* TG 4 - CONTROLE DE PROCESSOS - GRUPO 7

NOMES	Nº USP
ESTHER TALITA ARAUJO MUNIZ	11915630
GABRIEL PONTES MOEDIM	11370599
GUILHERME GARIB	11214090
ISADORA DE CASTRO LIMA	11910580
LAURA DOS SANTOS XAVIER	11798724
YASMIN GABRIELE BIASSI	11912168

10

1) * considerando no estado estacionário → $t = t_s$

$$t = 5\,\tau_p$$

$$\tau_p = 1{,}4\,s$$

* para encontrar K_p

$$K_p = \frac{\Delta Cm}{\Delta massa} = \frac{(4-1)}{3} \Rightarrow K_p = 1$$

2) * DADOS

$d = 4\,ft$

SISTEMA I: $q(t) = 8{,}33\,h(t)$ ↓ $q(t) = 1{,}113\,ft^2/min$

ESTADO ESTACIONÁRIO:
$\begin{cases} h = 6\,ft \\ q_i = 50\,gal/min \end{cases}$

$t = 0 \to q_i = 70\,gal/min$

* HIPÓTESES:
→ densidade constante
→ área da seção transversal constante

a) → SISTEMA 1

* B.M.

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}$$

$$\frac{d(\rho . v)}{dt} = \rho . q_i - \rho\, q$$

$$\cancel{\rho}\frac{dv}{dt} = \cancel{\rho}(q_i - q)$$

$$\frac{dv}{dt} = q_i - q$$

$$\frac{d(A.h)}{dt} = q_i - q$$

$$A\,\frac{dh}{dt} = q_i - q$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}.(q_i - q)$$

* substituindo q:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(q_i - 1{,}113\,h)$$

* transformando em variáveis (pois não precisa linearizar)

$$\frac{dh_{ss}}{dt} = \frac{1}{A}(q_{iss} - 1{,}113\,h_{ss})$$

$$\frac{dh'}{dt} = \frac{1}{A}(q_i' - 1{,}113\,h')$$

* transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dh'}{dt}\right\} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{A}.(q_i' - 1{,}113\,h')\right\}$$

$$S.\bar{h}(s) = \frac{1}{A}(\bar{q}_i(s) - 1{,}113\,\bar{h}(s))$$

$$S.\bar{h}(s) + \frac{1{,}113}{A}.\bar{h}(s) = \frac{1}{A}\,\bar{q}_i(s)$$

$$\frac{S\,A}{1{,}113}.\bar{h}(s) + \bar{h}(s) = \frac{1}{1{,}113}.\bar{q}_i(s)$$

$$\bar{h}(s)\left(\frac{S\,A}{1{,}113} + 1\right) = 0{,}90\,\bar{q}_i(s)$$

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}90.\bar{q}_i(s)}{\frac{S\,A}{1{,}113} + 1}$$

* $A = \pi . r^2 = 12{,}57\,ft^2$

$$\therefore \boxed{\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}3S + 1}.\bar{q}_i(s)}$$

→ SISTEMA 2

* B.M

$$\frac{dm}{dt} = m_i - m$$

$$\frac{d(\rho . v)}{dt} = \rho . q_i - \rho . q$$

$$\cancel{\rho} \frac{dv}{dt} = \cancel{\rho} (q_i - q)$$

$$\frac{d(A h)}{dt} = q_i - q$$

$$A \frac{dh}{dt} = q_i - q \Rightarrow$$

* transformando em variaveis desvio

$$\frac{A \frac{dh_{ss}}{dt} = q_{iss} - q_{ss}}{A . \frac{d(h - h_{ss})}{dt} = (q_i - q_{ss}) - \overset{0}{\cancel{(q - q_{ss})}}} \Rightarrow A \frac{dh'}{dt} = q_i'$$

* transformadas de Laplace

$$\mathcal{L} \left\{ A \frac{dh'}{dt} \right\} = \mathcal{L} \left\{ q_i' \right\}$$

$$A . s . \bar{h}(s) = \bar{q}_i(s)$$

$$h(s) = \frac{1}{A s} . \bar{q}_i(s) \qquad \therefore \boxed{\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}56 s} \bar{q}_i(s)}$$

