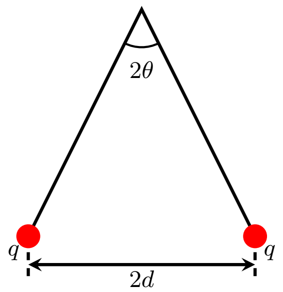
FCI0105 - FÍSICA III

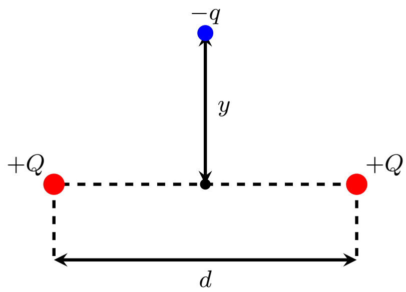
Lista 1[1]

1. Duas esferas idênticas muito pequenas, de massa m, estão carregadas com carga q e suspensas por fios isolantes de comprimento ℓ. O ângulo de abertura resultante é 2θ e a separação entre as esferas é $2d$ (veja Fig. 1(a)). Considerando a situação de equilíbrio, escreva a equação cuja solução permite relacionar d em função de q, ℓ, m e g.

2. Uma partícula de massa m e carga negativa $-q$ está limitada a mover-se na mediatriz do segmento de linha que liga duas cargas positivas $+Q$, separadas por uma distância d (veja Fig. 1(b)). Considerando que a partícula está a uma distância $y \ll d$, mostre que ela executa um movimento harmônico simples em torno do centro e calcule a frequência ω de oscilação.



(a) Exercício *1*.



(b) Exercício *2*.

FIG. 1:

3. Determine o campo elétrico $\vec{E}$ no ponto z pertencente ao eixo perpendicular à mediatriz da linha imaginária que conecta duas cargas iguais $+q$ separadas por uma distância d (veja Fig. 2). O que acontece no regime $z \gg d$?

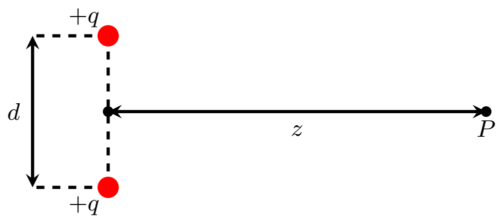


FIG. 2: Exercício *3*.

4. Repita o problema anterior considerando agora cargas $+q$ e $-q$. O que muda quando as cargas são diferentes?

5. Um tipo de quadrupolo[2] elétrico é formado por quatro cargas localizadas nos vértices de um quadrado de lado $2a$. Seja um ponto P localizado na linha imaginária paralela aos dois lados do quadrado a uma distância x do centro do quadrupolo (veja Fig. 3). Considerando $x \gg a$, mostre que o módulo do campo elétrico em P é aproximadamente dado por $|\vec{E}| \approx 3(2qa^2)/(2\pi\epsilon_0 x^4)$.

---

[1] A solução destes exercícios não precisa ser entregue. Esta lista visa praticar o conteúdo discutido na sala de aula e no material didático recomendado. Neste sentido, os problemas marcados com * devem ser desenvolvidos via integração direta; os problemas marcados com ** devem ser resolvidos explorando simetrias via Lei de Gauss.

[2] Dica: considere o quadruplo em termos de dois dipolos.

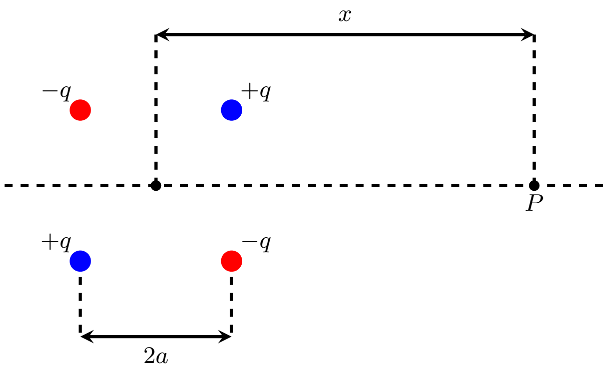
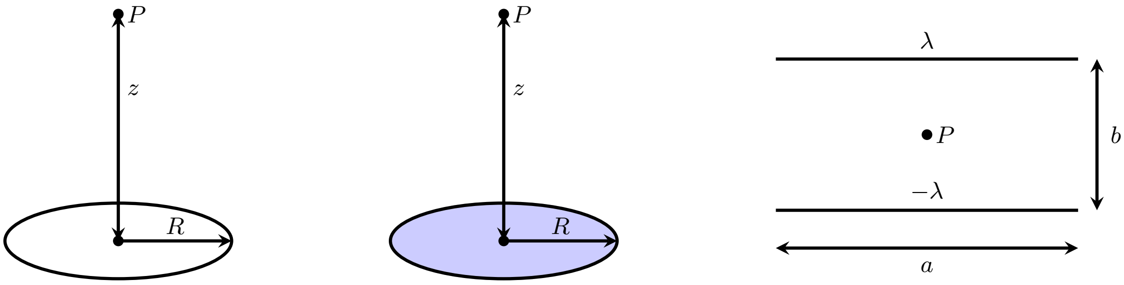


FIG. 3: Exercício *5*.

