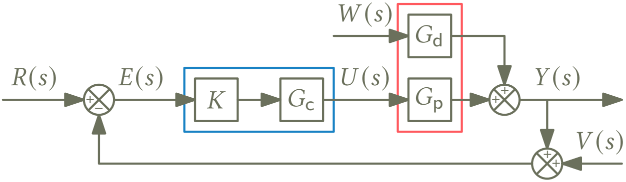
Controle e Aplicações • Aula 4.1

Introdução ao controle clássico
Erro de acompanhamento de referência

Prof. Dr. Renato Maia Matarazzo Orsino

Diagrama de blocos de um sistema SISO em malha fechada

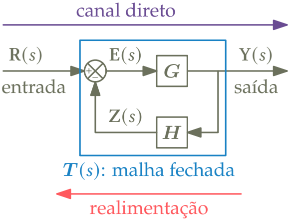


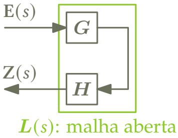
$$Y(s) = \underbrace{\frac{KG_c(s)G_p(s)}{1+KG_c(s)G_p(s)}}_{T(s)}(R(s) - V(s)) + \underbrace{\frac{1}{1+KG_c(s)G_p(s)}}_{S(s)} G_d(s)W(s)$$

$$E(s) = S(s)\,[R(s) + G_d(s)W(s) - V(s)]$$

Observe que: $T(s) + S(s) = 1$.
Em particular, para $K \to \infty$, $T(s) \to 1$ e $S(s) \to 0$.

*Álgebra de diagrama de blocos





$$\mathbf{Y}(s) = \boldsymbol{G}(s)\mathbf{E}(s)$$

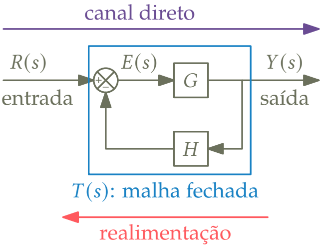
$$\mathbf{E}(s) = \mathbf{R}(s) - \mathbf{Z}(s) = \mathbf{R}(s) - \boldsymbol{H}(s)\mathbf{Y}(s) = \mathbf{R}(s) - \boldsymbol{H}(s)\boldsymbol{G}(s)\mathbf{E}(s)$$

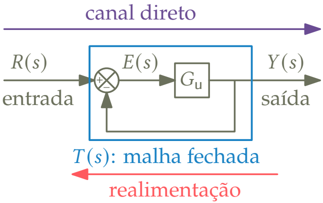
$$[\boldsymbol{I} + \underbrace{\boldsymbol{H}(s)\boldsymbol{G}(s)}_{\boldsymbol{L}(s)}]\mathbf{E}(s) = \mathbf{R}(s) \Rightarrow \mathbf{E}(s) = \boldsymbol{S}(s)\mathbf{R}(s) \Rightarrow \boxed{\mathbf{Y}(s) = \boldsymbol{T}(s)\mathbf{R}(s)}$$

$\boldsymbol{S}(s) = [\mathbf{I} + \boldsymbol{L}(s)]^{-1}$: função de transferência de sensibilidade

$\boldsymbol{T}(s) = \boldsymbol{G}(s)\boldsymbol{S}(s)$: função de transferência de malha fechada

Realimentação unitária equivalente – sistemas SISO



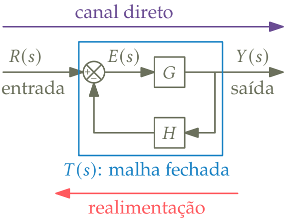


$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{G_{\mathrm{u}}(s)}{1 + G_{\mathrm{u}}(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$G(s) + G(s)G_{\mathrm{u}}(s) = G_{\mathrm{u}}(s) + G(s)H(s)G_{\mathrm{u}}(s)$$

$$\boxed{G_{\mathrm{u}}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s) - G(s)} = \frac{N(s)}{D(s) - N(s)}}$$

Erro de acompanhamento de referência em regime permanente (SISO)



Dizemos que um sistema SISO de ordem n (com $n = m + r$) é do *tipo m* quando sua *função de transferência de malha aberta* tem a forma:

$$L(s) = G(s)H(s) = \frac{K_m(1+t_1 s)\dots(1+t_q s)}{s^m(1+\tau_1 s)\dots(1+\tau_r s)} = \frac{K_m(1+b_1 s+\dots+b_q s^q)}{s^m(1+a_1 s+\dots+a_r s^r)}$$

Polos em MA: $s = 0$, com multiplicidade m, e $s = -\dfrac{1}{\tau_i}$, $i = 1, \dots, r$.

Zeros em MA: $s = -\dfrac{1}{t_k}$, $k = 1, \dots, q$.

Erro de acompanhamento de referência em regime permanente (SISO)

O *erro de acompanhamento do sistema em MF em regime permanente* pode ser obtido pela aplicação do *teorema do valor final*:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sS(s)R(s) = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+L(s)}$$

Note que:

$$\frac{sR(s)}{1+L(s)} = \frac{(1 + a_1 s + \ldots + a_r s^r)s^{m+1}R(s)}{s^m(1 + a_1 s + \ldots + a_r s^r) + K_m(1 + b_1 s + \ldots + b_q s^q)}$$

Assim, quando o limite existir:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+K_0}\left[\lim_{s\to 0} sR(s)\right] & \text{se } m = 0 \\ \dfrac{1}{K_m}\left[\lim_{s\to 0} s^{m+1}R(s)\right] & \text{se } m \geq 1 \end{cases}$$

Erro de acompanhamento de referência em regime permanente (SISO)

Para um sinal de referência polinomial de grau k:

$$r(t) = R_0 + R_1 t + R_2 \frac{t^2}{2} + \ldots + R_k \frac{t^k}{k!}$$

sabemos que:

$$R(s) = R_0 \frac{1}{s} + R_1 \frac{1}{s^2} + R_2 \frac{1}{s^3} + \ldots + R_k \frac{1}{s^{k+1}}$$

Para um sistema do *tipo zero*:

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \begin{cases} \dfrac{R_0}{1 + K_0} & \text{se } k = 0 \\ \infty & \text{se } k \geq 1 \end{cases}$$

Um sistema do *tipo zero* é capaz de seguir, em malha fechada, um *sinal de referência constante* (*entrada degrau*) com *erro de acompanhamento finito em regime permanente*.

Erro de acompanhamento de referência em regime permanente (SISO)

Para um sistema do *tipo* $m \geq 1$:

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } k < m \\ \dfrac{R_m}{K_m} & \text{se } k = m \\ \infty & \text{se } k > m \end{cases}$$

Um sistema do *tipo* $m \geq 1$ é capaz de seguir, em malha fechada, um *sinal de referência polinomial*:

- de grau *igual ou inferior a* $(m-1)$ com *erro de acompanhamento nulo em regime permanente*.
- de grau *igual a* m com *erro de acompanhamento finito em regime permanente*.

Perguntas?

reorsino@usp.br