6,0

6° Trabalho em Grupo – Comportamento dinâmico de sistemas de 2ª. ordem

Grupo: 10		

Nomes:	Giulia Venturini	Matheus Felizardo
Bianca Caponi	Luma Matias	
Daniela Steula	Lara Biaggi	

1) Uma mudança em degrau na pressão de um vaso de 15 para 24 psi resulta em uma resposta no medidor de pressão de acordo com a Figura 1. Assuma dinâmica de segunda ordem, calcule todos os parâmetros importantes e escreva a FT na forma:

$$\frac{\overline{Rm}(s)}{\overline{P}(s)} = \frac{K_b}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

Em que Rm → instrumento de medida (mm); P → pressão (psi)

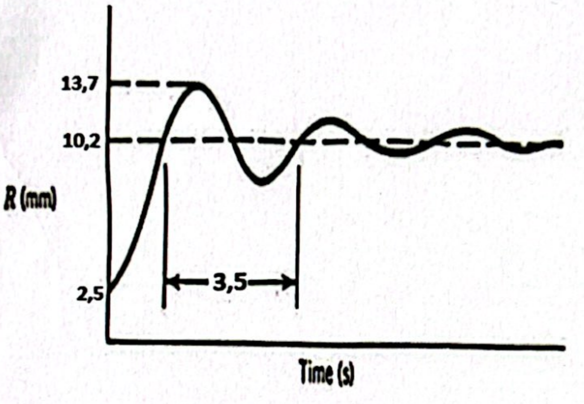

Figura 1: Resposta dinâmica do sistema de medida

2) Encontre a função de transferência, de um sistema composto por 2 tanques em série como mostrado na Figura 2, que descreva o comportamento do sistema ($h_2(t)$) frente a uma perturbação na vazão de entrada (F_0 (t)).

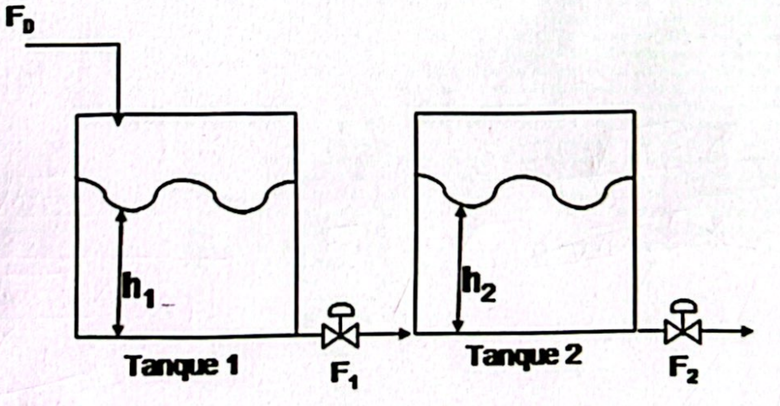

Figura 2: Tanques em série

Considere: $F_1 = \beta\sqrt{h_1 - h_2}$ $\qquad$ $F_2 = \beta\sqrt{h_2}$ $\qquad$ em que β é o termo associado às resistências aos fluxos volumétricos F_1 e F_2, respectivamente.

1

$A = 13{,}7 - 10{,}2 = 3{,}5.$

$B = 10{,}2 - 2{,}5 = 7{,}7$

$$\frac{A}{B} = \exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

$$\frac{3{,}5}{7{,}7} = \exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

$$\ln 0{,}4545 = \left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

$$-0{,}7885 = \left(\frac{-\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

$$\left(0{,}7885 \cdot \sqrt{1-\xi^2}\right)^2 = (\pi \cdot \xi)^2$$

$$\left(0{,}6217 \cdot (1-\xi^2)\right) = \pi^2 \cdot \xi^2$$

$$0{,}6217 - 0{,}6217 \cdot \xi^2 = \pi^2 \cdot \xi^2$$

$$\xi^2 \cdot (\pi^2 + 0{,}6217) = 0{,}6217$$

$$\xi = \sqrt{\frac{0{,}6217}{\pi^2 + 0{,}6217}}$$

$$\boxed{\xi = 0{,}2434}$$

$T \cdot w = 2\pi$

$$w = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau_p}$$

$$T \cdot \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau_p} = 2\pi$$

$$T \cdot \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi} = \tau_p.$$

$$3{,}5 \cdot \frac{\sqrt{1-0{,}2434^2}}{2\pi} = \tau_p$$

$$\boxed{\tau_p = 0{,}5403.}$$

$$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta c} = \frac{(10{,}2 - 2{,}5)}{(24 - 15)} = \frac{7{,}7}{9}$$

$$\boxed{K_p = 0{,}8556}$$

$$\frac{\bar{R}_m(s)}{\bar{P}(s)} = \frac{0{,}8556}{0{,}2919 \cdot s^2 + 2 \cdot 0{,}2434 \cdot 0{,}5403 \cdot s + 1} \Rightarrow \frac{\bar{R}_m(s)}{\bar{P}(s)} = \frac{0{,}8556}{0{,}2919 \cdot s^2 + 0{,}2630 \cdot s + 1}$$

EXERCÍCIO 2:

(2.) B.M. p/ TANQUE 1:

