10

matéria | data

# 4º Trabalho em Grupo

Nomes:

Edrick Blasse Galvão Pereira (11930930)

Lorena Maria Ferreira Santos (10370771)

Maria Giulia Durango Gaspar (11931799)

Sabrina Sayuri Fujita (10730150)

## Questão 1-

→ Encontrar os dados para completar a função de transferência

$$\bar{y}(s) = \frac{K_p\,C_i(s)}{\tau_p S + 1}$$

• $K_p = \frac{\Delta y(t)}{\Delta C(t)} = \frac{\text{variação na saída}}{\text{variação na entrada}} = \frac{3}{3} = 1\,lb/ft^3/s$

• No gráfico $t = 6s$, sabendo que $t = 5\tau_p$

$5\tau_p = 6$

$\tau_p = 1{,}2\,s$

→ Substituindo os valores na FT

$$\bar{C}_m = \frac{1}{1{,}2S+1} \cdot C$$

## Questão 2-

a) Encontrar a FT entre h e q

Dados

Sistema I

$d_1 = 4ft$

$q(t) = 8{,}33h(t)$

$h = 6ft$

$q = 50gal/min$

Sistema II

$d_2 = 4ft$

$h = 6ft$

$q = 50gal/min$

$A = \pi \cdot 2^2 = 12{,}57 ft^2$

Hipóteses

→ densidade constante

→ $A_{ST}$ constante

matéria | data

→ B.M. do Sistema 1

entra - sai + produzido - consumido = acumula

$\rho_i q_i(t) - \rho_2 q_2(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \frac{d(Ah\rho)}{dt} = A\rho\frac{dh}{dt}$

• Estado estacionário

$q_i(ss) - qh(ss) = 0$

→ Substituindo os dados

$q_i(t) - q \cdot h' = A \cdot dh'/dt$ $\qquad q(h) = 8{,}33\,h(t)$

$q_i' - 1{,}113h' = A\,dh'/dt$ $\qquad q = 1{,}113\,h(t)$

$\frac{1}{A}(q_i' - 1{,}113h') = \frac{dh'}{dt}$

• Aplicando Laplace

$\mathcal{L}\,\frac{dh'}{dt} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{A}(q_i' - 1{,}113h')\right\} \rightarrow S\bar{h}(s) = \frac{1}{A}(\bar{q}_i(s) - 1{,}113h'(s))$

$\frac{S.A}{1{,}113}\bar{h}(s) + h(s) = 0{,}90 \cdot \bar{q}(s) \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{0{,}90 \cdot \bar{q}_i(s)}{(S.A/1{,}113) + 1}$

$\boxed{h(s) = \frac{0{,}9}{11{,}295+1} \cdot \bar{q}_i(s)}$

→ B.M. do Sistema 2

$q_i(t) \cdot \rho - q(t)\rho = dM(t)/dt = d(\rho \cdot V)/dt$

$q_i(t) - q(t) = A\,dh/dt$

• Estado estacionário

$q_i(ss) - q(ss) = 0$ $\qquad q_i' = A\frac{dh'}{dt}$

$q_i'(t) - q'(t) = A \cdot dh'/dt$

$\mathcal{L}\{A\frac{dh'}{dt}\} = \mathcal{L}\{q_i'\} \rightarrow A.S.\bar{h}(s) = \bar{q}_i(s)$

$\bar{h}(s) = \frac{\bar{q}_i(s)}{A.S} \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{1}{12,57.S} . \bar{q}_i(s)$

b) A resposta transiente $h(t)$

→ Substituir $\bar{q}_i(s)$

. função degrau = amplitude 20 e $1/s \cdot 20$

. indo de 50 a 10 gal/min a qi

→ Sistema 1:

$\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,29.S+1} . \overset{\bar{q}_i(s)}{\frac{20}{S}} \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{18}{11,29S^2+S}$

. Aplicando $\mathcal{L}^{-1}$: $\boxed{h(t) = \frac{18(1-e^{t})}{11,29}}$

→ Sistema 2:

$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,57.S} . \frac{20}{S} = \frac{1,59}{S^2}$

$\mathcal{L}^{-1} \rightarrow \boxed{h(t) = 1,59t}$

c) Novos estados estacionários

. S = 20 gal/min (amplitude) ⇒ 2,67 ft³/min

→ Sistema 1

$\bar{h}(s) = \frac{0,90}{11,29S+1} . \frac{2,67}{S}$ → Teorema VF

$\lim_{s\to 0} \bar{h}(s).S = \lim_{s\to 0} \left[\frac{0,9}{11,29S+1} . \frac{2,67}{S}\right].S = 2,4 ft$

h final = 6+2,4

$\boxed{h\ final = 8,4\ ft}$

matéria | data

spiral

→ Sistema 2

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot S} \cdot \frac{2{,}67}{S} \rightarrow \lim_{S\to 0} \bar{h}(s) \cdot S = \lim_{S \to 0}\left[\frac{1}{12{,}57 \cdot S} \cdot \frac{2{,}67}{S}\right] = \infty$$

Como o aumento é linear em relação ao tempo, então não há um valor fixo (infinito)

d) Se $h = 8ft$, qual transborda primeiro, e quando?

→ Sistema 1:

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}9}{11{,}29S+1} \cdot \frac{2{,}67}{S} \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{2{,}4}{S(11{,}29S+1)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}: h(t) = 2{,}4\left(1 - e^{\frac{-t}{11{,}29}}\right) \rightarrow 0{,}833 = 1 - e^{\frac{-t}{11{,}29}} \rightarrow t \cong 20{,}2 \text{ min}$$

→ Sistema 2:

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot S + 1} \cdot \frac{2{,}67}{S} \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{2{,}67}{12{,}57 \cdot S^2} = \frac{0{,}21}{S^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}: h(t) = 0{,}21t \rightarrow 2 = 0{,}21t \rightarrow t \cong 9{,}5 \text{ min}$$

→ Comparação:

Observando os dois sistemas, o sistema 2 transbordará primeiro já que seu t é menor.