

# Física 2 – Ciências Moleculares

---

**Caetano R. Miranda**    **AULA 21 – 24/04/2024**

*crmiranda@usp.br*

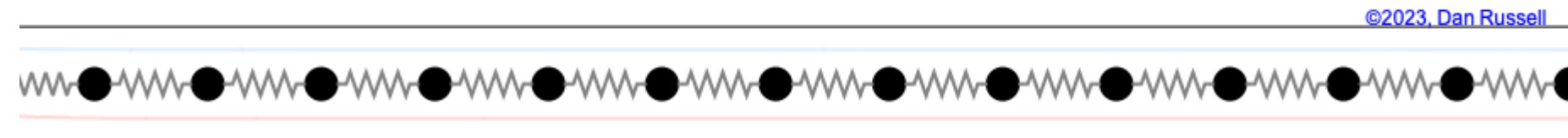
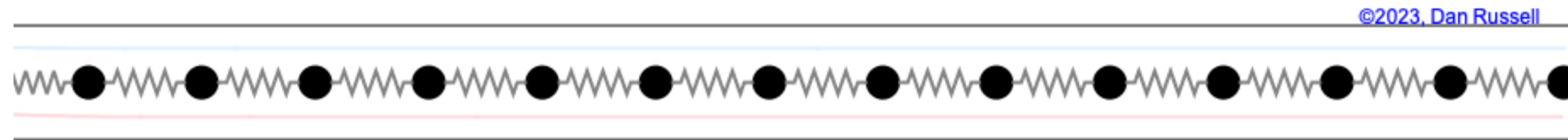


