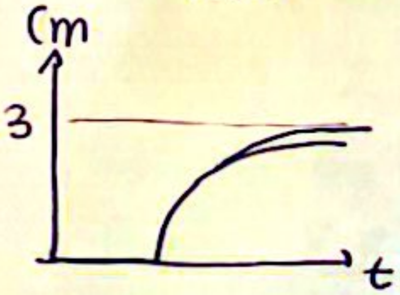
TG4 | Ana Carla Lembrance 11355531
Cecília Pimentel 11213804
Daniela Silva 11892726
Guilherme B Furlan 11799364
Guilia Venturini 11892959
Isabela Mervinu 11914880
Letícia Fanchelli 11370561

1

De acordo com o gráfico $\Delta Cm = (4-1)$, portanto:

$\Delta Cm = 3$. Como $\Delta Y = 3$, temos:

$$Kp = \frac{\Delta Y}{\Delta Cm} \therefore Kp = \frac{3}{3} \rightarrow Kp = 1$$

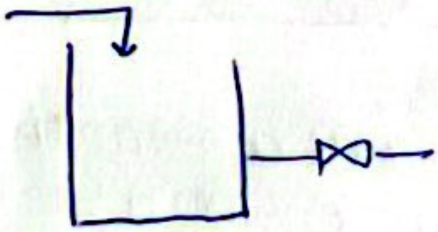


$$\tau p = \frac{6}{5} = 1{,}2\,s$$

$$\bar{Cm} = \frac{Kp}{\tau p \cdot s + 1} = C$$

$$\boxed{\bar{Cm} = \frac{1}{1{,}2 \cdot s + 1} \cdot C}$$

2 A) A FT entre h e q:



<u>Para o sistema 1</u>:

hipóteses:

- válvula com comportamento linear
- parede paralela
- densidade constante

balanço de massa:

$$q_1(t) \cdot \cancel{\rho_1} - q_2(t) \cdot \cancel{\rho_2} = \frac{dM}{dt} = \cancel{\rho} \cdot A \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$q_1(t) - q_2(t) = A\frac{dh}{dt}$$

considerando que $q_2(t) = 1,113h(t)$:

$$q_1(t) - 1,113\,h(t) = A\frac{dh}{dt} \quad (1)$$

$\searrow$ EDO é linear

no estado estacionário:

$$q_{1ss} - 1,113\,h_{ss} = 0 \quad (2)$$

subtraindo (2) em (1):

$$(q_1(t) - q_{1ss}) - (1,113\,h(t) + 1,113\,h_{ss}) = A\frac{dh}{dt} \quad (3)$$

escrevendo na forma variável desvio:

$$q_1(t) - 1,113\,h'(t) = A\frac{dh'}{dt} \quad (4)$$

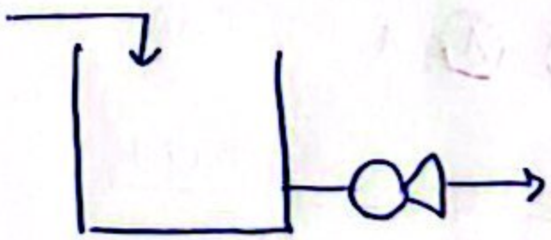
aplicando a transformada de Laplace:

$$\mathcal{L}\{q_1'(t)\} - 1,113\,\mathcal{L}\{h'(t)\} = A\,\mathcal{L}\{\frac{dh}{dt}\}$$

$$q_1(s) - 1,113\,h'(s) = A \cdot s\,h(s)$$

$$h'(s) = \frac{1}{As + 1,113} \cdot q_1(s) = \boxed{\frac{1/1,113}{\frac{As}{1,113} + 1} \cdot q_1(s) = h'(s)}$$

para o sistema 2:



hipóteses:

- densidade constante
- saída constante
- AST constante

balanço de massa:

$$q_1(t)\cdot\cancel{\rho_1} - q_2(t)\cdot\cancel{\rho_2} = \frac{dM}{dt} = \frac{d(\rho \cdot A h)}{dt}$$

$$q_1(t) - q_2(t) = A\frac{dh}{dt} \quad (1) \rightarrow \text{EDO é linear}$$

no estado estacionario:

$$q_{1ss} - q_{2ss} = 0 \qquad (2)$$

subtraindo (2) em (1):

$$q_1(t) - q_{1ss} - q_2(t) + q_{2ss} = A\frac{dh}{dt}$$

escrevendo na forma variável desvio:

$$q_1'(t) - q_2'(t) = A\frac{dh'}{dt}$$

aplicando a transformada de laplace:

$$\mathcal{L}\{q_1(t)\} - \mathcal{L}\{q_2(t)\} = A \cdot \mathcal{L}\left\{\frac{dh'}{dt}\right\}$$

$$\bar{q}_1(s) - \bar{q}_2(s) = A \cdot s.h(s)$$

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{A \cdot s} \cdot \bar{q}_1(s) - \cancel{\frac{1}{As} \cdot \bar{q}_2(s)}$$

$$\boxed{\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \bar{q_1}(s)}$$

③ A resposta transiente h(t)

para o sistema 1:

análise de estabilidade

$$\frac{As}{1{,}113} + 1 = 0 \rightarrow s = -\frac{1{,}113}{A}$$, sabendo que A é área, portanto A>0. Então, a raiz do polinômio do denominador é negativo, configurando estabilidade.

considerando a amplitude de 2,67 ft^3/min e que é uma função degrau, temos:

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}898}{\frac{A \cdot s}{1{,}113} + 1} \cdot \frac{2{,}67}{s}$$

aplicando a transformada inversa:

$$\mathcal{L}^{-1}\{h(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{0,898 \cdot 2,67}{\left(\frac{A.S}{1,113}+1\right).S}\right\} = \left\{\frac{2,398}{\left(\frac{A.S}{1,113}+1\right)S}\right\}$$

$$\boxed{h(t) = 2,398\left(1 - e^{-1,113t/12,57}\right)}$$ → 13 na tabela

para o sistema 2:

análise de estabilidade:

$AS = 0 \therefore S = 0/A = 0$

portanto, o processo é instável

aplicando a transformada inversa:

↳ considerando amplitude de 2,67 ft e função degrau

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{A.S}\cdot\frac{2,67}{S}\right\} = \frac{2,67}{A}\cdot\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{S^2}\right\} = ht$$

↓

3 na tabela

$$\boxed{h(t) = \frac{2,67}{12,57}\cdot t}$$

(c) os novos níveis dos tanques

para o sistema 1:

usando o teorema de valor final na laplace inversa (domínio do tempo), tem-se:

$$\lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{t\to\infty}\left(1 - e^{-t/A/1,113}\right)\cdot 2,398 = 2,398 \text{ ft}$$

A variação de h novo estado estacionário é 2,398 ft.

portanto a altura no novo estado estacionário é de $\boxed{8,9383 \text{ ft}}$

Scanned with CamScanner

Para o sistema 2:

O processo é instável, portanto não haverá um estado estacionário. Isto pode também ser observado quando se aplica o teorema do valor final:

$$\lim_{t \to \infty} \left(\frac{2,67}{A} \cdot t \right) = \infty$$

ⓓ Se cada tanque apresenta h = 8ft, qual transborda primeiro? Quando?

Para o tanque 1:

$$h(t) = (1 - e^{-t/11,29}) \cdot 2,398$$

quando h(t) = 2, tem-se que:

$$2,398\ (1 - e^{-t/11,29}) = 2$$

$$(1 - e^{-t/11,29}) = \frac{2}{2,398}$$

$$(1 - e^{-t/11,29}) = 0,8340$$

$$\boxed{t = 20,27 \text{ min}}$$

Para o tanque 2:

$$h(t) = \frac{2,67 \cdot t}{12,57}$$

quando h(t) = 2, tem-se que:

$$\boxed{t = 9,09 \text{ min}}$$

Portanto, o tanque 2 transbordará primeiro no instante 9,09 min.