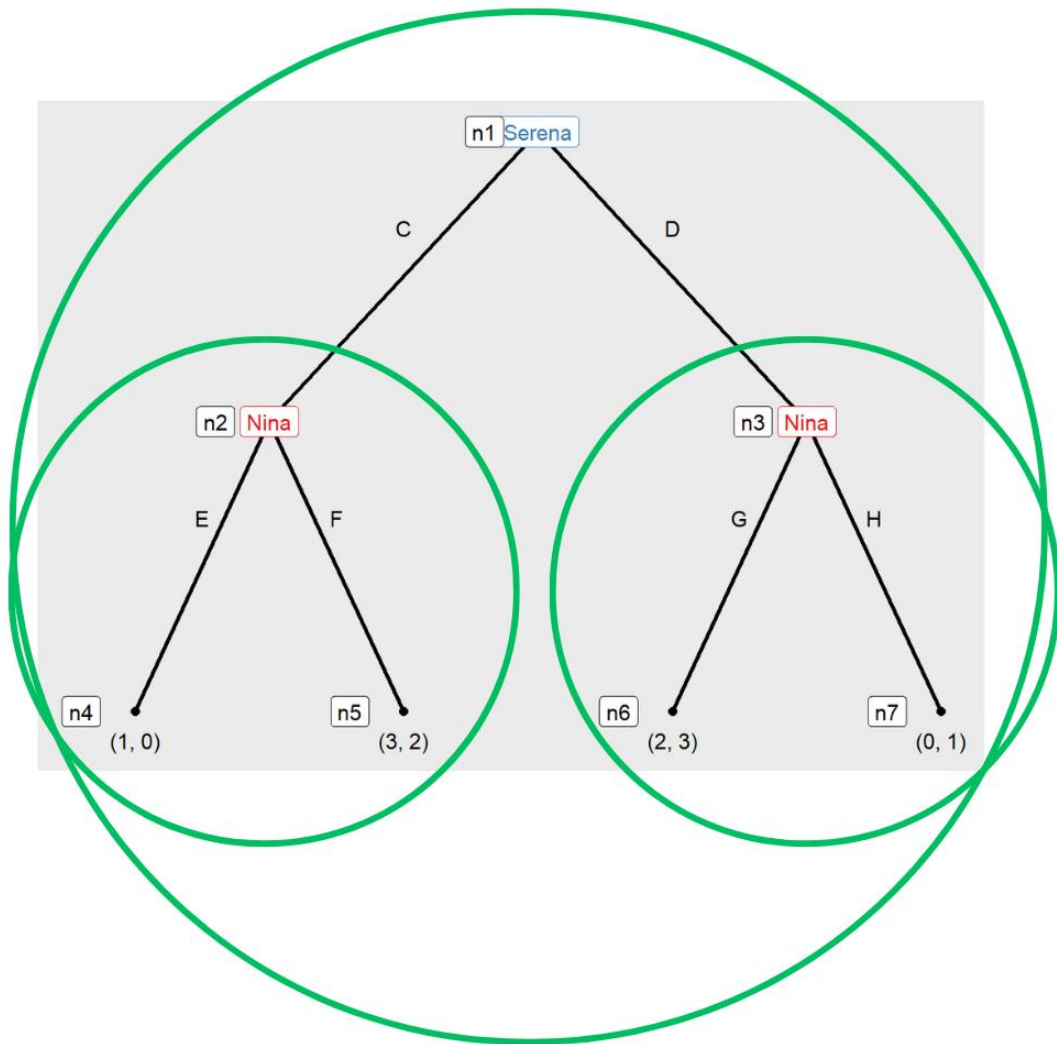


Lista de Exercícios aula 10 - Solução

Manoel Galdino

9.1. Ache todos os subjogos do jogo abaixo.

Resposta: Os três subjogos estão circutados com a cor verde.