*sampa*



# Ondas

---

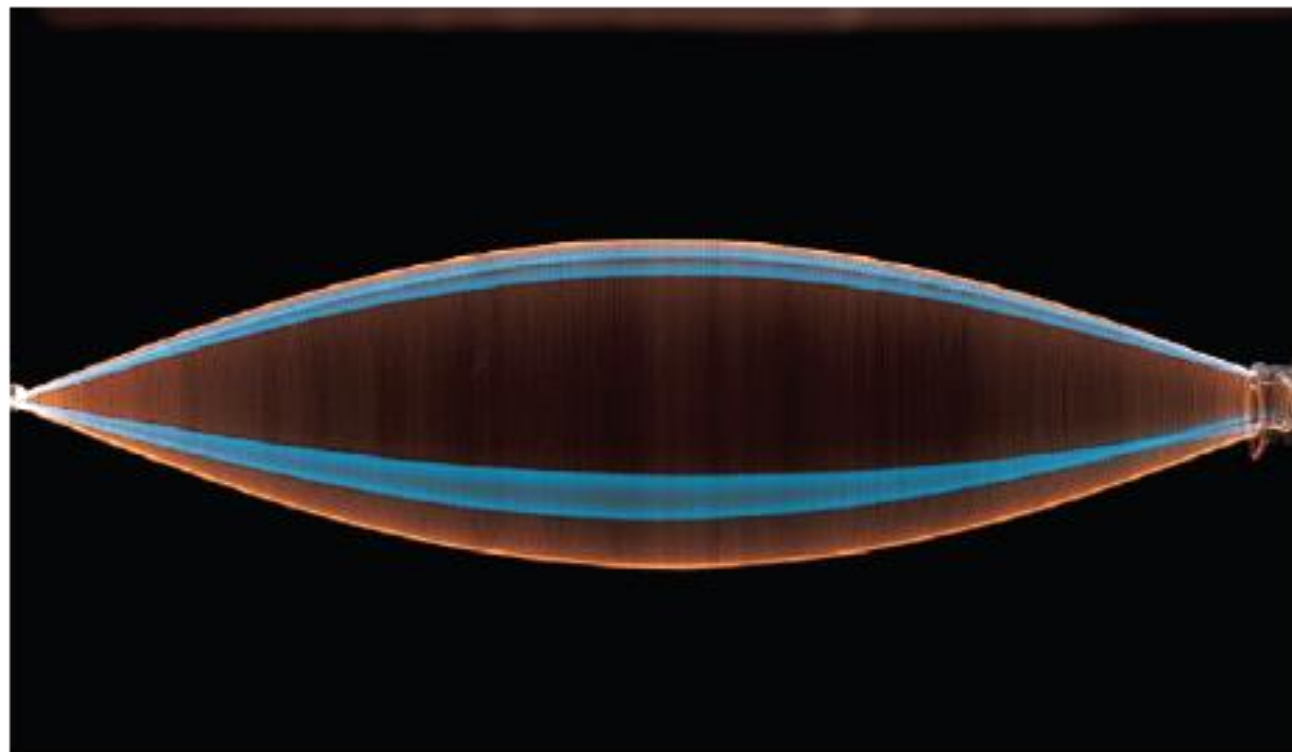


# Ondas sonoras estacionárias em uma corda

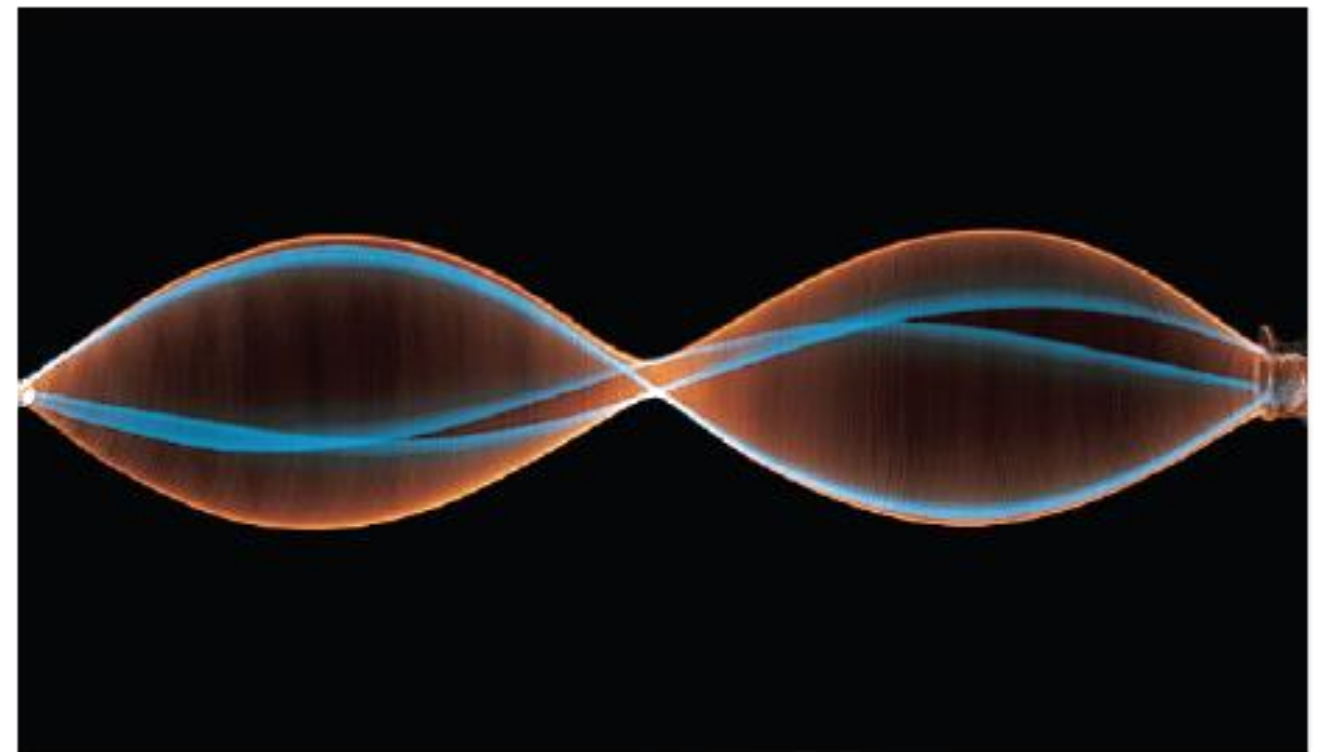
---

- Tempos de exposição de ondas estacionárias em uma corda esticada:

(a) A corda tem meio comprimento de onda.



A corda tem um comprimento de onda.

