

## 7º Trabalho em Grupo – Comportamento dinâmico de sistemas de 1ª. ordem

Grupo: 2

Nomes:	Aline Regina Suzigan	11799086
	Ana Carolina M Ferrari	11213825
	Laura Bubenik	11798766
	Ana Beatriz de Castro	11965911
	Sabrina Sayuri Fujita	10730150
	Vanessa Shin Huey Hu	11370557
	Yasmin Greco Rajab	11930926

1) Dois trocadores de calor acoplados em série são utilizados para realizar o tratamento térmico em um determinado processo. Cada um dos dois trocadores possui regime de escoamento que pode ser aproximado para um tanque perfeitamente agitado. O fluido atravessa o primeiro trocador onde o fluido é aquecido, depois ele segue para um tubo de retenção e em seguida o fluido é resfriado no segundo trocador (Figura 1). Exceto a temperatura, as características do fluido podem ser consideradas constantes e são:  $c_p$  (médio): 4,175 kJ/kg.K e  $r$  (média): 995 kg/m<sup>3</sup>. Os trocadores possuem volumes diferentes ( $V_1 = 0,075$  m<sup>3</sup> e  $V_2 = 0,040$  m<sup>3</sup>). Os valores dos parâmetros no estado estacionário são descritos na Tabela 1. Considere:  $F$  constante; fluido incompressível.

a) Determine as funções de transferência que descrevem o processo no trocador de aquecimento (1) e calcule os valores dos ganhos e das constantes de tempo das respectivas funções de transferência.

b) Determine a função de transferência para o processo no trocador de resfriamento (2), não esquecendo de levar em conta o efeito do tubo de retenção.

c) Considerando que não variação em  $Q_1$  (energia fornecida ao **trocador 1** em kJ/h) e em  $Q_2$  (energia removida no **trocador 2** em kJ/h), calcule a variação na temperatura de saída  $T_2$  frente a uma variação na forma de degrau de amplitude 5 em  $T_0$ .

Tabela 02: Valores dos parâmetros no estado estacionário.

Parâmetro	$t_0$ (s)	F (l/s)	$T_0$ (°C)	$T_1$ (°C)	$T_1^*$ (°C)	$T_2$ (°C)
Valor	30	0,5	10	72	72	20

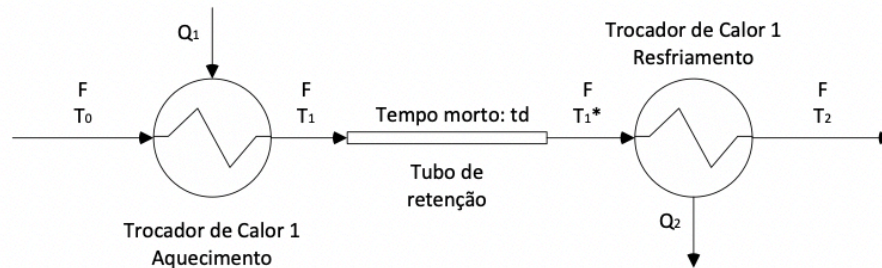


Figura 01: Esquema dos trocadores de calor.

1

## RESOLUÇÃO

a) FT, ganho e constante de tempo no tanque 1:

Hipóteses:

- F constante
  - Fluido incompressível
  - densidade constante
  - volume constante
  - sem variação da energia cinética
- Balanço de energia ( $T_R = 0$ ):

$$H_0 \cdot F \cdot \rho - H_1 \cdot F \cdot \rho + Q_{1(t)} = \frac{d[\rho \cdot V_1 \cdot Cp \cdot (T_1 - T_R)]}{dt}$$

$$Cp \cdot (T_{0(t)} - T_R) \cdot F \cdot \rho - Cp \cdot (T_{1(t)} - T_R) \cdot F \cdot \rho + Q_{1(t)} = \frac{d[\rho \cdot V_1 \cdot Cp \cdot (T_1 - T_R)]}{dt}$$

$$Cp \cdot T_{0(t)} \cdot F \cdot \rho - Cp \cdot T_{1(t)} \cdot F \cdot \rho + Q_{(t)} = \rho \cdot V_1 \cdot Cp \cdot \frac{dT_1}{dt}$$

$$\frac{F}{V_1} \cdot T_{0(t)} - \frac{F}{V_1} \cdot T_{1(t)} + \frac{1}{\rho \cdot V_1 \cdot Cp} \cdot Q_{1(t)} = \frac{dT_1}{dt}$$