* EM RESUMO:

a) FT entre h e q_i

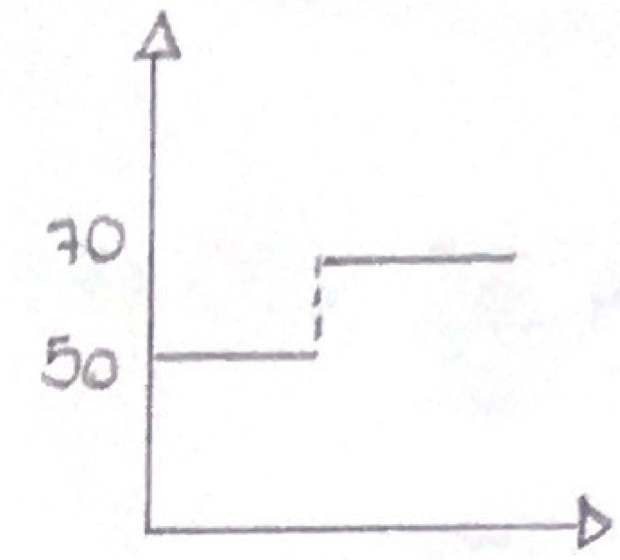
- SISTEMA 1: $\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}3 s} . \bar{q}_i(s)$

- SISTEMA 2: $\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}56 . s} . \bar{q}_i(s)$

b)

Para os sistemas I e II tem que ser função degrau: $\frac{1}{5}$ com amplitude 70-50

$\therefore \frac{20}{5}$



→ Para o sistema I:

$$\frac{\bar{h}(s)}{\bar{q}_i(s)} = \frac{0{,}12}{(1{,}5 \cdot s + 1)} \cdot \frac{20}{5}$$

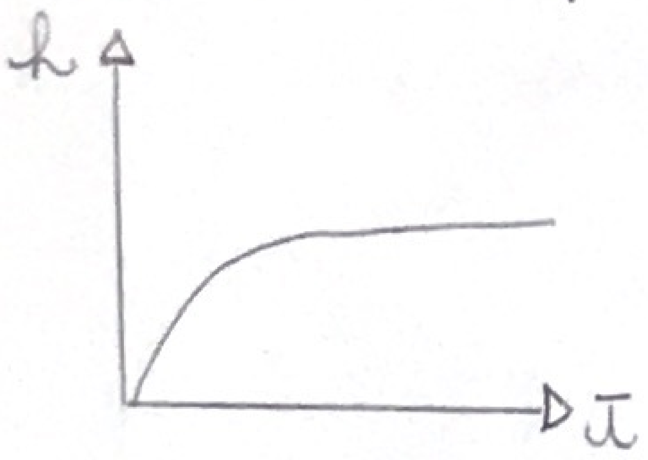
$$\text{——— || ———}$$

↳ $s = 0$

↳ $1{,}5 \cdot s + 1 = 0 \rightarrow s = -0{,}67$

→ Partindo do princípio que polos menores ou iguais a zero o processo irá para o estado estacionário, tornando-se um processo estável (regra 1)

↳ Polos reais e comportamento suavizado (Regra 2)



→ Para o sistema II:

$$\frac{\bar{h}(s)}{\bar{q}(s)} = \frac{1}{12{,}56 \cdot s} \cdot \frac{20}{5}$$

$$\text{——— || ———}$$

↳ $s = 0$

↳ $12{,}56 \cdot s = 0 \rightarrow s = 0 / 12{,}56$

não existe, é indeterminado e é positivo

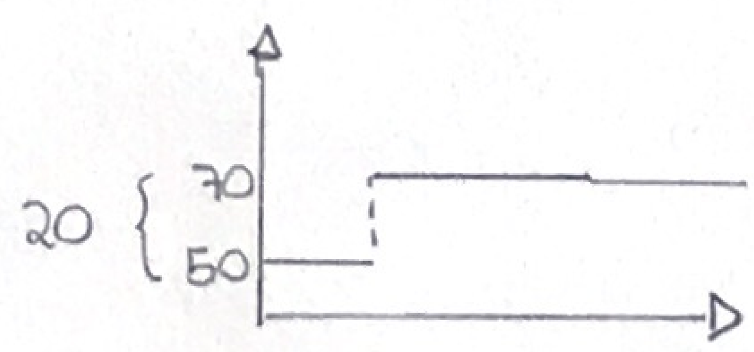
→ Partindo do princípio, não se aplica a polos menores ou iguais a zero e o processo não chegará ao estado estacionário, então trata-se de um processo instável (regra 1)