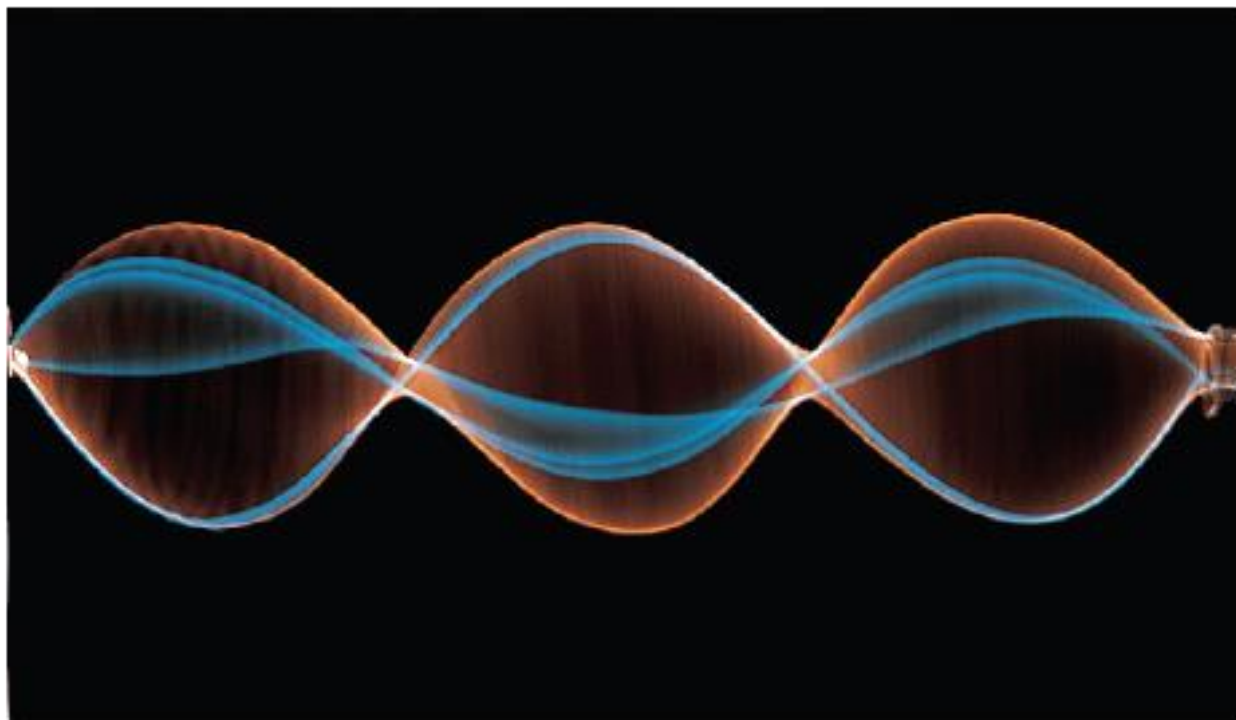


# Ondas sonoras estacionárias em uma corda

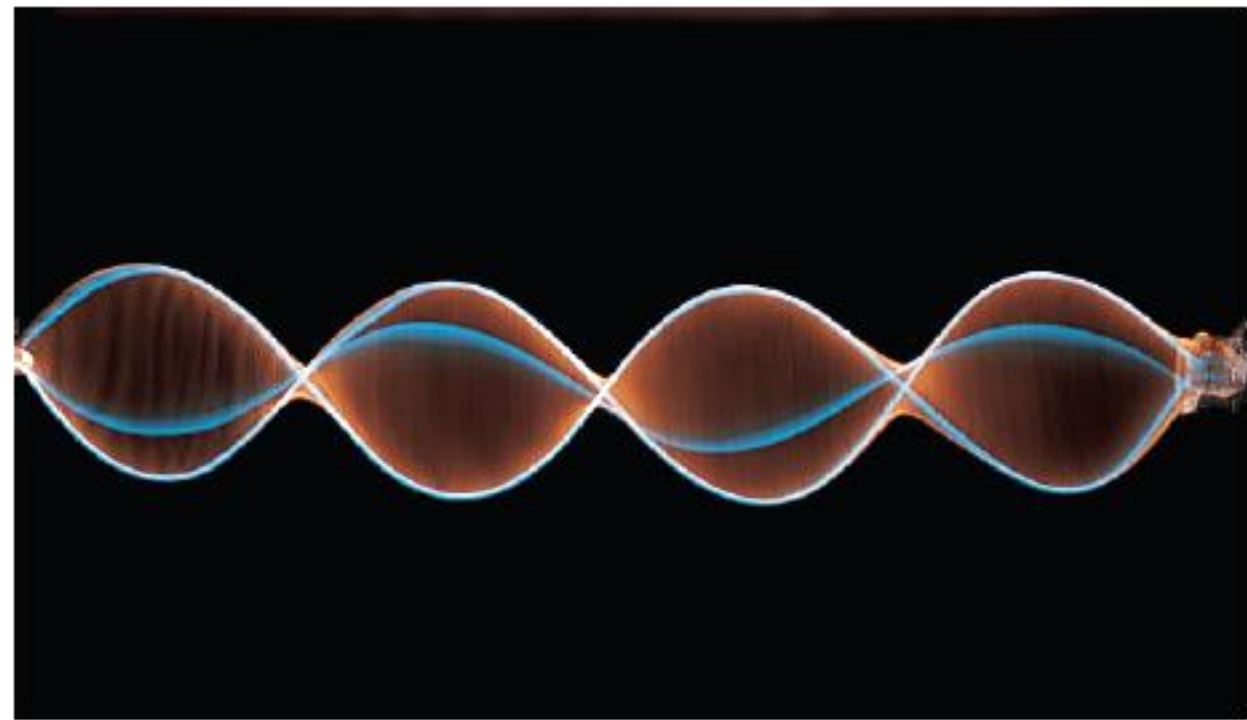
---

- Tempos de exposição de ondas estacionárias em uma corda esticada:

(c) A corda tem comprimento de onda de um e meio.



(d) A corda tem dois comprimentos de onda.

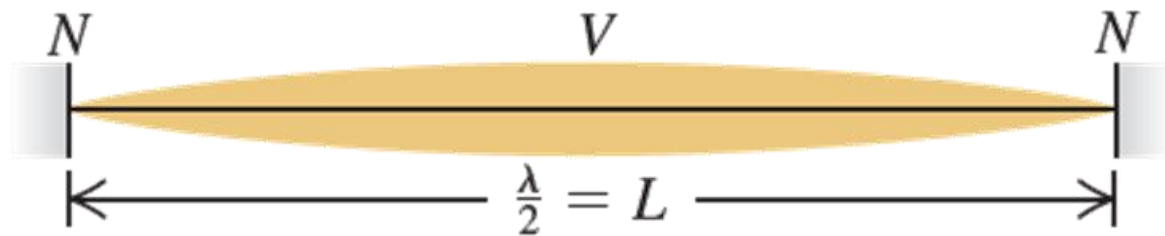


