10

TG4 - Grupo 10

Nomes: Cecília Dias Pereira — Marcelo Romano
Laura Bubenik Cajado — Rafaela Caixeta Francisco
Luís Iriarte — Rubens Gervazoni

① Degrau = 3 lb/ft³

Tempo no qual a função estabiliza = 6 s

$$C_m = \frac{K_p}{\tau_p \cdot s + 1} \cdot C \quad , \text{ onde } \tau_p = \frac{6}{5} = 1{,}2\,s$$

$$K_p = \frac{\Delta C_m}{\Delta C} = \frac{3}{3} = 1 \text{ lb/ft}^3$$

Substituindo:

$$\boxed{C_m = \frac{1}{1{,}2 \cdot s + 1} \cdot C}$$

(2) $d = 4\ ft$

$q(t) = 8{,}33\ \frac{gal}{min} \cdot h(t) = 1{,}1136\ \frac{ft^3}{min}$

$h_{ss} = 6\ ft$

$q_{i\,ss} = 50\ \frac{gal}{min} = 6{,}6840\ \frac{ft^3}{min}$

Em $t=0$, $q_i = 70\ \frac{gal}{min} = 9{,}3576\ \frac{ft^3}{min}$

a. Função de transferência entre h e q_i

Sistema I

Hipóteses: • densidade constante

• área da seção transversal constante

Balanço de massa global:

$$Q_1(t) \cdot \underbrace{\cancel{\rho_1}}_{cte} - 1{,}1136\, h(t)\, \underbrace{\cancel{\rho_2}}_{cte} = \frac{dM}{dt} = \underbrace{\cancel{\rho}}_{cte} \cdot \frac{dV}{dt} = \underbrace{\cancel{\rho}}_{cte} \cdot A \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$Q_1(t) - 1{,}1136\, h(t) = A \cdot \frac{dh}{dt} \qquad (1)$$

No estado estacionário :

$Q_{1ss} - Q_{2ss} = 0$

$Q_{1ss} = Q_{2ss}$

Subtraindo (2) de (1)

$$Q_1(t) - 0,111 - 1,1136\ h(t) + 0,111 = A . \frac{dh}{dt} \quad (3)$$

Variável desvio :

$$Q_1'(t) - 1,1136\ h'(t) = A \frac{dh'}{dt} \quad (4)$$

Aplicando a TL

$$\overline{Q_1}(s) - 1,1136\ \bar{h}(s) = A . S . \bar{h}(s)$$

$$\overline{Q_1}(s) = A . S . \bar{h}(s) + 1,1136\ \bar{h}(s)$$

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{AS + 1,1136} . \bar{Q}_1(s)$$

tilibra

$$\bar{h}(s) = \frac{1/1{,}1136}{\frac{A}{1{,}1136} \cdot s + 1} \cdot \overline{Q_1(s)}$$, onde $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2$

$A = 12{,}566 \; ft^2$

$$\bar{h}(s) = \frac{0{,}90}{11{,}29 \, s + 1} \cdot \overline{Q_1(s)}$$

Sistema II

Hipóteses: · densidade constante

· área da seção transversal constante

Balanço de massa global:

$$Q_1(t) \cdot \underbrace{\cancel{\rho_1}}_{cte} - Q_2(t) \cdot \underbrace{\cancel{\rho_2}}_{cte} = \frac{dM}{dt} = \underbrace{\cancel{\rho}}_{cte} \cdot \frac{dV}{dt} = \underbrace{\cancel{\rho}}_{cte} \cdot A \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$Q_1(t) - Q_2(t) = A \cdot \frac{dh}{dt} \qquad (1)$$

No estado estacionário:

$$Q_{1ss} - Q_{2ss} = 0 \qquad (2)$$

tilibra

Subtraindo (2) de (1)

$$Q_{1(t)} - Q_{1ss} - Q_{2(t)} - Q_{2ss} = A.\frac{dh}{dt} \quad (3)$$

Na forma de variável desvio:

$$Q_1'(t) - Q_2'(t) = A.\frac{dh'}{dt} \quad (4)$$

Aplicando a TL:

$$\bar{Q}_{1(s)} - \cancel{\bar{Q}_{2(s)}}^{0} = A.S.\bar{h}_{(s)}$$

$$\bar{h}_{(s)} = \frac{1}{A.S}.\bar{Q}_{1(s)}, \text{ onde } A = \pi r^2 = \pi.2^2 = 12{,}566 \ ft^2$$

$$\boxed{\bar{h}_{(s)} = \frac{1}{12{,}566.S}.\bar{Q}_{1(s)}}$$

b) A resposta transiente h(t)

sabendo que o degrau 70 - 50 gal/min = 20 → $\frac{1}{s} = 20$

Sistema I

$$\bar{h}(s) = \frac{0,90}{11,29 \cdot s + 1} \cdot \frac{20}{s}$$

$$\bar{h}(s) = \frac{18}{11,29 \cdot s^2 + s} \rightarrow \bar{h}(s) = 18 \cdot \frac{1}{s\,(11,29s + 1)}$$

Aplicando TL inversa:

$$\bar{h}(t) = 18 \cdot \left(1 - e^{-t/11,29}\right)$$ //

Sistema II

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,566\ s} \cdot \frac{20}{s}$$

$$\bar{h}(s) = \frac{20}{12,566 \cdot s^2} = \frac{1,59}{s^2}$$

Scanned with CamScanner

Aplicando TL inversa:

$\bar{h}(t) = 1,59\,t$

c) Os novos níveis do tanque (novos estados estacionários)

Sistema I

$\text{Amplitude} = 9,3576 - 6,6840 \ \frac{ft^3}{min} \approx 2,67 \ \frac{ft^3}{min}$

$$\bar{h}(s) = \frac{0,90}{11,29s+1} \cdot \frac{2,67}{s}$$

Teorema VF:

$$\lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \boxed{\frac{0,90}{11,29 \cdot \cancel{s} + 1} \cdot \frac{2,67}{\cancel{s}}} = 0,90 \cdot 2,67 = 2,4 \ ft$$

$h_{final} = 6 + 2,4 \Rightarrow h_{final} = 8,4 \ ft$

Sistema II

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,566 \cdot s} \cdot \frac{2,67}{s}$$

Teorema VF :

$$\lim_{s \to 0} \cancel{s} \left| \frac{1}{12{,}566 \cdot \cancel{s}} \cdot \frac{2{,}67}{\cancel{s}} \right| = \infty$$ → tem saída linear ao longo do tempo, não tendo um valor fixo.

d) Se cada um dos tanques apresenta altura de 8 ft, qual transbordará primeiro?

Sistema I

$$h(s) = \frac{0{,}90}{11{,}29s + 1} \cdot \frac{2{,}67}{s} = \frac{2{,}4}{s(11{,}29s + 1)}$$

Aplicando TL inversa :

$$h(t) = 2{,}4 \left(1 - e^{-t/11{,}29}\right)$$

$$8 - 6 = 2{,}4 \left(1 - e^{-t/11{,}29}\right) \rightarrow e^{-t/11{,}29} = 0{,}169$$

t = 20,06 min //

tilibra

Sistema II

$$\bar{h}_{(s)} = \frac{1}{12{,}566\,s} \cdot \frac{2{,}67}{s} = \frac{0{,}21}{s^2}$$

Aplicando TL inversa:

$\bar{h}_{(s)} = 0{,}21\,t \Rightarrow 2 = 0{,}21\,t \Rightarrow t = 9{,}4$ min

Logo,

O sistema II transbordará 1°.

Scanned with CamScanner