- Reescrevendo na variável desvio:

$$\frac{F}{V_1} \cdot T'_{0(t)} - \frac{F}{V_1} \cdot T'_{1(t)} + \frac{1}{\rho \cdot V_1 \cdot Cp} \cdot Q'_{1(t)} = \frac{dT_1}{dt}$$

- Aplicando a Transformada de Laplace:

$$\frac{F}{V_1} \cdot \bar{T}_{0(t)} - \frac{F}{V_1} \cdot \bar{T}_{1(t)} + \frac{1}{\rho \cdot V_1 \cdot C_p} \cdot \bar{Q}_{1(t)} = \bar{T}_{1(t)} \cdot S$$

$$\bar{T}_{1(t)} = \frac{\frac{F}{V_1}}{\frac{F}{V_1} + S} \cdot \bar{T}_{0(t)} + \frac{\frac{1}{\rho \cdot V_1 \cdot C_p}}{\frac{F}{V_1} + S} \cdot \bar{Q}_{1(t)}$$

- Função de transferência para trocador de calor 1:

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{\frac{V_1}{F} \times S + 1} \cdot T_0 + \frac{\frac{1}{\rho C_p F}}{\frac{V_1}{F} \times S + 1} \cdot \bar{Q}_1$$

Ou seja  $\bar{T}_1 \rightarrow \bar{T}_0$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{\frac{V_1}{F} \times S + 1} \times T_0 \text{ (função de transferência 1)}$$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{\frac{0,075 \text{ m}^3}{0,5 \left[ \frac{\text{L}}{\text{s}} \right] \left[ \frac{\text{m}^3}{1000\text{l}} \right]}} \times S + 1$$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{150 \times S + 1} \times T_0 \text{ (equação 1)}$$

$$K_{p1} = 1$$

$$\tau_{p1} = 150 \text{ s}$$

$$\bar{T}_1 = \frac{\frac{1}{\rho C_p F}}{\frac{V_1}{F} \times S + 1} \times \bar{Q}_1 \text{ (função de transferência 2)}$$

$$\bar{T}_1 = \frac{\left( \frac{1}{995 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \times 4,175 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right] \times 0,5 \left[ \frac{\text{L}}{\text{s}} \right] \left[ \frac{\text{m}^3}{1000\text{l}} \right]} \right)}{\left( \frac{0,075 \text{ m}^3}{0,5 \left[ \frac{\text{L}}{\text{s}} \right] \left[ \frac{\text{m}^3}{1000\text{l}} \right]} \times S + 1 \right)} \times \bar{Q}_1$$

$$\bar{T}_1 = \frac{0,481}{150 \times S + 1} \times \bar{Q}_1 \text{ (equação 2)}$$

$$K_{p2} = 0,481$$

$$\tau_{p2} = 150 \text{ s}$$

b) Balanço de massa DST para o tubo:

- Linearizando por aproximação de Padé (sistemas dinâmicos com td)

$$T^*_{1(s)} = \frac{1 - \frac{td \cdot s}{2}}{1 + \frac{td \cdot s}{2}} \times \bar{T}_{1(s)}$$

$$\bar{T}^*_{1(s)} = \frac{1 - \frac{30[s] \cdot s}{2}}{1 + \frac{30[s] \cdot s}{2}} \cdot \left( \frac{1}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{T}_{0(t)} + \frac{0,481}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{Q}_{1(t)} \right)$$

$$\bar{T}^*_{1(s)} = \frac{1 - 15[s] \cdot s}{1 + 15[s] \cdot s} \cdot \left( \frac{1}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{T}_{0(t)} + \frac{0,481}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{Q}_{1(t)} \right)$$