# Modos normais de uma corda

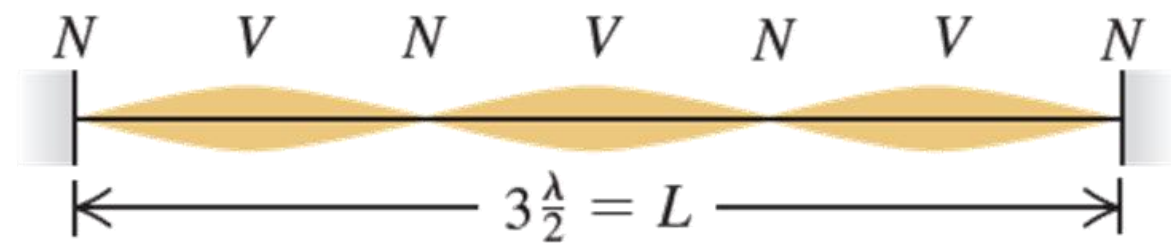
---

- Um **modo normal** de um sistema oscilante é um movimento no qual todas as partículas do sistema se movem **senoidalmente** com a mesma frequência.

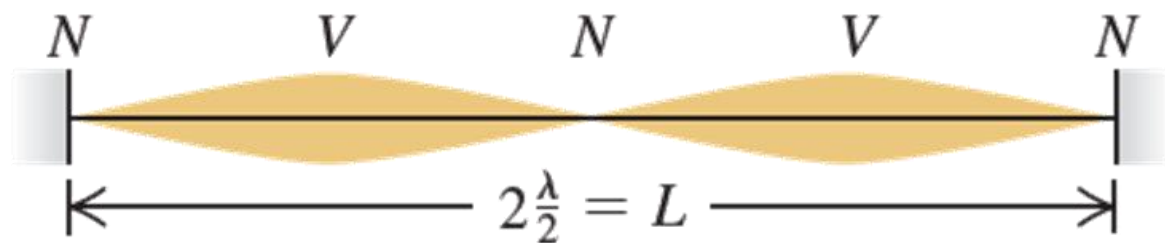
(a)  $n = 1$ : frequência fundamental,  $f_1$