6. Considere um anel de raio R uniformemente carregado com densidade linear de carga λ e centrado no plano xy (veja Fig. 4(a)). Calcule o campo elétrico num ponto P localizado a uma distância z relativa a um eixo que passa pelo centro do anel.

7. Seja um disco de raio R uniformemente carregado com densidade superficial de carga σ e centrado no plano xy (veja Fig. 4(b)). Calcule o campo elétrico num ponto P localizado a uma distância z relativa ao eixo que passa pelo centro do disco. Como o campo elétrico se comporta no limite $R \to \infty$? E no regime $z \gg R$?



(a) Exercício *6*. (b) Exercício *7*. (c) Exercício *10*.

FIG. 4:

8. Considere agora uma casca esférica de raio R com densidade uniforme de carga σ (veja Fig. 5(a)). Determine o campo elétrico em um ponto P situado a uma distância z do centro da casca esférica quando (i) $z < R$ e (ii) $z > R$.[3]

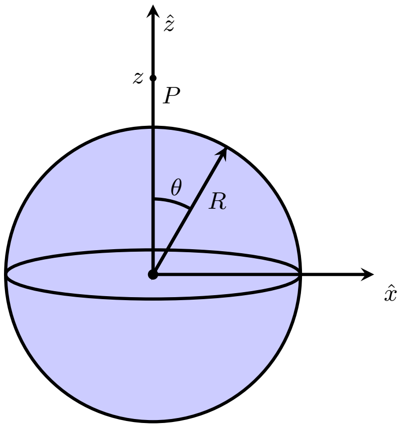
9. Um modelo clássico de uma partícula ionizada é constituído por um par de partículas fixas, ambas de carga $+q$, separadas por uma distância $2a$, com uma terceira partícula, de carga $-q$ e massa m, descrevendo uma órbita circular de raio R em torno do eixo que liga as duas outras cargas (veja Fig. 5(b)). (i) Encontre o campo elétrico que atua sobre a carga $-q$; (ii) obtenha a relação entre o raio R da órbita e a frequência angular de revolução.

10. Dois fios retilíneos de mesmo comprimento a, separados por uma distância b, estão uniformemente carregados com densidades lineares de carga λ e $-\lambda$ (veja Fig. 4(c)). Calcule o campo elétrico no ponto P localizado no centro do retângulo de lados a e b formado pelos fios.

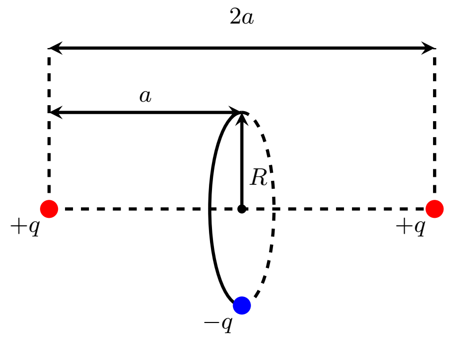
11. Um fio quadrado de lado 2ℓ está uniformemente carregado com densidade linear de carga λ. Calcule o campo elétrico num ponto P situado sobre a perpendicular ao centro do quadrado, à distância z do seu plano (Fig. 6(a)).

---

[3] Dica: $|z - R| = z - R$ se $z > R$ e $|z - R| = R - z$ se $z < R$.



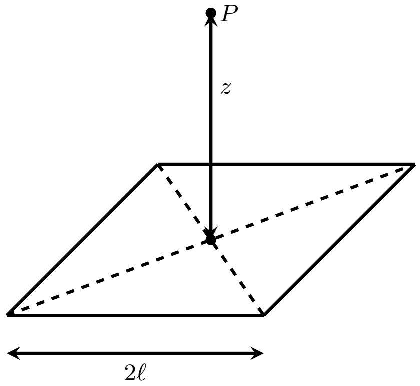
(a) Exercício *8*.



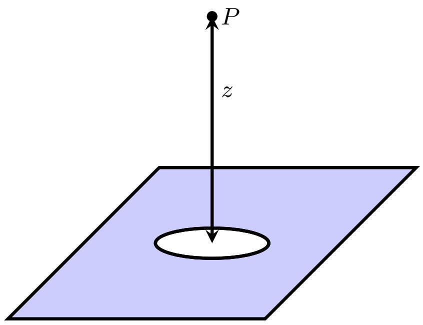
(b) Exercício *9*.

FIG. 5:

***12.** Uma superfície plana muito extensa possui densidade de carga σ. Um pequeno furo circular de raio R é feito no centro da superfície plana (veja Fig. 6(b)). Despreze as linhas de campo ao redor das bordas do furo (efeitos de borda). Calcule o campo elétrico no ponto P localizado a uma distância z no eixo perpendicular à superfície plana e que passa pelo centro do furo.



(a) Exercício *11*.



(b) Exercício *12*.

