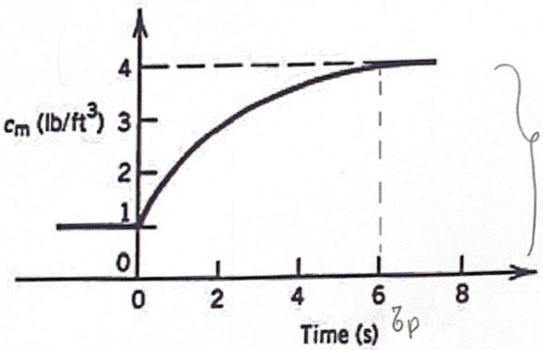
10

4° Trabalho em Grupo – Comportamento dinâmico de sistemas de 1ª. ordem

Grupo: 2

Nomes:		
Giovanne Wanderley	Paola Scorreno	
Graciele Gonçales		
Ana Beatriz Castro		

1) A concentração de soda cáustica de uma linha de processo pode ser conhecida através de uma célula de condutividade. Para determinar as características da resposta dinâmica do processo, uma mudança em degrau de 3 lb/ft³ na concentração de soda é realizada no tempo inicial (t=0). A concentração medida c_m (t) é mostrada na Figura 1. Determine a FT entre c_m e c.



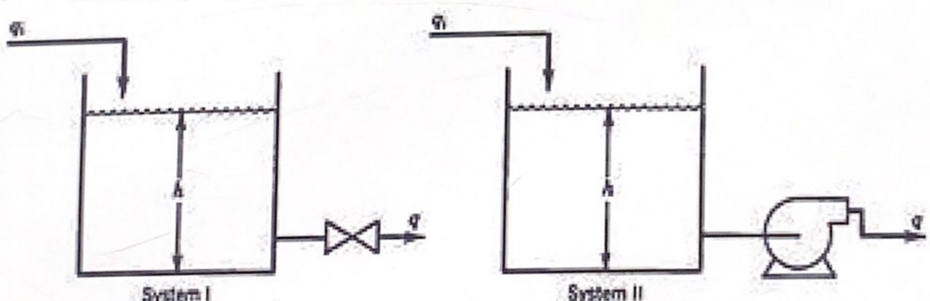
Kp. Amp

τp

Figura 1: Resposta dinâmica para c_m

2) Dois sistemas de estocagem de líquidos são mostrados na Figura 2. Cada tanque apresenta diâmetro de 4 ft. Para o sistema I, a válvula atua como uma resistência linear sendo q(t)=8,33h(t), em que q está em gal/min e h em ft. Para o sistema II, as variações na altura do liquido não afetam a vazão de saída q. Suponha que cada sistema está inicialmente no estado estacionário com h=6 ft e q_i = 50 gal/min. No tempo t=0 qi muda repentinamente para 70 gal/min. Para cada sistema determine o que se pede:

a. A FT entre h e q_i;
b. A resposta transiente h(t);
c. Os novos níveis dos tanques (novos estados estacionários);
d. Se cada tanque apresenta altura de 8 ft, qual transbordará primeiro? Quando?



Lo 1 caso (linear)

Lo 2 caso

Figura 2: Sistema de estocagem de líquidos

Grupo 2: Giovanna S. Wanderley - 11214336
GRACIELLE A. GONÇALVES - 11798662
Ana Beatriz de Castro - 11965911
Paola Scorrano - 14762963

1) C - variável de entrada
C_m - variável de saída

degrau de 3 lb/ft³
$t = 0$
1ª ordem = é uma hipérbole

$$\bar{y}(s) = \frac{Kp}{\tau_p . S + 1} \cdot \bar{C}(s)$$

$$\bar{C}m = \frac{Kp}{\tau_p S + 1} \cdot C$$ ~> eq de FT

- a partir do gráfico

$T = 5\tau_p$; $T = 6$ s -> $6 = 5\tau_p$ ▷ $\frac{6}{5} = \tau_p$ ▷ $\tau_p = 1,2$ s //

- para encontrar Kp

$Kp = \frac{\Delta y(t)}{\Delta C(t)}$ ▷ $\frac{\Delta cm \text{ (saída)}}{\text{(variação de amplitude)}}$ ▷ $\frac{3}{3}$ ▷ 1 lb/ft³/s -> Kp //

- Substituindo na equação de FT

// $$\bar{C}m = \frac{1}{1,2 . S + 1} \cdot C$$ //

2) d = 4 ft

a) sistema 1
$q(t) = 8,33\ h(t)$ [gal/min e h em ft]
$h = 6$ ft
$q_i = 50$ gal/min

$t(0)$ q_i -> 70 gal/min

sistema 2
variação na altura não afeta a vazão de saída

- tanque pulmão
- Área seção transversal constante
- densidade cte

- BM p/ sistema 1 (1º caso)

$\bar{h}(s) = \frac{1/\beta}{A/\beta . S + 1} . \bar{F}_1(s) - \frac{1/\beta}{A/\beta . S + 1} \bar{F}_3(s)$