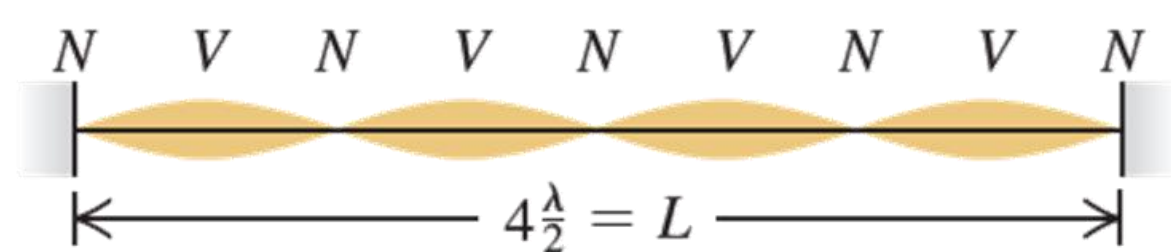
(c)  $n = 3$ : terceiro harmônico,  $f_3$  (segundo sobretom)



(b)  $n = 2$ : segundo harmônico,  $f_2$  (primeiro sobretom)



(d)  $n = 4$ : quarto harmônico,  $f_4$  (terceiro sobretom)



---

# Equação da Corda vibrante

---

# Modos normais de uma corda vibrante

---

Modos normais de vibração:

Sistema físico em vibração: apenas algumas vibrações são permitidas (modos normais de vibração)

## ***CASO 1: Corda vibrante***

Corda com extremidades fixas ( $x=0$  e  $x=l$ )

Vibrações: comprimento múltiplo inteiro do meio comprimento de onda da vibração

$L = n \cdot \lambda / 2$  com  $n=1, 2, 3, \dots$

Monocórdios - Dan ban (Vietnam)

- Berimbau

---

## Modos normais de uma corda vibrante

---

Coordenadas  $x$  (comprimento horizontal) e  $y$  (afastamento entre a posição da corda em um instante  $t$  e sua posição no equilíbrio):

$$y = A \cdot \text{SIN}(k \cdot x)$$

condições de contorno:  $y=0$  para  $x=0$  e  $x = l$

*Solução:*  $k \cdot l = n \cdot \pi$

Mas  $l = n \cdot \lambda / 2$  pois  $k = 2 \cdot \pi / \lambda$

*Modos de vibração:*

$$y_n = a_n \cdot \text{SIN}(x \cdot n \cdot \pi / \lambda), \text{ com } n=0, 1, 2, 3, \dots$$

---



## Modos normais de uma corda vibrante

---

A equação da corda vibrante pode ser generalizada como:

$$\partial^2 y / \partial x^2 - 1/v^2 \cdot \partial^2 y / \partial t^2 = 0$$

$$Y(0,t) = y(l,t) = 0$$

Por separação de variáveis:

$$y(x,t) = u(x) \cdot e^{-i\omega t}$$

Implicando em:

$$d^2 u / dx^2 + k^2 \cdot u = 0, \text{ com } k^2 = \omega^2 / v^2$$

$$\text{e } u(0) = u(l) = 0$$

---

## Modos normais de uma corda vibrante

---

As soluções podem ser dadas na forma:

$$y_n = a_n \sin(n \cdot \pi \cdot x / l) e^{-i \omega_n t}$$

onde  $k_n = n \cdot \pi / l$  e  $\omega_n = k_n \cdot v$  com  $n=1,2,3, \dots$

