10

6° Trabalho em Grupo – Comportamento dinâmico de sistemas de 2ª. ordem

Grupo: Grupo 09 - Diurno

Nomes:	Esther Salita Araujo M.	Ana Carolina Lopes
	Guilherme Furlan	Camilla Bortolossi
	Maria Eduarda Lima	

1) Uma mudança em degrau na pressão de um vaso de 15 para 24 psi resulta em uma resposta no medidor de pressão de acordo com a Figura 1. Assuma dinâmica de segunda ordem, calcule todos os parâmetros importantes e escreva a FT na forma:

$$\frac{\overline{Rm}(s)}{\overline{P}(s)} = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

Em que Rm → instrumento de medida (mm); P → pressão (psi)

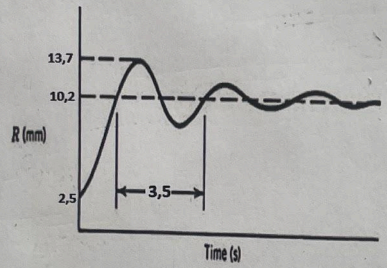


Figura 1: Resposta dinâmica do sistema de medida

2) Encontre a função de transferência, de um sistema composto por 2 tanques em série como mostrado na Figura 2, que descreva o comportamento do sistema ($h_2(t)$) frente a uma perturbação na vazão de entrada (F_0 (t)).

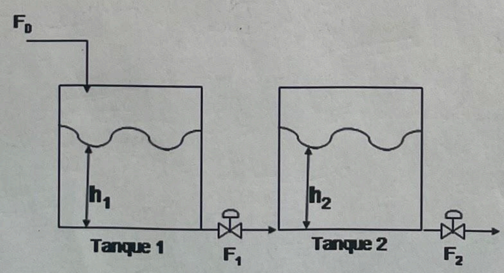


Figura 2: Tanques em série

Considere: $F_1 = \beta\sqrt{h_1 - h_2}$ $F_2 = \beta\sqrt{h_2}$ em que β é o termo associado às resistências aos fluxos volumétricos F_1 e F_2, respectivamente.

01) $OS = \frac{A}{B} \rightarrow OS = \frac{3,5}{7,7} \rightarrow OS = 0,4545 = \exp\left(\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$

$\frac{C}{A} = OS^2 \rightarrow OS^2 = 0,2065$

$\ln 0,4545 = \frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \rightarrow (-0,7885)^2 . (\sqrt{1-\zeta^2})^2 = (-\pi . \zeta)^2$

$0,6218 . (1-\zeta^2) = 9,8696 \zeta^2$

$0,6218 - 0,6218 \zeta^2 = 9,8696 \zeta^2$

$10,4914 \zeta^2 = 0,6218$

$\zeta^2 = 0,0593$

$\zeta = 0,2434$ e

$T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow 3,5 = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = 1,7943$

$1,7943 = \frac{\sqrt{1-0,2434^2}}{\tau_p}$

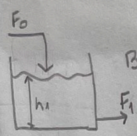
$\tau_p = 0,5405$ c

$t_p = \frac{\pi . 0,5405}{\sqrt{1-0,2434^2}} \rightarrow t_p = \frac{1,6972}{0,9699} \rightarrow t_p = 1,7498$

$K_p = \frac{7,7}{9} \rightarrow K_p = 0,8555 \text{ mm/pa}$

$$\frac{\bar{R}m(s)}{\bar{P}(s)} = \frac{0,8555}{0,5405^2 . s^2 + 2 . 0,2434 . 0,5405 . s + 1}$$

02)



Tanque 1

$BM = F_0 \rho - F_1 \rho = \rho . \frac{A\,dh_{1(t)}}{dt}$

$F_{0(t)} - F_1 = \frac{A\,dh_1}{dt} \rightarrow F_{0(t)} - (\beta \sqrt{h_{1(t)} - h_{2(t)}}) = \frac{A\,dh_{1(t)}}{dt}$ (EDO) não-linear

$F_1 = \beta \sqrt{h_{1(t)} - h_{2(t)}}$

no estado estacionário:

$F_{0ss} - (\beta \sqrt{h_1 - h_2}) = 0$

linearizando o termo não linear:

$$\sqrt{h_{1(t)} - h_{2(t)}} \approx \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} + \frac{1}{2 . \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} (h_{1(t)} - h_{1ss}) - \frac{1}{2 . \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} (h_{2(t)} - h_{2ss})$$

Substituindo na (EDO):

$$F_{0(t)} - \beta . \left(\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} + \frac{1}{2 . \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} (h_{1(t)} - h_{1ss}) - \frac{1}{2 . \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} (h_{2(t)} - h_{2ss})\right) = A_1 . \frac{dh_1}{dt}$$ (EDO linearizada)

Subtraindo o estado estacionário da EDO linearizada:

$$(F_{0(t)} - F_{0ss}) - \cancel{\beta \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} + \cancel{\beta \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} + \frac{1}{2 . \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} (h_{1(t)} - h_{1ss}) - \frac{1}{2 . \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} (h_{2(t)} - h_{2ss}) = \frac{A\,dh_1}{dt}$$

Escrevendo na forma de variável desvio:

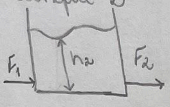
$$F_{0(t)}' - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} . h_1'(t) + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} . h_{2(t)}' = \frac{A\,dh_1'}{dt}$$

Aplicando a T.L.:

$$\bar{F}_{0(s)} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} . \bar{h}_{1(s)} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} . \bar{h}_{2(s)} = A_1 s . \bar{h}_{1(s)} \rightarrow \bar{h}_{1(s)} . \left(A_1 s + \frac{\beta}{1/2 \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}}\right) = \bar{F}_{0(s)} + \frac{\beta \bar{h}_{2(s)}}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}}$$

$$\bar{h}_{1(s)} = \frac{\dfrac{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}{\beta}}{\dfrac{2A_1\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}{\beta}\cdot s+1}\cdot\bar{F}_{0(s)} - \frac{1}{\dfrac{2A_1\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}\cdot s+1}{\beta}}\cdot\bar{h}_{2(s)}$$

Tanque 2



$$BM: F_1\cancel{\rho} - F_2\cancel{\rho} = \frac{dAh_{(t)}}{dt} \rightarrow F_{1(t)} - F_{2(t)} = \frac{dAh_{2(t)}}{dt}$$

$F_1 = \beta\sqrt{h_{1(t)}-h_{2(t)}}$ e $F_2 = \beta\sqrt{h_{2(t)}}$

$$\beta\sqrt{h_{1(t)}-h_{2(t)}} - \beta\underbrace{\sqrt{h_{2(t)}}}_{} = \frac{dAh_{2(t)}}{dt} \quad \text{(EDO) não linear}$$

no estado estacionário:

$$\beta\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}} - \beta\sqrt{h_{2ss}} = 0$$

linearizando: $\sqrt{h_{2ss}} + \dfrac{1}{2\sqrt{h_{2ss}}}(h_{2(t)} - h_{2ss})$

Escrevendo na forma de variável desvio

$$\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\cdot h'_{1(t)} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\cdot h'_{2(t)} - \frac{1}{2\sqrt{h_{2ss}}}\cdot h'_{2(t)} = A_2\frac{dh'_{2(t)}}{dt}$$

Aplicando a T.L.:

$$\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\cdot\bar{h}_{1(s)} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\cdot\bar{h}_{2(s)} - \frac{1}{2\sqrt{h_{2ss}}}\bar{h}_{2(s)} = A_2 s\bar{h}_{2(s)}$$

$$sA_2\bar{h}_{2(s)} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\cdot\bar{h}_{2(s)} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}}\cdot\bar{h}_{2(s)} = \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\bar{h}_{1(s)}$$

$$\bar{h}_{2(s)}\left(A_2 s + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}}\right) = \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\cdot\bar{h}_{1(s)}$$

$$\bar{h}_{2(s)}\left[A_2 s + \frac{\beta\left(\sqrt{h_{2ss}}+\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}\right)}{2\sqrt{h_{2ss}}\cdot\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\right] = \frac{\beta\cdot h_{1(s)}}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}$$

$$\bar{h}_{2(s)} = \frac{\dfrac{\sqrt{h_{2ss}}}{\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}}{\dfrac{2A_2\sqrt{h_{2ss}}\cdot\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}{\beta\left(\sqrt{h_{2ss}}+\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}\right)}\cdot s+1}\cdot\bar{h}_{1(s)} \rightarrow \bar{h}_{2(s)} = \frac{K_{P_2}}{\tau_{P_2}s+1}\left[\frac{K_{P_1}}{\tau_{P_1}s+1}\cdot\bar{F}_{0(s)} + \frac{1}{\tau_{P_1}\cdot s+1}\bar{h}_{2(s)}\right]$$

$$\bar{h}_{2(s)}\left[1 - \frac{K_{P_2}}{(\tau_{P_1}s+1)\cdot(\tau_{P_2}s+1)}\right] = \frac{K_{P_1}\cdot K_{P_2}}{(\tau_{P_1}s+1)(\tau_{P_2}s+1)}\cdot\bar{F}_{0(s)}$$

$$\bar{h}_{2(s)}\left[\frac{\tau_{P_1}\tau_{P_2}s^2 + (\tau_{P_1}+\tau_{P_2})s + 1 - K_{P_2}}{(\tau_{P_1}s+1)(\tau_{P_2}s+1)}\right] = \frac{K_{P_1}K_{P_2}}{(\tau_{P_1}s+1)(\tau_{P_2}s+1)}\bar{F}_{0(s)}$$

$$\bar{h}_2(s) = \frac{K_{P1} K_{P2}}{\tau_{P1} \tau_{P2} s^2 + (\tau_{P1} + \tau_{P2}) s + 1 - K_{P2}} \cdot \bar{F}_0(s)$$

$$\bar{h}_2(s) = \frac{\dfrac{K_{P1} \cdot K_{P2}}{1 - K_{P2}}}{\dfrac{\tau_{P1} \cdot \tau_{P2}}{1 - K_{P2}} s^2 + \dfrac{(\tau_{P1} + \tau_{P2})}{1 + K_{P2}} s + 1} \cdot \bar{F}_0(s)$$