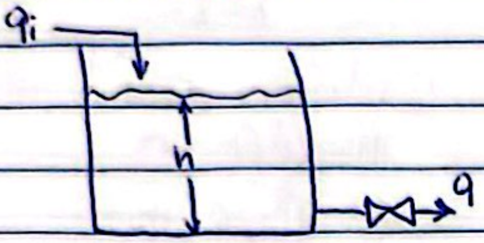
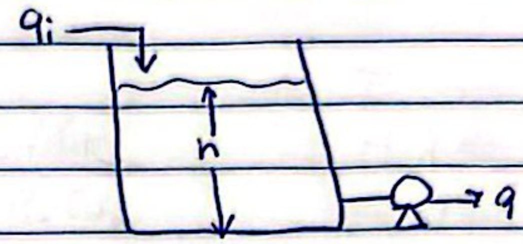
2) a) Sistema I



Sistema II



$q(t) = 8,33h(t)$

Balanço de massa global do Sistema I:

$$q_i(t)\rho_1 - q(t)\rho_2 = \frac{dM}{dt} = d(\rho.A.h)$$

$$q_i(t) - q(t) = A\frac{dh}{dt} \rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(q_i(t) - q(t)) \quad (1)$$

hipóteses:
- densidade constante
- área de seção transversal constante

Como $q = 1,113h$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(q_i(t) - 1,113h)$$

$q = 8,33h$; $q \rightarrow gal/min$ e $h \rightarrow ft$

$1gal = 1,3368.10^{-1}ft^3$

$\therefore 8,33\frac{gal}{min.ft} . 1,3368.10^{-1}\frac{ft^3}{gal} =$

$q = 8,33h = 1,113\frac{ft^3/min}{ft}$

Transformando em variáveis desvios:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(q_i(t) - 1,113h)$$

$$\frac{dh_{ss}}{dt} = \frac{1}{A}(q_{iss} - 1,113h_{ss})$$

$$\frac{dh'}{dt} = \frac{1}{A}(q_i' - 1,113h')$$

Aplicando a Transformada de Laplace:

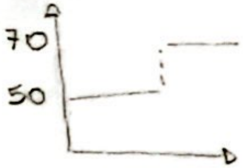
$$\mathcal{L}\left\{\frac{dh'}{dt}\right\} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{A}(q_i' - 1,113h')\right\}$$

$$s.\bar{h}(s) = \frac{1}{A}(\bar{q}_i(s) - 1,113\bar{h}(s))$$

$$s.\bar{h}(s) + \frac{1,113}{A}\bar{h}(s) = \frac{1}{A}.\bar{q}_i(s) \quad \left(\div \frac{1,113}{A}\right)$$

b) A resposta transiente $h(t)$

função degrau: $\frac{1}{s} = \frac{20}{s}$

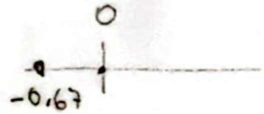


Sistema 1: $\frac{\bar{h}(s)}{\bar{q}_i(s)} = \frac{0,12}{(1,5s+1)} \cdot 20s$

Sistema I

$1,5s + 1 = 0$

$s = \frac{-1}{1,5} = 0,667$ e $s = 0$



* Segundo a regra 1 de controle, com os polos menores ou iguais a zero é possível um novo estado estacionário

↳ Comportamento estável

Sistema 2: $\frac{\bar{h}(s)}{\bar{q}(s)} = \frac{1}{12,56s} \cdot \frac{20}{s}$

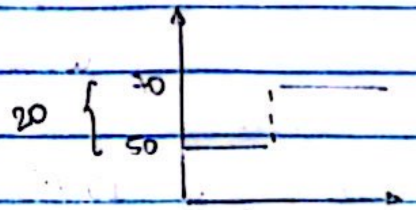
$12,56s = 0$ e $s = 0$

↳ raiz indeterminada

↳ Comportamento instável

c) Sistema I

$$\bar{h}(s) = \frac{0,90}{11,32s+1}\,\bar{q}_1(s)$$



p.e degrau

$$20\,\frac{gal}{min}\cdot\frac{1,3368\cdot 10^{-1}\,ft^3}{1\,gal} = 2,68\,\frac{ft^3}{min} \rightarrow \text{amplitude em pés}$$

Então:

$$\bar{h}(s) = \frac{0,90}{11,32s+1}\cdot\frac{2,68}{s}$$

Aplicando o Teorema do valor final

$$\lim_{s\to 0} \bar{h}(s)\cdot s = \lim_{s\to 0}\left[\frac{0,90}{\cancel{11,32s}+1}\cdot\frac{2,68}{\cancel{s}}\right]\cdot\cancel{s} = 2,4\ ft$$

Então a altura final de líquido no tanque no novo estado estacionário:

$$h = 6 + 2,4 = 8,4\ ft$$

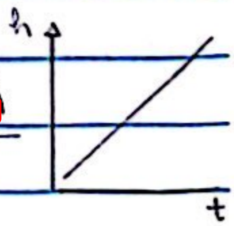
Sistema II

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,57s}\cdot\bar{q}_1(s)$$

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,57s}\cdot\frac{2,68}{s}$$

Aplicando o Teorema do valor final

$$\lim_{s\to 0} \bar{h}(s)\cdot s = \lim_{s\to 0}\left[\frac{1}{\cancel{12,57s}}\cdot\frac{2,68}{\cancel{s}}\right]\cancel{s} \therefore \boxed{h \to \infty}$$



Neste caso h tende ao infinito, o que significa que não haverá um novo estado estacionário e h aumenta linearmente ao longo do tempo

d) altura de 8ft

Sistema 1

$h = 8\,ft$ / h antes 6ft / + 2ft

$\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,25s+1} \cdot \frac{2,67}{s}$

$h(s) = \frac{2,403}{s(11,25s+1)}$

- Aplicando laplace inversa

temos que:

$h(t) = 2,4\left(1 - \exp^{-t/11,29}\right)$

$\frac{2,0}{2,4} = (1 - \exp^{-T/11,29}$

$\ln\left(\exp^{-T/11,32}\right) = \ln 0,17$

$-T/11,32 = -1,77$

$\boxed{\text{logo } T = 20,07\,min}$

Sistema 2

$h(s) = \frac{1}{12,57 \cdot s + 1} \cdot \frac{2,67}{s}$

$h(s) = \frac{2,67}{12,57 \cdot s^2}$

. Aplicando laplace inversa

$\mathcal{L}^{-1}\left(\bar{h}(s)\right) = \frac{2,68}{12,57} \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}$

$h = 0,21\,t$

$2 = 0,21\,t$

$\boxed{\text{logo } t = 9,52\,min}$

Logo, o sistema 2 irá transbordar primeiro.