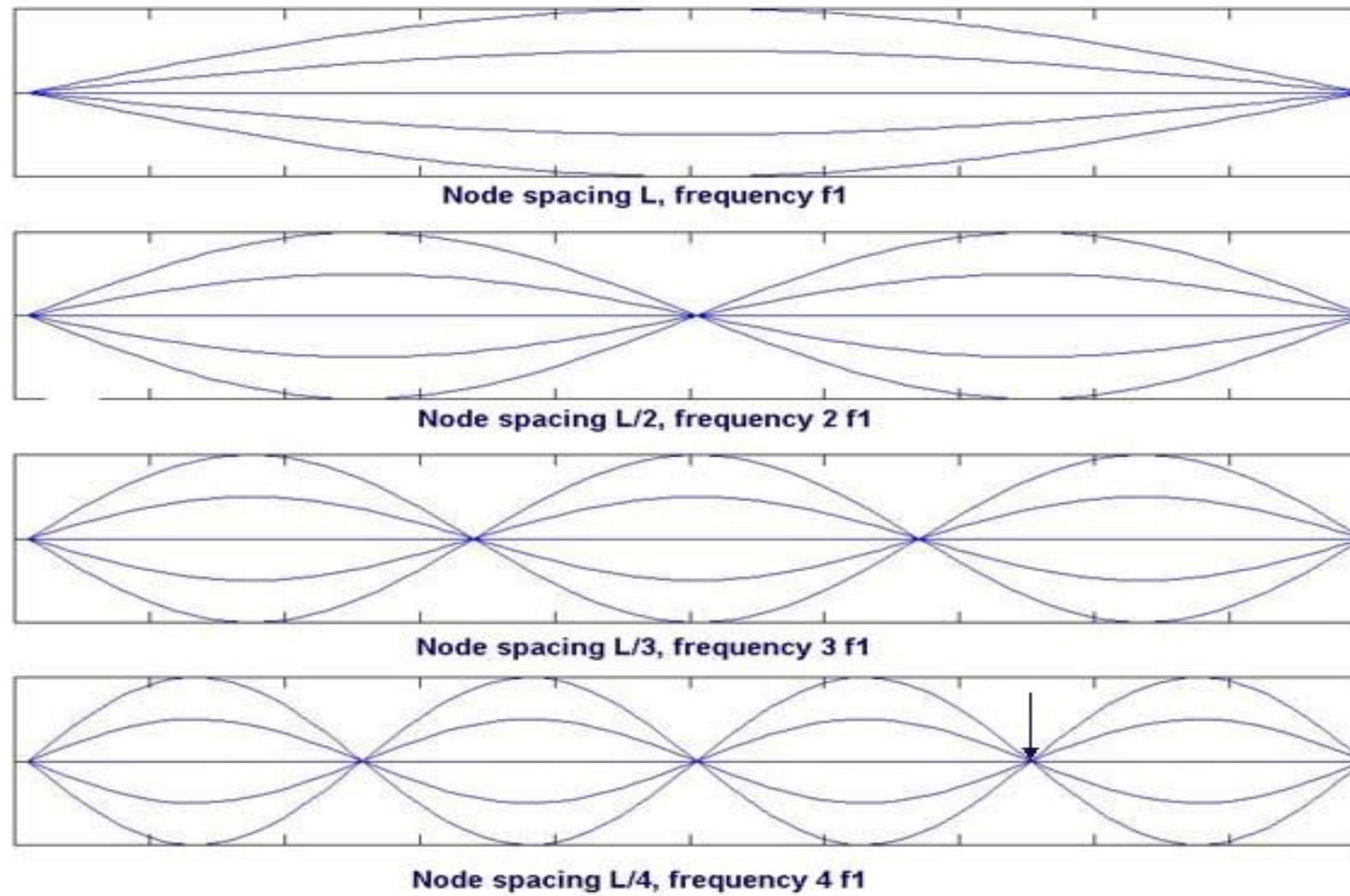
Como a equação é linear, toda combinação linear das funções é solução

$$y(x,t) = \text{Somatório } (y_n)$$

---

# Modos normais de uma corda vibrante

---



# Demonstração – corda vibrante

---

[Loaded String Simulation \(falstad.com\)](http://falstad.com)

# Vibrações em uma membrana

---

Os modos vibracionais de uma membrana retangular (lados a e b) são as soluções da equação de ondas em 2-D:

$$\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 - 1/v^2 \cdot \partial^2 z / \partial t^2 = 0$$

com as condições:

$$z(0,y,t) = z(a,y,t) = z(x,0,t) = z(x,b,t) = 0$$

**Soluções:**

$$z(x,y,t) = \text{Sum}\{a_{n_1 n_2} \cdot \sin(x \cdot n_1 \cdot \pi / a) \cdot \sin(y \cdot n_2 \cdot \pi / b) e^{-i\omega_{n_1 n_2} t}\}$$