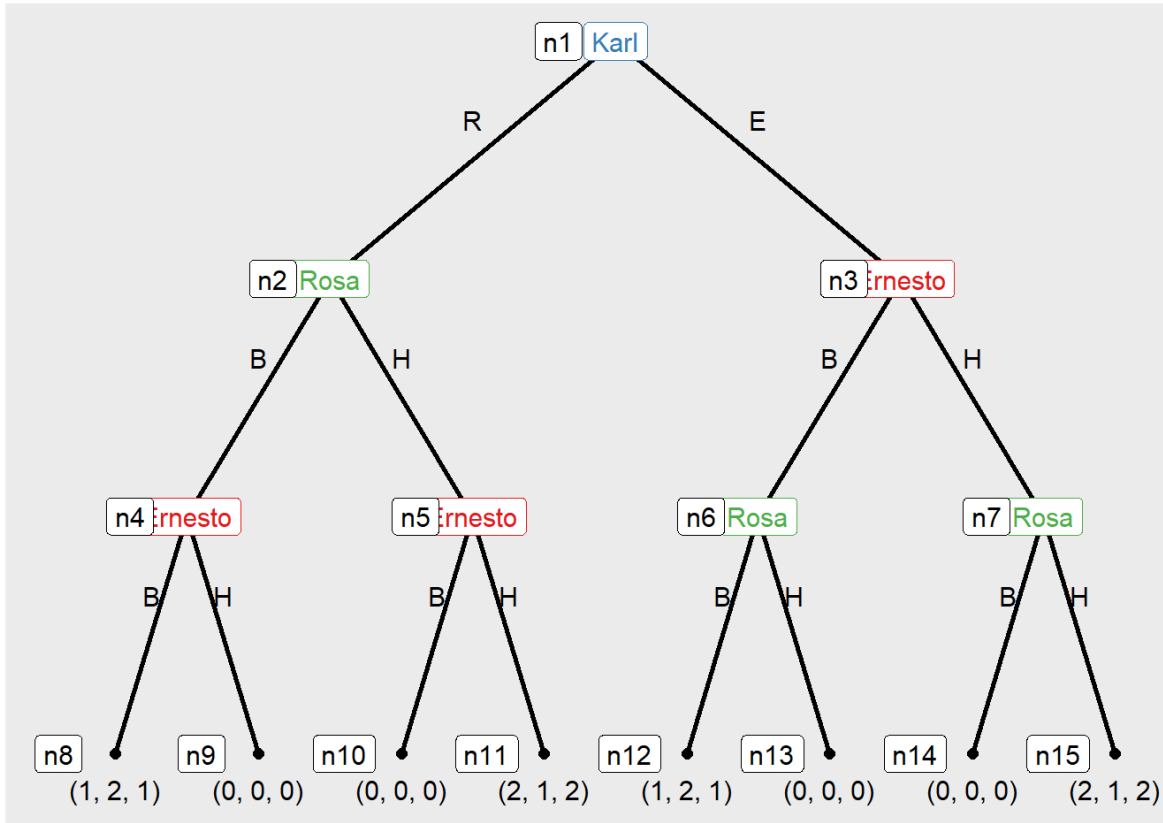


9.2. *Modelo o jogo como uma árvore (forma extensiva) e ache todos os subjogos do jogo abaixo. (exercício 156.2c do Osborne).*

Os políticos Rosa e Ernesto precisam tomar uma posição sobre um assunto. As opções são Berlim (B) ou Havana (H). Eles escolhem sequencialmente. Uma terceira pessoa, Karl, determina quem escolhe primeiro. Tanto Rosa quanto Ernesto se importam apenas com as ações que escolhem, não com quem escolhe primeiro. Rosa prefere o resultado em que ambos escolhem B ao resultado em que ambos escolhem H, e prefere esse resultado a qualquer um dos casos em que ela e Ernesto escolhem ações diferentes; ela é indiferente entre esses dois últimos

resultados. As preferências de Ernesto diferem das de Rosa no sentido de que os papéis de B e H são invertidos. As preferências de Karl são as mesmas que as de Ernesto. Modele essa situação como um jogo extensivo com informação perfeita. (Especifique os componentes do jogo e represente o jogo em um diagrama.).

Resposta: O diagrama é o representado abaixo.



São componentes deste jogo:

Conjunto de jogadores: $N = \{\text{Karl, Rosa, Ernesto}\}$.

Ações disponíveis na vez de cada jogador: Para Karl, escolher Ernesto ou Rosa. Para Rosa e Ernesto, escolher Berlim ou Havana.

