10

4° Trabalho em Grupo – Comportamento dinâmico de sistemas de 1ª. ordem

Grupo: 1

Nomes:	Eloiza Leme Guerra	
Lara Biaggi Cipriano	Giovana Sardinha	
Thalícia Alves	Mariana H. Yokota	
Ana Carolina Ferrari	Maria Clara Haikal	

1) A concentração de soda cáustica de uma linha de processo pode ser conhecida através de uma célula de condutividade. Para determinar as características da resposta dinâmica do processo, uma mudança em degrau de 3 lb/ft³ na concentração de soda é realizada no tempo inicial (t=0). A concentração medida c_m (t) é mostrada na Figura 1. Determine a FT entre c_m e c.

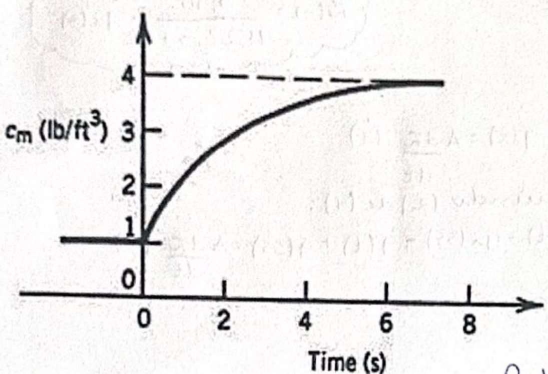


Figura 1: Resposta dinâmica para c_m

• Função de 1ª ordem, pois é uma hipérbole

• Considera-se estado estacionário para t = 6s

$5 \cdot \tau_p = 6 \Rightarrow \tau_p = \frac{6}{5}$ $\tau_p = 1,2\,s$

$K_P = \frac{(4-1)}{3} = 1\ lb/ft^3$

Portanto, $C_m = \frac{1}{1,2s+1} \cdot C(s)$

2) Dois sistemas de estocagem de líquidos são mostrados na Figura 2. Cada tanque apresenta diâmetro de 4 ft. Para o sistema I, a válvula atua como uma resistência linear sendo q(t)=8,33h(t), em que q está em gal/min e h em ft. Para o sistema II, as variações na altura do liquido não afetam a vazão de saída q. Suponha que cada sistema está inicialmente no estado estacionário com h=6 ft e q_i = 50 gal/min. No tempo t=0 qi muda repentinamente para 70 gal/min. Para cada sistema determine o que se pede:

a. A FT entre h e q_i;
b. A resposta transiente h(t);
c. Os novos níveis dos tanques (novos estados estacionários);
d. Se cada tanque apresenta altura de 8 ft, qual transbordará primeiro? Quando?

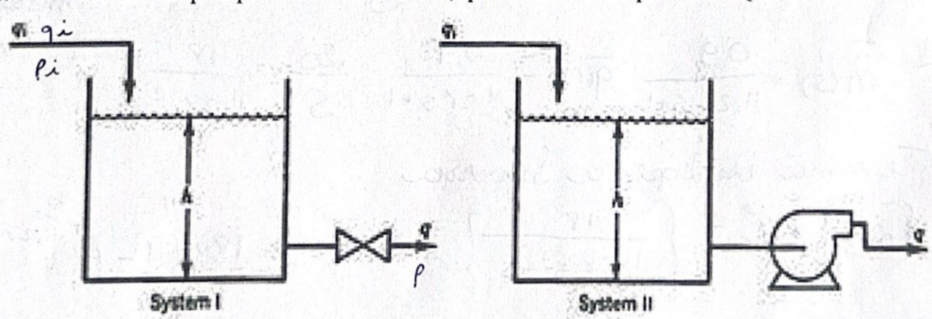


Figura 2: Sistema de estocagem de líquidos

Hipóteses:

• Densidade constante

• Área de seção transversal constante

• Tanques de paredes paralelas

$q(t) = 8,33h$

$q(t) \rightarrow gal/min \quad h \rightarrow ft$

$1\,gal = 1,3368 \cdot 10^{-1}\,ft^3$

$8,33 \frac{gal}{min \cdot ft} \cdot 1,3368 \cdot 10^{-1} \frac{ft^3}{gal} \rightarrow q(t) = 1,113 \cdot h \frac{ft^3/min}{ft}$

a) B.M p/ sistema 1: variável controlada = $h(t)$

$q_i(t).\cancel{\rho} - q(t).\cancel{\rho} = \frac{dM}{dt} = \cancel{\rho}.A.\frac{dh}{dt} \rightarrow q_i(t) - q(t) = A.\frac{dh}{dt}$ (1)