3,0/7,0

$$\rho_0 \cdot F_0 - \rho_1 \cdot F_1 = \frac{dM}{dt}$$

$$\cancel{\rho_0} \cdot F_0 - \cancel{\rho_1} \cdot F_1 = \cancel{\rho} \cdot \frac{dV_1}{dt}$$ DENSIDADE CONSTANTE

$$F_0 - F_1 = d\left(\frac{A_1 h_1}{dt}\right)$$

$$F_0 - F_1 = \frac{A_1 dh_1}{dt}$$

$$F_0 - \beta \cdot \sqrt{h_1 - h_2} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

• ESTADO ESTACIONÁRIO:

$$F_{0_{ss}} - \beta \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} = 0$$

• LINEARIZANDO:

$$\sqrt{h_{1(t)} - h_{2(t)}} \approx \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot (h_{1(t)} - h_{1ss}) - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot (h_{2(t)} - h_{2ss})$$

• SUBSTITUINDO NA EQ. ORIGINAL:

$$F_0 - \beta \cdot \left[\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot (h_1 - h_{1ss}) - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot (h_2 - h_{2ss})\right] = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

• SUBTRAINDO O ESTADO ESTACIONÁRIO:

$$(F_0 - F_{0ss}) - \beta \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} - \frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot (h_1 - h_{1ss}) + \frac{\beta}{2 \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot (h_2 - h_{2ss}) +$$

$$\beta \cdot \sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

• ESCREVENDO NA FORMA DE VARIÁVEL DESVIO:

$$F'_{0(t)} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot h'_{1(t)} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot h'_{2(t)} = A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

$$\mathcal{L}\left\{F'_{0(t)} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot h'_{1(t)} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot h'_{2(t)}\right\} = \mathcal{L}\left\{A_1 \frac{dh_1}{dt}\right\}$$

$$\bar{F}_{0(s)} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_{1s} + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss} - h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_{2s} = A_1 s \cdot \bar{h}_{1s}$$

Scanned with CamScanner

$$\bar{F}_{o_S} = \left[\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_{1S} - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}}\right] \cdot \bar{h}_{2S} + A_1 S \cdot \bar{h}_{1S}$$

FALTOU A F.T.

BM NO TQUE 2:

$$\rho_1 \cdot F_1 - \rho_2 \cdot F_2 = \frac{dM}{dt}$$

$$\cancel{\rho_1} \cdot F_1 - \cancel{\rho_2} \cdot F_2 = \cancel{\rho} \cdot A_2 \frac{dh_2}{dt} \quad \rightarrow \text{DENS. CONSTANTE}$$

$$\beta \cdot \sqrt{h_1 - h_2} - \beta \cdot \sqrt{h_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

• LINEARIZANDO:

$$\sqrt{h_2} \approx \left[\sqrt{h_{2ss}} + \frac{1}{2\sqrt{h_{2ss}}} \cdot (h_2 - h_{2ss})\right]$$

• SUBSTITUINDO E SUBTRAINDO O ESTADO ESTACIONÁRIO:

$$\left[\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot (h_1 - h_{1ss}) - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot (h_2 - h_{2ss})\right] - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}} \cdot (h_2 - h_{2ss}) = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

• ESCREVENDO NA FORMA DE VARIÁVEL DESVIO:

$$\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot h_1'(t) - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot h_2'(t) - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}} \cdot h_2'(t) = A_2 \frac{dh_2'}{dt}$$

• TRANSFORMADA DE LAPLACE:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot h_1'(t) - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot h_2'(t) - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}} \cdot h_2'(t)\right\} = \mathcal{L}\left\{A \cdot \frac{dh_2'}{dt}\right\}$$

$$\left[\frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_1(s) - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{1ss}-h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_2(s)\right] - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_2(s) = A_2 S \cdot \bar{h}_{2S} +$$

$$\left[\bar{F}_{o_S} - A \cdot S \cdot \bar{h}_{1S}\right] - \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}} \cdot \bar{h}_2(s) = A \cdot S \cdot \bar{h}_2(s)$$

$$\bar{h}_2(s) \cdot \left[A \cdot S + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}}\right] = \bar{F}_{o_S} + A \cdot S \cdot \bar{h}_{1S}$$

$$\bar{h}_2(s) = \frac{1}{A \cdot S + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}}} \cdot \frac{\bar{F}_{o_S} + A \cdot S}{A \cdot S + \frac{\beta}{2\sqrt{h_{2ss}}}} \cdot \bar{h}_{1S}$$

$$\bar{h}_2(s) = \left(\frac{\frac{2\sqrt{h_{2ss}}}{\beta}}{\frac{2\cdot\sqrt{h_{2ss}}\cdot A}{\beta}\cdot s+1} \cdot \bar{F}_{0(s)} \right) - \frac{\frac{2\sqrt{h_{2ss}}\cdot A\cdot s}{2\ \beta}}{\frac{2\sqrt{h_{2ss}}\cdot A}{\beta}\cdot s+1} \cdot \bar{h}_{1(s)}$$

?

$$K_{p1} = 2\cdot\sqrt{\frac{h_{2ss}}{\beta}}$$

$$\tau_{p1} = 2\sqrt{\frac{h_{2ss}}{\beta}}\cdot A$$