- Para o Tanque 2 temos:

$$Cp \cdot (T_{2(t)} - T_R) \cdot F \cdot \rho - Cp \cdot (\bar{T}_{1(s)} - T_R) \cdot F \cdot \rho + Q_{2(t)} = \frac{d[\rho \cdot V_2 \cdot Cp \cdot (T_2 - T_R)]}{dt}$$

$$Cp \cdot T_{2(t)} \cdot F \cdot \rho - Cp \cdot \bar{T}_{1(s)} \cdot F \cdot \rho + Q_{2(t)} = \rho \cdot V_2 \cdot Cp \cdot \frac{dT_2}{dt}$$

$$\frac{F}{V_2} \cdot T_{2(t)} - \frac{F}{V_2} \cdot \bar{T}_{1(s)} + \frac{1}{\rho \cdot V_2 \cdot Cp} \cdot Q_{2(t)} = \frac{dT_2}{dt}$$

- Reescrevendo na variável desvio:

$$\frac{F}{V_2} \cdot T'_{2(t)} - \frac{F}{V_2} \cdot \bar{T}'_{1(s)} + \frac{1}{\rho \cdot V_2 \cdot Cp} \cdot Q'_{2(t)} = \frac{dT'_2}{dt}$$

- Aplicando a Transformada de Laplace:

$$\frac{F}{V_2} \cdot \bar{T}'_{1(s)} - \frac{F}{V_2} \cdot \bar{T}'_{2(s)} + \frac{1}{\rho \cdot V_2 \cdot Cp} \cdot \bar{Q}'_{2(t)} = \bar{T}'_{2(t)} \cdot S$$

$$\bar{T}'_{2(t)} = \frac{1}{\frac{0,04}{0,0005} \times S + 1} \cdot \frac{1 - 15[s] \cdot s}{1 + 15[s] \cdot s} \cdot \left( \frac{1}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{T}'_{0(t)} + \frac{0,481}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{Q}'_{1(t)} \right) + \frac{\frac{1}{995 \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \times 4,175 \left[ \frac{kJ}{kg \cdot K} \right] \times 0,5 \left[ \frac{L}{s} \right] \left[ \frac{m^3}{1000L} \right]}}{\frac{0,04}{0,0005} \times S + 1} \cdot \bar{Q}'_{2(t)}$$

$$\bar{T}'_{2(t)} = \frac{1}{80 \times S + 1} \cdot \frac{1 - 15[s] \cdot s}{1 + 15[s] \cdot s} \cdot \left( \frac{1}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{T}'_{0(t)} + \frac{0,481}{150 \cdot S + 1} \cdot \bar{Q}'_{1(t)} \right) + \frac{0,481}{80 \times S + 1} \cdot \bar{Q}'_{2(t)}$$

(Equação 3)

c) Aplicando o Teorema do valor final em (3):

$$\lim_{t \rightarrow 0} F^{(t)} = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \bar{F}_{(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \bar{T}_{2(s)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{1}{80 \times s + 1} \cdot \frac{1 - 15[s] \cdot s}{1 + 15[s] \cdot s} \cdot \left( \frac{1}{150 \cdot s + 1} \cdot \bar{T}_{0(t)} + \frac{0,481}{150 \cdot s + 1} \cdot \bar{Q}_{1(t)} \right) + \frac{0,481}{80 \times s + 1} \cdot \bar{Q}_{2(t)} \right]$$

$$\text{onde: } \bar{T}_{0(s)} = \frac{A}{s} = \frac{5^\circ\text{C}}{s} \text{ e } \bar{Q}_{1(t)} = \bar{Q}_{2(t)} = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{1}{80 \times s + 1} \cdot \frac{1 - 15[s] \cdot s}{1 + 15[s] \cdot s} \cdot \frac{1}{150 \cdot s + 1} \cdot \frac{5^\circ\text{C}}{s} \right]$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} : \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot 5 = 5^\circ\text{C}$$

**Resposta:** Variação na  $T_2 = 5^\circ\text{C}$