Estratégias: Para Karl, conjunto $K = \{\text{R ou E}\}$

Para Rosa, $R = \{\text{B, H, BB, BH, HH, HB}\}$

Obs: Uma explicação, mais detalhada. Rosa, quando é escolhida primeiro por Karl pode escolher Berlim ou Havana (B, H). Quando é escolhida em segundo lugar, ela pode escolher Berlim ou Havana dependendo da escolha anterior feita por Ernesto. As estratégias ficariam como escolher Berlim quando Ernesto escolhe Berlim e também jogar Berlim quando Ernesto

escolhe Havana (BB), escolher Berlim quando Ernesto escolhe Berlim e Havana quando Ernesto escolhe Havana (BH), escolher Havana independente do que escolheu Ernesto (HH) e escolher o contrário do que Ernesto escolher (HB). De maneira similar, temos as estratégias de Ernesto.

Para Ernesto, $E = \{B, H, BB, BH, HH, HB\}$

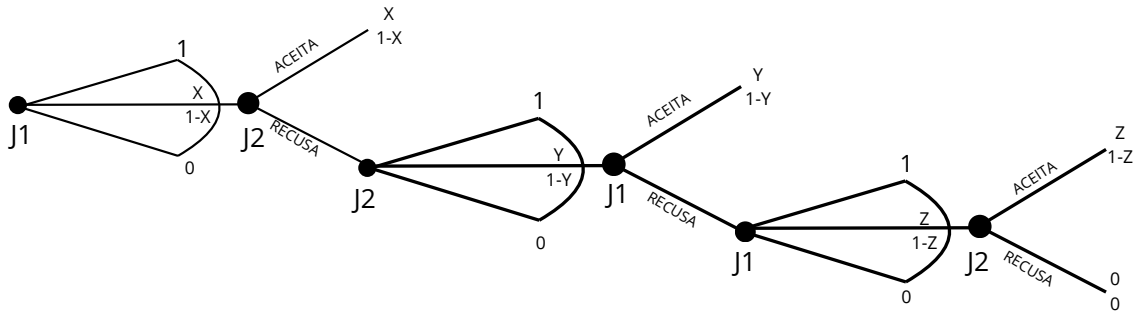
Utilidades: A utilidade dos jogadores é zero se não há coordenação entre Ernesto e Rosa. Para Rosa, Berlim apresenta a utilidade 2 e Havana a utilidade 1. Para Ernesto e Karl, Havana tem uma utilidade 2 e Berlim uma utilidade 1.

Conhecimento: O conhecimento para todos os jogadores em todos os nós é comum, todos sabem onde na árvore se encontram.

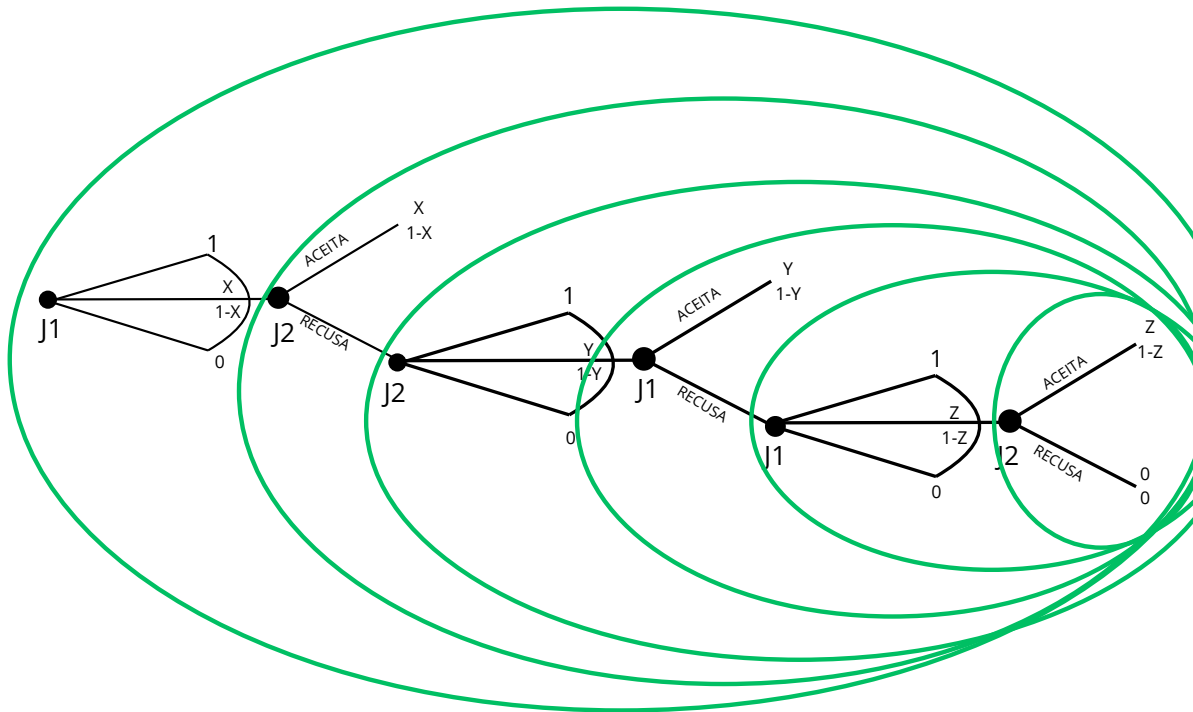
Ordem dos movimentos: Karl sempre é o primeiro a jogar e define se Rosa ou Ernesto jogam em segundo lugar. Joga por último quem não foi selecionado por Karl.