No estado estacionário:

$q_i(ss) - q(ss) = 0$ (2)

• subtraindo (2) de (1):

$q_i(t) - q_i(ss) - q(t) + q(ss) = A.\frac{dh}{dt}$ (3)

• Escrevendo na forma de desvio:

$q_i'(t) - q'(t) = A.\frac{dh'}{dt} \rightarrow A = cte \rightarrow \frac{dh'}{dt} = \frac{1}{A}(q_i'(t) - q'(t)) \rightarrow \frac{dh'}{dt} = \frac{1}{A}.(q_i'(t) - 1,113.h')$

• Aplicando a T.L:

$\mathcal{L}\left\{\frac{dh'}{dt}\right\} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{A}(\bar{q}_i(t) - 1,113.h')\right\} \rightarrow S.\bar{h}(s) = \frac{1}{A}.(\bar{q}_i(s) - 1,113.\bar{h}(s))$

$S.\bar{h}(s) + \frac{1,113}{A}.\bar{h}(s) = \frac{1}{A}.\bar{q}_i(s) \div \frac{1,113}{A} \rightarrow \frac{S.A}{1,113}.\bar{h}(s) + \bar{h}(s) = \frac{1}{1,113}.\bar{q}_i(s)$

$\bar{h}(s).\left(\frac{S.A}{1,113} + 1\right) = 0,90.q_i(s) \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{0,90.q_i(s)}{\frac{S.A}{1,113} + 1}$

• Sabendo que $A = \pi r^2 = \pi.2^2 = 12,56\ pt^2$

$$\bar{h}(s) = \frac{0,90}{11,28.S + 1}.\bar{q}_i(s)$$

B.M p/ sistema 2:

$q_i(t).\cancel{\rho} - q(t).\cancel{\rho} = \frac{dM}{dt} = \frac{d(\cancel{\rho}Ah)}{dt} \rightarrow q_i(t) - q(t) = A\frac{dh}{dt}$ (1)

• No estado estacionário:

$q_i(ss) - q(ss) = 0$ (2)

• subtraindo (2) de (1):

$q_i(t) - q_i(ss) - q(t) + q(ss) = A\frac{dh}{dt}$ (3)

• Escrevendo na forma de desvio:

$A\frac{dh'}{dt} = (q_i - q_{ss}) - (\cancel{q_i - q_{ss}}) \rightarrow A\frac{dh'}{dt} = q_i'$

• Aplicando a T.L:

$\mathcal{L}\left\{A\frac{dh'}{dt}\right\} = \mathcal{L}\{q_i'\} \rightarrow A.S.\bar{h}(s) = q_i(s) \rightarrow \bar{h}(s) = \frac{1}{A.S}.\bar{q}_i(s)$

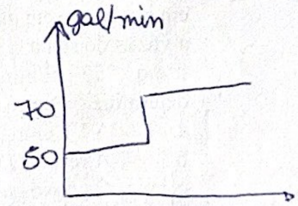
• Como as áreas são iguais:

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,56.S}.\bar{q}_i(s)$$

---

b) Resposta transiente $\bar{h}(t)$

Sabe-se que a função degrau tem amplitude de 20



Função degrau $\left(\frac{1}{S}\right)$ com amplitude $= \frac{20}{S}$

Amplitude = 70 − 50 = 20

Sistema 1: $\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,28.S+1}.\bar{q}_i(s) = \frac{0,9}{11,28.S+1}.\frac{20}{S} = \frac{18}{11,28S^2+S}$

· Aplicação Teorema de Laplace Inversa

$\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{18}{11,28.S^2+S}\right\} \Rightarrow \bar{h}(t) = 18.\left(1 - e^{-\frac{t}{11,28}}\right)$ //

Sistema 2: $\bar{h}(s) = \frac{1}{12,56.S}.\bar{q}_i(s) = \frac{1}{12,56.S}.\frac{20}{S} = \frac{1,59}{S^2}$