FIG. 6:

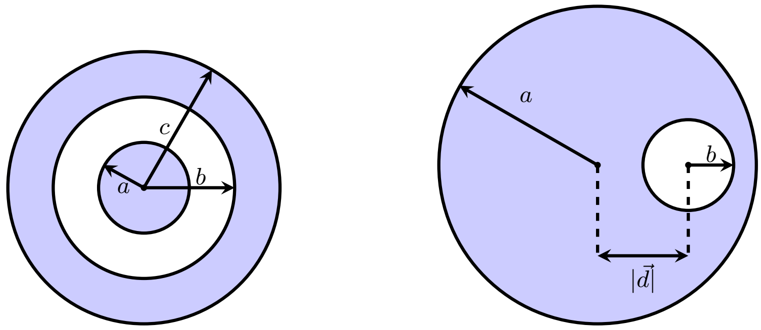
****13.** Uma carga puntiforme q é colocada numa caixa cúbica de aresta ℓ. Calcule o fluxo do campo elétrico sobre cada uma das faces se: (a) a carga ocupa o centro do cubo; (b) é colocada em um dos vértices da caixa cúbica.

****14.** Use a lei de Gauss para calcular o campo elétrico nas regiões interna e externa de uma casca esférica de raio R com densidade superficial de carga σ. Compare sua resposta com a solução do exercício *4*.

****15.** Determine o campo elétrico em um ponto P interno a uma esfera com densidade de carga $\rho = kr$, onde r é a distância do ponto P ao centro da esfera e k é uma constante.

****16.** Uma casca esférica de raio interno b e raio externo c, uniformemente carregada com densidade de carga volumétrica ρ, envolve uma esfera concêntrica de raio a, também carregada uniformemente com a mesma densidade de carga ρ (veja Fig. 7(a)). Calcule o campo elétrico nas regiões (i) $0 \leq r \leq a$, (ii) $a \leq r \leq b$, (iii) $b \leq r \leq c$, (iv) $c \leq r$.

****17.** Uma esfera de raio a, uniformemente carregada com densidade volumétrica ρ, contém em seu interior uma

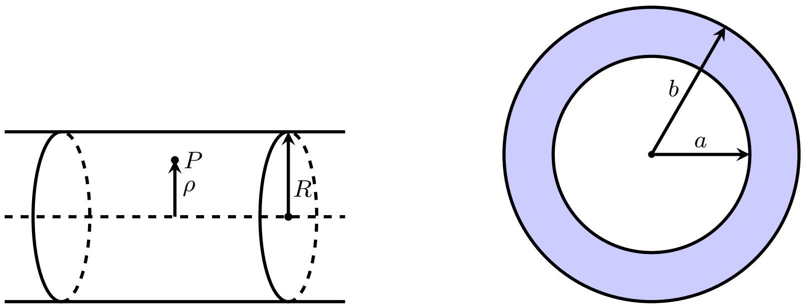


(a) Exercício *16*. (b) Exercício *17*.

FIG. 7:

cavidade esférica de raio b (veja Fig. 7(b)). Mostre que o campo elétrico $\vec{E}$ no interior da cavidade é uniforme e dado por $\vec{E} = \rho\vec{d}/(3\epsilon_0)$, onde $\vec{d}$ é o vetor que liga os centros das duas esferas.

*****18.*** Um cilindro muito longo, de raio R, está uniformemente carregado com densidade volumétrica de carga δ (veja Fig. 8(a)). (a) Encontre a direção e o sentido do campo elétrico $\vec{E}$ num ponto P à distância ρ do eixo do cilindro. Explorando a simetria cilíndrica do problema, qual a dependência do campo nas coordenadas (ρ, θ, z)? (b) Calcule $|\vec{E}|$ num ponto P interno ao cilindro (i.e., $0 < \rho < R$) (c) Esboce um gráfico de $|\vec{E}|$ em função de ρ.



(a) Exercício *18*. (b) Exercício *19*.

FIG. 8:

*****19.*** Uma concha esférica oca possui densidade de carga $\rho = k/r^2$ na região $a \leq r \leq b$ (veja Fig. 8(b)). Calcule o campo elétrico $\vec{E}$ nas regiões (i) $r < a$, (ii) $a < r < b$, (iii) $r > b$. Faça um gráfico do módulo $|\vec{E}|$ do campo elétrico em função de r.

*****20.*** Uma camada infinita nas direções $\hat{x}$ e $\hat{z}$ compreendida entre os planos $y = -d$ e $y = d$ (veja figura) tem densidade volumétrica de carga ρ. Calcule o campo elétrico em função da coordenada y.

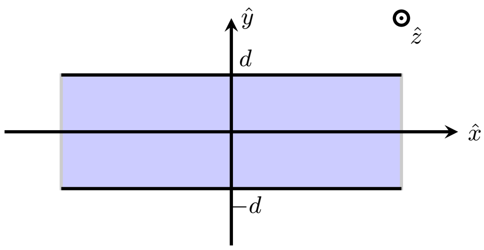


FIG. 9: Exercício *20*.