Bianca Capani D. 11798674
Camilla B. Branco 11370672
Giovanni Bento 11370540
João Vitor 11819320
Tiemi Araujo W. 11910531

7,0

TG4

Comportamento dinâmico de sistemas de 1ª ordem

(1)

$\tau_p = \frac{6}{5} = 1,2$ 1/2 $\quad k_p = \frac{\Delta y}{\Delta c} = \frac{6}{3} = \cancel{2}$

$\bar{y}(s) = \frac{2}{1,2 \cdot s + 1} \cdot \bar{c}_m(s)$ FT

$\boxed{\bar{C}_m(s) = \frac{2}{1,2s+1} \cdot \frac{3}{s}}$ //

(2) $D = 4ft$ 6/8 ; $q(t) = 8,33 h(t)$; $q = [gal/min]$

$q_i = 50 gal/min$; $t = 0$ $\quad h = ft \Rightarrow h = 6ft$

$\hookrightarrow q_{i_{t=0}} = 70 gal/min$

Degrau $\rightarrow 20 gal/min = 2,78 ft^3/min$

a) $\rho_i = q_i - \rho q = \frac{d(\rho \cdot v)}{dt} \Rightarrow q_i - q = a \frac{dh}{dt} \Rightarrow q_{iss} - q_{ss} = 0$

$\Rightarrow q_i - \beta h(t) = a \cdot \frac{dh}{dt} \rightarrow (q_i - q_{iss}) - \beta(h(t) - h_{ss}) = a \cdot \frac{dh'}{dt} \Rightarrow q_i' - \beta h'(t) = a \frac{dh'}{dt}$

$\mathcal{L}\{q_i'\} - \mathcal{L}\{\beta h'(t)\} = a \cdot \mathcal{L}\{\frac{dh'}{dt}\} \Rightarrow \bar{q}_{is} - \beta \bar{h}_s = a \cdot s \cdot \bar{h}_s$

$\bar{h}_s = \frac{1}{as+\beta} \cdot \bar{q}_{is} \Rightarrow \bar{h}_s = \frac{\frac{1}{\beta}}{\frac{A}{\beta} \cdot s + 1} \cdot \bar{q}_s \Rightarrow \{ \beta = 8,33 gal/min$

$p/ ft^3/min = 1,113 ft^3/min$

$\Rightarrow k_p = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{1,113} \Rightarrow \boxed{k_p = 0,898 min/ft^3}$ $\quad$ gal p/ $ft^3 \rightarrow (\times 0,1337)$

$\tau_p = A/\beta = \frac{12,57}{1,113} = 11,293 min$ // $\Rightarrow A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 4^2}{4} \Rightarrow A = 12,57 ft^3$

$\boxed{h_s = \frac{0,898}{11,293 \cdot s + 1} \cdot \frac{2,78}{s}}$

$a_2)$ (3m)

$$\rho_i \cdot q_i - \rho \cdot q = \frac{dm}{dt} \Rightarrow \rho_i \cdot q_i - \rho \cdot q = \frac{d(\rho \cdot v)}{dt}.$$

$$\Rightarrow q_i - q = \frac{dv}{dt} \Rightarrow q_i - q = \frac{d}{dt}(a \cdot h) \Rightarrow q_i - q = a \cdot \frac{dh}{dt}$$ (densidade cte)

$$\rightarrow q_{iss} - q_{ss} = 0 \Rightarrow (q_i - q_{iss}) - (q - q_{ss}) = a\,\frac{dh}{dt} \Rightarrow q_i' - q' = a\,\frac{dh'}{dt}$$ (~~estado~~ estacionário)

$$\Rightarrow \mathcal{L}\{q_i'(t)\} - \mathcal{L}\{q'(t)\} = a \cdot \mathcal{L}\left\{\frac{dh'}{dt}\right\} \Rightarrow \bar{q}_{is} - \bar{q}_s = a \cdot S \cdot \bar{h}_s$$

$$\bar{h}_s = \frac{1}{aS} \cdot \bar{q}_{is} - \frac{1}{aS} \cdot \bar{q}_s$$

$\Rightarrow q_s = 0 \Rightarrow$ variação de altura não afeta a vazão de saída

Degrau $\rightarrow$ 20 gal/min $= 2{,}78$ ft^3/min

$$\bar{h}_s = \frac{1}{12{,}57 \cdot S} \cdot \frac{2{,}78}{S} \Rightarrow \bar{h}_s = \frac{1}{A \cdot S} \cdot \bar{q}_{is} \Rightarrow \bar{h}_s = \frac{\frac{1}{A}}{\frac{A}{A} \cdot S} \cdot \bar{q}_{is}$$

$$\Rightarrow \bar{h}_s = \frac{\frac{1}{12{,}57}}{\frac{12{,}57}{12{,}57} \cdot S} \cdot \frac{2{,}78}{S} \Rightarrow \bar{h}_s = \frac{0{,}079}{S} \cdot \frac{2{,}78}{S} \Rightarrow \boxed{\bar{h}_s = \frac{0{,}219}{s^2}}$$

$b_1)$ $h_t = 0{,}898 \cdot 2{,}78\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau p}}\right) \Rightarrow h_t = 2{,}49\left(1 - e^{-\frac{t}{11{,}293}}\right)$

$b_2)$ $\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}_s\} = 0{,}219 \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} \Rightarrow h_{(t)} = 0{,}219\,t$

$C_1)$ $\lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{0{,}898}{11{,}293 \cdot s + 1} \cdot \frac{2{,}78}{\cancel{s}} = 2{,}49$ ft //

$C_2)$ $\lim_{s \to 0} s\,\bar{h}_s \Rightarrow \lim_{s \to 0} S \cdot \frac{1}{aS} \cdot \frac{A}{S} = +\infty$

$d_1)$ $h_t = 2{,}49\left(1 - e^{-\frac{t}{11{,}293}}\right) \Rightarrow 8 = 2{,}49\left(1 - e^{-\frac{t}{11{,}293}}\right) \Rightarrow 3{,}21 = 1 - e^{-\frac{t}{11{,}293}}$

$\Rightarrow e^{-\frac{t}{11{,}293}} = 1 - 3{,}21 \Rightarrow \ln\left(e^{-\frac{t}{11{,}293}}\right) = -\ln(+2{,}21) \Rightarrow \frac{t}{11{,}293} = 0{,}79$

$t = 8{,}\cancel{92}$ min //

$d_2)$ $8 = 0{,}219\,t \Rightarrow t = \cancel{36{,}53}$ min //

O 1º tanque demora menos tempo para atingir essa altura, e, portanto extravazará primeiro.