SMA0169 – EDP **Lista 6 - Problemas de valores inicial e de fronteira**
Prof. Sergio H. Monari Soares **Condições de Dirichlet e Neumann**
30 de abril de 2024

1. Considere ondas em um meio resistente que satisfaçam o problema

$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} - r u_t & \text{para } 0 < x < L \\ u(0,t) = u(L,t) = 0 & \text{para } t \geq 0 \\ u(x,0) = \phi(x),\ u_t(x,0) = \psi(x) & \text{para } 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

   onde r é uma constante, $0 < r < 2\pi c/L$. Escreva a expansão da série da solução.

2. Faça o mesmo para $2\pi c/L < r < 4\pi c/L$.

3. Resolva o problema de difusão $u_t = k u_{xx}$ em $0 < x < L$, com o condições de fronteira mistas $u(0,t) = u_x(L,t) = 0$.

4. Considere a difusão dentro de um tubo circular fechado de comprimento $2L$. Seja x o parâmetro de comprimento do arco onde $-L \leq x \leq L$. Então a concentração da substância difusora satisfaz

$$\begin{cases} u_t = k u_{xx} & \text{para } -L \leq x \leq L \\ u(-L,t) = u(L,t) \text{ e } u_x(-L,t) = u_x(L,t) & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

   Estas condições de fronteira são chamadas de condições de fronteira periódicas.

   (a) Mostre que os autovalores são $\lambda = (n\pi/L)^2$ para $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

   (b) Mostre que a concentração é

$$u(x,t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) e^{-n^2\pi^2 kt/L^2}.$$