→ Uma das raízes é indeterminada (Regra 2)

c)

→ Para o sistema I:

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}32 \cdot s + 1} \, \bar{q}_i(s)$$



$$20 \, \frac{gal}{min} \cdot \frac{1{,}3368 \cdot 10^{-1} \, ft^3}{1 \, gal} = 2{,}68 \, \frac{ft^3}{min} \quad \therefore \quad \bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}32 \cdot s + 1} \cdot \frac{2{,}68}{s}$$

Aplicando o teorema do valor final:

$$\lim_{s \to 0} \bar{h}(s) \cdot s = \lim_{s \to 0} \left[\frac{0{,}90}{11{,}32 \cdot s + 1} \cdot \frac{2{,}68}{s} \right] \cdot s = 2{,}4 \text{ ft}$$

Altura final de líquido no tanque no novo estado estacionário:

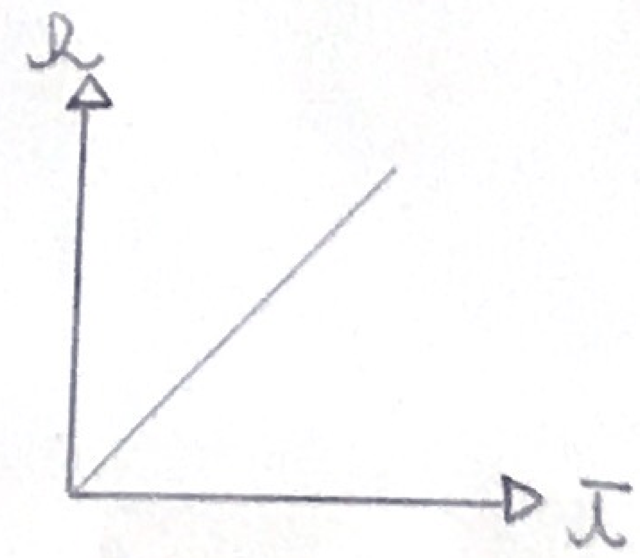
$$h = 6 + 2{,}4 = 8{,}4 \text{ ft}$$

→ Para o sistema II

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \bar{q}_1(s) \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \frac{2{,}68}{s}$$

Aplicando o teorema do valor final

$$\lim_{s \to 0} \bar{h}(s) \cdot s = \lim_{s \to 0} \left[\frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \frac{2{,}68}{\cancel{s}} \right] \cdot \cancel{s} \quad \therefore \quad h \to \infty$$



- não terá estado estacionário
- h aumenta linearmente ao longo do tempo

d)

→ Para o sistema I:

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}32s+1} \cdot \frac{2{,}68}{s}$$

Aplicando a Laplace Inversa. $\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{0{,}10}{11{,}32 s+1} \quad \frac{2{,}68}{s}\right\}$

$$h(t) = 2{,}4\,(1-\exp^{-t/11{,}32})$$

Sabendo que a altura inicial é a ft e que a altura máxima é de 8 ft, então o tanque irá transbordar após um aumento de 2 ft:

$$2{,}0 = 2{,}4\,(1-\exp^{-t/11{,}32}) \longrightarrow \frac{2}{2{,}4} = 1-\exp^{-t/11{,}32} \longrightarrow \exp^{-t/11{,}32}$$

$$\therefore \ln(\exp^{-t/11{,}32}) = \ln 0{,}17 \longrightarrow -t/11{,}32 = -1{,}77 \cdot (-1) \longrightarrow t = 20{,}0364 \text{ min}$$

→ Para o sistema II:

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 s} \cdot \frac{2{,}68}{s} = \frac{2{,}68}{12{,}57 \cdot s^2}$$

Aplicando a Laplace Inversa: $\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}(s)\} = \frac{2{,}68}{12{,}57}\,\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}$

$$h(t) = 0{,}21t \longrightarrow 2 = 0{,}21\,t \longrightarrow t = \frac{2}{0{,}21} \longrightarrow t = 9{,}52 \text{ min}$$

Então, 9,52 min é o menor tempo, significa que o sistema II transbordará primeiro