

SMA0300 Geometria Analítica
Quinta Lista de Exercícios – Sistemas de coordenadas e retas

Nos exercícios abaixo, considere fixado um sistema de coordenadas ortogonal $\Sigma = (O, C)$ do espaço \mathbb{R}^3 . Isto é, um ponto $P \in \mathbb{R}^3$ é representado por uma terna $P = (x, y, z)$, significando que $P = O + (x, y, z)_C$, onde "+" denota a soma de ponto com vetor e C é a base canônica de V^3 (base ortonormal positivamente orientada). As equações de retas são dadas em relação a este sistema.

Exercício 1. Sejam $P = (1, 0, 1)_\Sigma$, $Q = (0, 1, 1)_\Sigma$. Determine um ponto C da reta PQ tal que a área do triângulo ABC seja $1/2$, onde $A = (1, 2, -1)_\Sigma$, $B = (1, -2, 3)_\Sigma$.

Exercício 2. (a) Considere os pontos $B = (-5, 2, 3)$ e $C = (4, -7, -6)$. Escreva equações nas formas vetorial, paramétrica e simétrica para a reta r determinada por eles. Verifique se o ponto $D = (3, 1, 4)$ pertence a r .

(b) Dados $A = (1, 2, 3)$ e $\vec{u} = (3, 2, 1)$, escreva equações da reta que contém o ponto A e é paralela a \vec{u} , nas formas vetorial, paramétrica e simétrica. Dê os dois vetores unitários paralelos a essa reta.

Exercício 3. Considere os pontos $A = (3, 6, -7)$, $B = (-5, 2, 3)$ e $C = (4, -7, -6)$.

(a) Mostre que A , B e C são vértices de um triângulo, ou seja, que não são colineares.

(b) Escreva equações paramétricas da reta que contém a mediana relativa ao vértice C do triângulo do item (a).

Exercício 4. Determine os pontos da reta $r: X = (0, 2, -2)_\Sigma + \lambda(1, -1, 2)_C$, $\lambda \in \mathbb{R}$, que distam $\sqrt{3}$ de $A = (0, 2, 1)_\Sigma$.

Exercício 5. Determine o ponto da reta $r: X = (1, 0, 0)_\Sigma + \lambda(1, 1, 1)_C$, $\lambda \in \mathbb{R}$, que equidista de $A = (1, 1, 1)_\Sigma$, $B = (0, 0, 1)_\Sigma$.

GABARITO

• Exercício 1: $C = (1 + \frac{\sqrt{3}}{12}, -\frac{\sqrt{3}}{12}, 1)$

• Exercício 2: a) $r: X = (-5, 2, 3) + \lambda(1, -1, -1)_E$, $\lambda \in \mathbb{R}$,

$$r: \begin{cases} x = -5 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 3 - \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{-1}$$

b) $\pm \frac{1}{\sqrt{14}}(3, 2, 1)_E$

• Exercício 3: b) $\begin{cases} x = 4 + 8\lambda \\ y = -7 - 5\lambda \\ z = -6 - 11\lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}.$

• Exercício 4: $(1, 1, 0)$

• Exercício 5: $(1, 0, 0)$