$\beta = 8,33\, h(t) \rightarrow 1,11\, h(t)$

- no estado estacionário:

$F_{1ss} - \beta h_{ss} - F_{3ss} = 0$

$q_{1ss} - q h_{ss} = 0$

* Área: $\pi . r^2 \rightarrow 12,57\, ft^2$

- substituindo:

$q_1(t) - q . h' = A . dh'/dt$

$q_1' - 1,11 h' = A . dh/dt$

$\frac{1}{A} (q_1' - 1,11 h') = \frac{dh'}{dt}$

- laplace

$\mathcal{L} \frac{dh'}{dt} = \mathcal{L} \left\{ \frac{1}{A} (q_1' - 1,11 h') \right\}$

$s\bar{h}(s) = \frac{1}{A} (\bar{q}_1(s) - 1,11 h'(s))$

$\frac{S . A}{1,11} h(t) + h(s) = 0,90 ; \bar{q}(s) \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{0,90 . \bar{q}(s)}{\frac{S . A}{1,11} + 1}$

- Substituindo

$h(s) = \frac{0,9}{11,32 . S + 1} . \bar{q}(s)$

$\frac{1}{\beta}$

$\frac{A}{\beta}$

Grupo 2

- BM p/ sistema 2 (2° caso) → hipóteses $q = cte$

$q_1(t) - q(t) = A \dfrac{dh}{dt}$

- no estado estacionário

$q_{1ss} - q_{ss} = 0$

$q_1'(t) - q'(t) = A \cdot \dfrac{dh'}{dt}$

$q_i' = A \dfrac{dh}{dt}$

- aplicando a TL

$\mathcal{L}\left\{A \cdot \dfrac{dh'}{dt}\right\} = \mathcal{L}\{q_i'\}$

$A \cdot S \cdot h(s) = q_i'(s)$

$h(s) = \dfrac{q_i(s)}{A \cdot S}$ → $\boxed{h(s) = \dfrac{1}{12{,}57 \cdot S} \cdot \bar{q}_i(s)}$

b) - degrau tem amplitude 20

$\dfrac{1}{S} = 20$

→ Sistema 1 : $h(s) = \dfrac{0{,}9}{11{,}32 \cdot S + 1} \cdot \bar{q}(s)$

$h(s) = \dfrac{0{,}9}{11{,}32 \cdot S + 1} \cdot \dfrac{20}{S} = \dfrac{18}{11{,}32 \cdot S^2 + S}$

aplicando Laplace inversa

$\boxed{\bar{h}(t) = 18\left(1 - e^{-t/11{,}32}\right)}$

• Para o sistema 2

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \bar{q}_i(s)$$

- aplicando a Laplace inversa

$$h(s) = \frac{1{,}59}{s^2} \rightarrow \boxed{h(t) = 1{,}59t}$$

c) amplitude $S = 20 \text{ gal/min} = 2{,}67 \text{ ft}^3/\text{min}$

• sistema 1

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}32s + 1} \cdot \bar{q}_i(s)$$

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}32s + 1} \cdot \frac{2{,}67}{s}$$

teorema VF

$$\lim_{s \to 0} \bar{h}(s) = \lim_{s \to 0} \left[\frac{0{,}9}{11{,}32s + 1} \cdot \frac{2{,}67}{s} \right] \cdot s = 2{,}4 \text{ ft}$$

$$\boxed{h_{final} = 6 + 2{,}4 = 8{,}4 \text{ ft}}$$

C

• sistema 2:

$$\bar{h}_s = \frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \bar{q}_i(s) \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \frac{2{,}67}{s}$$

Teorema VF

$$\lim_{s \to 0} \bar{h}(s) \cdot s = \lim_{s \to 0} \left[\frac{1}{12{,}57 \cdot s} \cdot \frac{2{,}67}{s} \right] = \infty$$

e

Pois possui uma saída constante linear e instável com relação ao tempo

° sistema 1

$h = 8\ ft$ e $h_{inicial} = 6\ ft$ (+2)

$$\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,32s+1} \times \frac{2,67}{s}$$

$$= \frac{2,4}{s(11,32 \cdot s + 1)}$$

Aplicando Laplace inversa

$$h(t) = 2,4\left(1 - e^{-t/11,32}\right)$$

$$0,833 = 1 - e^{-t/11,32}$$

$$\boxed{t = 20,2\ \text{min}}$$

° sistema 2

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,57 \cdot s+1} \times \frac{2,67}{s}$$

$$= \frac{2,67}{12,57 \cdot s^2} = \frac{0,21}{s^2}$$

Aplicando Laplace inversa

$$h(t) = 0,21\,t$$

$$2 = 0,21\,t$$

$$\boxed{t = 9,5\ \text{min}}$$

Pode-se observar que o tempo no sistema 2 é menor, logo ele transbordará primeiro.