9.3. Modele o jogo do Ultimato com três períodos e: a) conte quantos subjogos existem. b) Ache o equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos.

Resposta: O jogo do Ultimato com três períodos pode ser representado com o seguinte diagrama:



a) Os subjogos são os circulados em verde no diagrama abaixo:



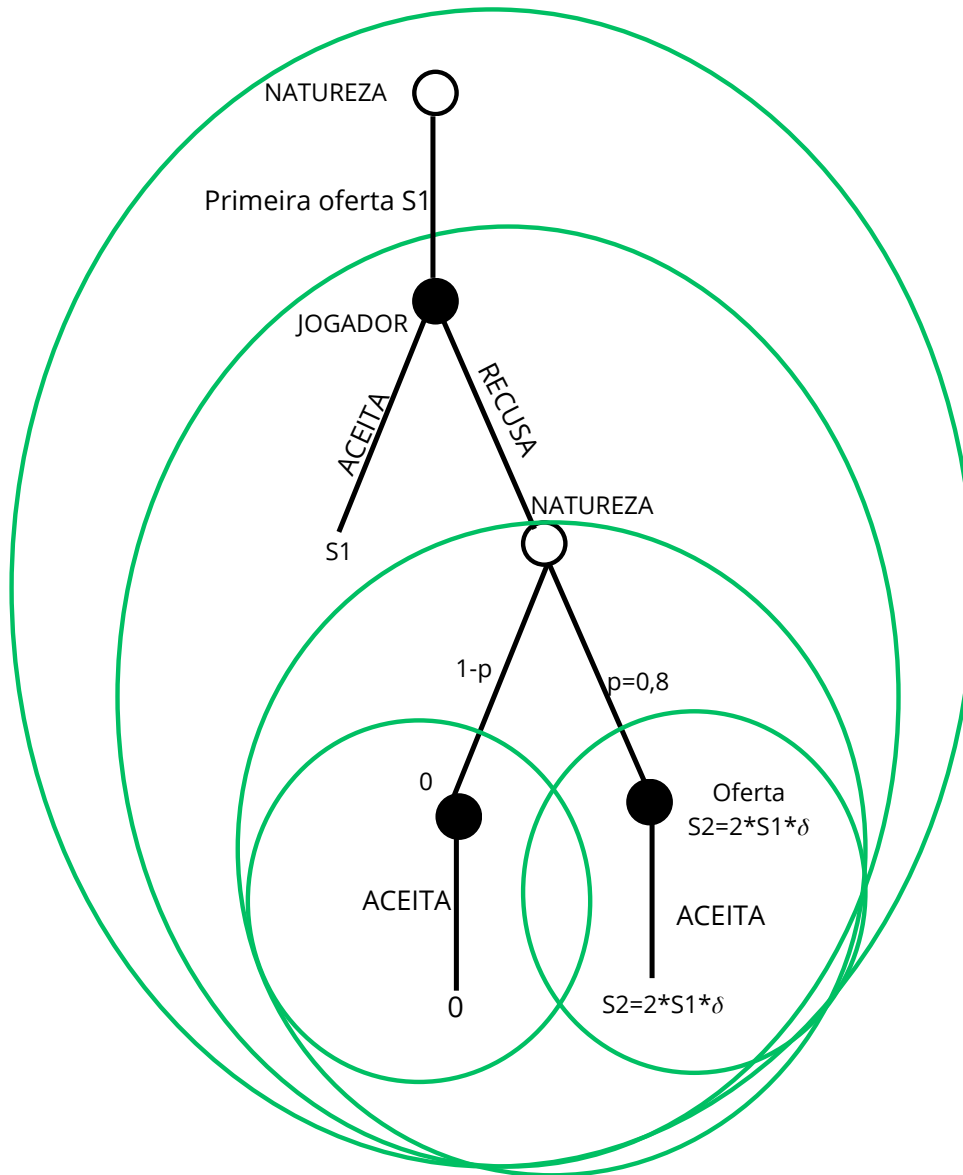
b) Por indução reversa, a jogadora 2 na terceira iteração deve aceitar a proposta, pois o payoff Z é tão bom ou melhor que o payoff de 0 que acontece quando se recusa a oferta. Sabendo disso, a jogadora 1 vai propor uma divisão em que fica com todo o valor da negociação e não deixa nada para a jogadora 2. No entanto, esta rodada ocorre apenas após a jogadora 1 recusar uma oferta prévia da jogadora 2, que por sua vez só ocorre após a oferta inicial da jogadora 1. Há por parte dos jogadores uma taxa de desconto δ para cada rodada em que demora para se obter o resultado. Vamos assumir o mesmo valor delta para as duas jogadoras. Sabendo que a jogadora 1 vai propor uma divisão em que fica com tudo, mas apenas na última rodada, a jogadora 2 vai oferecer em sua vez de negociar deixar a jogadora 1 com δ e ficar para si com