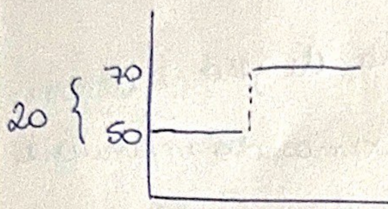
· Aplicação do Teorema de Laplace Inversa

$\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1,59}{S^2}\right\}$

$\hookrightarrow \bar{h}(t) = 1,59t$ //

c) para o sistema I

$$\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,28s+1} \cdot \bar{q}_1(s)$$



fazendo a conversão: $1\ gal = 1,3368 \cdot 10^{-1}\ ft^3$

$$20\,\frac{gal}{min} \cdot 1,3368 \cdot 10^{-1}\,\frac{ft^3}{gal} = 2,673\,\frac{ft^3}{min} \simeq 2,68\,\frac{ft^3}{min}$$

↳ amplitude em pés

Assim, substitui-se: $\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,28s+1} \cdot \frac{2,68}{s}$

Aplicando o Teorema do valor final (limite) $s \to 0$

$$\lim_{s \to 0} \bar{h}(s) \cdot s = \lim_{s \to 0} \left[\frac{0,90}{\underbrace{11,28s}_{0}+1} \cdot \frac{2,68}{\cancel{s}} \right] \cdot \cancel{s}$$

$$\lim_{s \to 0} = 0,90 \cdot 2,68 = 2,41\ ft$$

No novo estado estacionário, a altura final do líquido:

$$h = 6 + 2,41 = 8,41\ ft$$

• Para o Sistema II $\bar{h}(s) = \frac{1}{12,56 \cdot s} \cdot \bar{q}_1(s)$

$$h(s) = \frac{1}{12,56 \cdot s} \cdot \frac{2,68}{s}$$

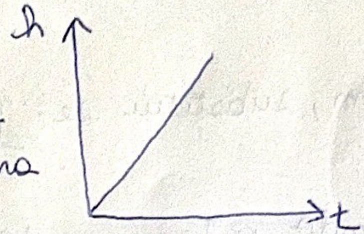
• Teorema valor final (lim)

$$\lim_{s \to 0} \bar{h}(s) \cdot s = \lim_{s \to 0} \left[\frac{1}{\underbrace{12,56 \cdot s}_{0}} \cdot \frac{2,68}{\underbrace{\cancel{s}}_{0}} \right] \cdot s$$

Fazendo o limite quando lim $S \to 0^+$ (esquerda)

$$\lim_{S\to 0^+} \left[\frac{1}{12,56}\cdot\frac{2,68}{S}\right]\cdot S = \lim_{S\to 0^+}\left[\frac{2,68}{12,56 \cdot S^2}\right]$$

Pode-se observar que a medida que S se aproxima de zero, o denominador se torna muito pequeno. Então, se aproxima do infinito e NÃO haverá um novo estado estacionário, mas h aumenta linearmente com o tempo. Assim, $\boxed{h \to \infty}$



• (h) em função do tempo (t) de forma linear.

d) **Sistema 1**

$$\bar{h}(s) = \frac{0,9}{11,32 \cdot S+1}\cdot\frac{268}{S}$$

Laplace Inversa

$$\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{0,9}{11,32 \cdot S+1}\cdot\frac{268}{S}\right\}$$

$$h(t) = 2,4\left(9 - e^{-\frac{t}{11,32}}\right)$$

h inicial = 6 ft

h máximo = 8 ft

• Um aumento de 2 ft fará transbordar

$$2 = 2,4\left(1 - e^{\frac{-t}{11,32}}\right)$$

$$0,833 = 1 - e^{\frac{-t}{11,32}}$$

$$exp^{\frac{-t}{11,32}} = \ln 0,17$$

$$t = 20,03 \text{ minutos}$$

Sistema 2

$$\bar{h}(s) = \frac{1}{12,57 \cdot S}\cdot\frac{2,68}{S} = \frac{2,68}{12,57 S^2}$$

Laplace Inversa

$$\mathcal{L}^{-1}\{\bar{h}(s)\} = \frac{2,68}{12,57}\,\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{S^2}\right\}$$

$$h(t) = 0,21\,t$$

$$2 = 0,21\,t$$

$$t = 9,52 \text{ minutos}$$

∴ o Sistema II transbordará primeiro.