{\Sigma_1} = (0, 0, 0)_{\Sigma_1} + \lambda(0, 1, 1)_E$ .

**Exercício 3.** Se  $(x, y, z)_{\Sigma_1}$  denota a representação de um ponto no sistema de coordenadas  $\Sigma_1$ , considere o plano expresso neste sistema como  $\pi : [2x - y + z = 0]_{\Sigma_1}$ .

- (a) Obtenha uma equação geral do plano  $\pi$ , em relação ao sistema de coordenadas  $\Sigma_2$  do Exercício 1.  
(b) O mesmo para  $\Sigma_2$  do Exercício 2.

**Exercício 4.** Encontre os vértices, os focos e a excentricidade da elipse  $3x^2 + 4y^2 = 12$ .

**Exercício 5.** Encontre a equação reduzida das seguintes elipses:

- (a) os focos ocorrem nos pontos  $F_1 = (-5, 0)$  e  $F_2 = (5, 0)$  e os vértices ocorrem nos pontos  $V_1 = (-13, 0)$  e  $V_2 = (13, 0)$ .  
(b) os focos ocorrem nos pontos  $F_1 = (0, -6)$  e  $F_2 = (0, 6)$  e o semi-eixo menor mede 17 unidades de comprimento.

**Exercício 6.** Encontre os vértices, os focos, a excentricidade e as assíntotas da hipérbole  $16x^2 - 25y^2 = 400$ .

**Exercício 7.** Encontre a equação reduzida da hipérbole cujos focos ocorrem nos pontos  $F_1 = (-3, 0)$  e  $F_2 = (3, 0)$  e cujos vértices ocorrem nos pontos  $V_1 = (-2, 0)$  e  $V_2 = (2, 0)$ .

**Exercício 8.** Encontre o vértice, o foco e a reta diretriz da parábola  $y^2 = 28x$ .

**Exercício 9.** Em cada um dos itens abaixo, encontre a equação reduzida das parábolas, em

- (a) eixo de simetria é o eixo  $Ox$  e um ponto da parábola é o ponto  $(5, 10)$ .  
(b) dois pontos da parábola são  $(6, 18)$  e  $(-6, 18)$ .

**Exercício 10.** Em cada um dos itens abaixo:

- (i) Reduza as equações das cônicas abaixo a uma forma mais simples, através de translações e/ou rotações.  
(ii) No caso de usar uma rotação, dê o ângulo (em radianos ou graus).  
(iii) Reconheça (ou seja, dê o nome, desta cônica)  
(iv) Faça o esboço da cônica, juntamente com o sistema de coordenadas  $(x, y)$  bem como o sistema de coordenadas em que a cônica tem a equação reduzida obtida em (i).

(a)  $32x^2 + 52xy - 7y^2 + 180 = 0$ .

(b)  $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 - 16 = 0$ .

(c)  $x^2 - 5xy - 11y^2 - x + 37y + 52 = 0$ .

(d)  $4x^2 - 4xy + y^2 - 8\sqrt{5}x - 16\sqrt{5}y = 0$ .

(e)  $x^2 + y^2 - 2xy - 8\sqrt{2}x - 8\sqrt{2}y = 0$ .

(f)  $17x^2 - 12xy + 8y^2 = 0$ .

**Exercício 11.** Obtenha equações da reta tangente a elipse  $x^2 + 2y^2 = 3$  em  $P = (1, -1)$  e da reta normal em  $Q = (1, 1)$ . Dica: Use derivada.