$1 - \delta$. Por sua vez, esta rodada também ocorre apenas após uma primeira negociação por parte da jogadora 1, que sabendo da oferta que a jogadora 2 vai oferecer vai propor logo na primeira rodada que a jogadora 2 fique com $\delta(1 - \delta)$ (o equivalente ao que a jogadora ganharia na rodada 2, considerando o valor de desconto δ de cada rodada) e que fique para si com $1 - \delta(1 - \delta)$. Dessa forma, o equilíbrio de Nash é a combinação das seguintes estratégias: Para a jogadora 1, se estiver na terceira rodada ficar com todo o valor, se estiver na segunda rodada aceitar a oferta de 2 se ela tiver qualquer valor tão bom quanto ou melhor que δ e na primeira rodada propor a divisão que ela fica com $1 - \delta(1 - \delta)$; Para a jogadora 2, aceitar qualquer valor na terceira rodada, propor para si $1 - \delta$ e δ para a jogadora 1 e na primeira rodada, aceitar qualquer valor tão bom ou melhor que $\delta(1 - \delta)$.

9.4. Considere um jogo de dois períodos em que um trabalhador busca emprego. No período 1, ele recebe uma oferta de um salário S_1 e deve decidir se aceita ou não. Se aceitar, este é seu salário e para de procurar emprego. Caso não aceite, continua no período 2, e recebe uma oferta de salário $S_2 > S_1$ com probabilidade p e 0, isto é, não recebe oferta com probabilidade $1 - p$

a) desenhe o jogo na forma extensiva

Resposta: Representado no diagrama abaixo, já feito com os valores do exercício c e circulando em verde os subjogos



b) Calcule quantos subjogos existem Resposta: O diagrama acima indica os cinco subjogos

c) Suponha que $S2 = 2S1$ e $p = 0.8$? Qual o equilíbrio de Nash perfeito em Subjogos do jogo?

Resposta: Podemos calcular a utilidade esperada para as duas ações disponíveis ao jogador: Ao aceitar, o jogador vai ganhar $1 * S1$, ou seja, a utilidade esperada é de $S1$. Ao recusar a oferta, sua utilidade esperada é de $0,8 * 2S1 + 0 * 0,2 = 1,6S1$. No entanto, este valor de $1,6S1$ é apenas na rodada dois, necessitando que seja levado em consideração a taxa de desconto δ . Assim, o jogador ao decidir entre aceitar e recusar a primeira oferta de emprego está escolhendo entre ganhar $S1$ ou ganhar $1,6S1 * \delta$. Desta forma, observamos que a melhor

resposta do jogador é recusar a primeira oferta apenas se:

$$1,6S1 * \delta > S1$$

$$1,6 * \delta > 1$$

$$\delta > 0,625$$

Se a taxa de desconto δ for menor que 0,625, é melhor para o jogador 1 aceitar a primeira oferta de emprego.