---

# Membrana retangular

---

[Rectangular Membrane Applet \(falstad.com\)](http://falstad.com)

---

# Vibrações em uma membrana

---

Os modos vibracionais de uma membrana circular são as soluções da equação de ondas em 2-D:

$$1/r \partial/\partial r (r \partial z/\partial r) + 1/r^2 \partial^2 z/\partial \varphi^2 - 1/v^2 \cdot \partial^2 z/\partial t^2 = 0$$

com as condições:

$$z(R, \varphi, t) = 0$$

**Soluções:**

*Funções de Bessel*

---

# Membrana circular

---

[Circular Membrane Applet \(falstad.com\)](http://falstad.com)

---





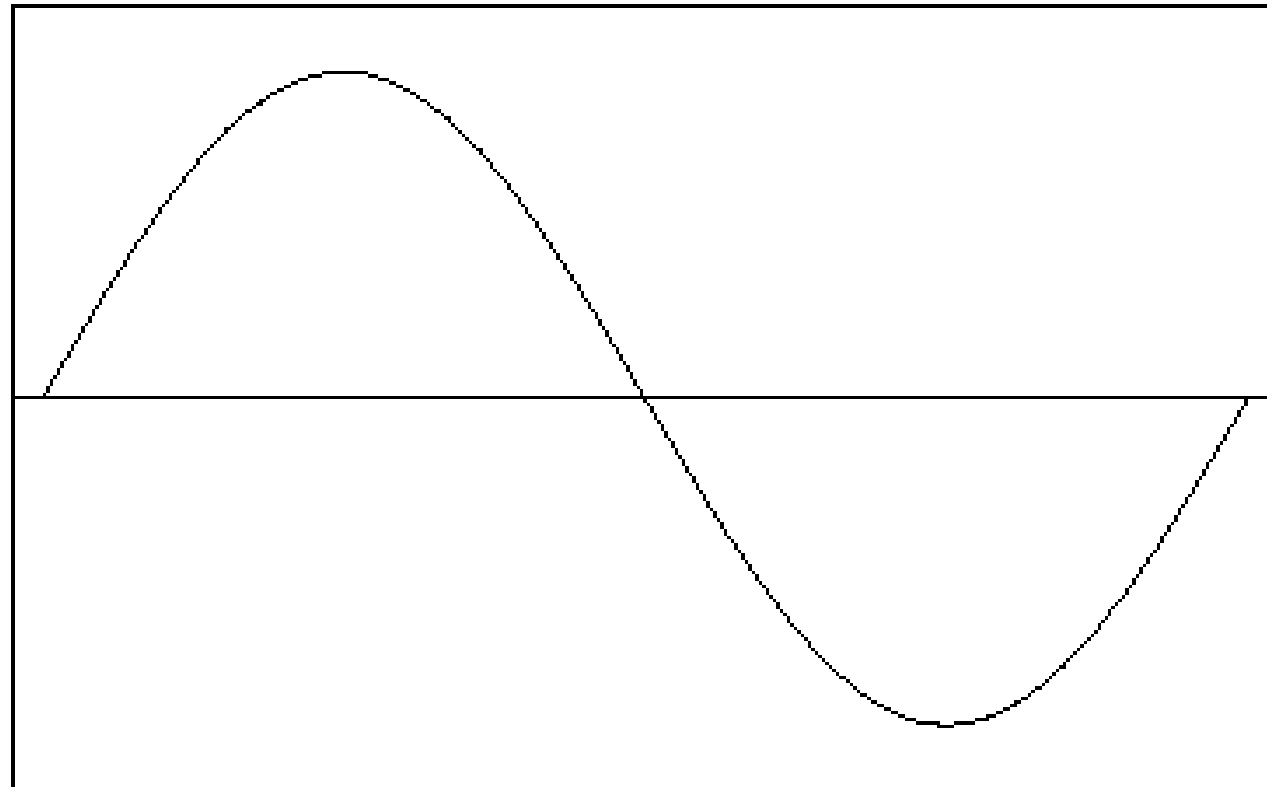
# Laboratório (Cuba de Ondas)

---

[Ripple Tank Simulation \(falstad.com\)](http://falstad.com)

# Fourier – onda quadrada

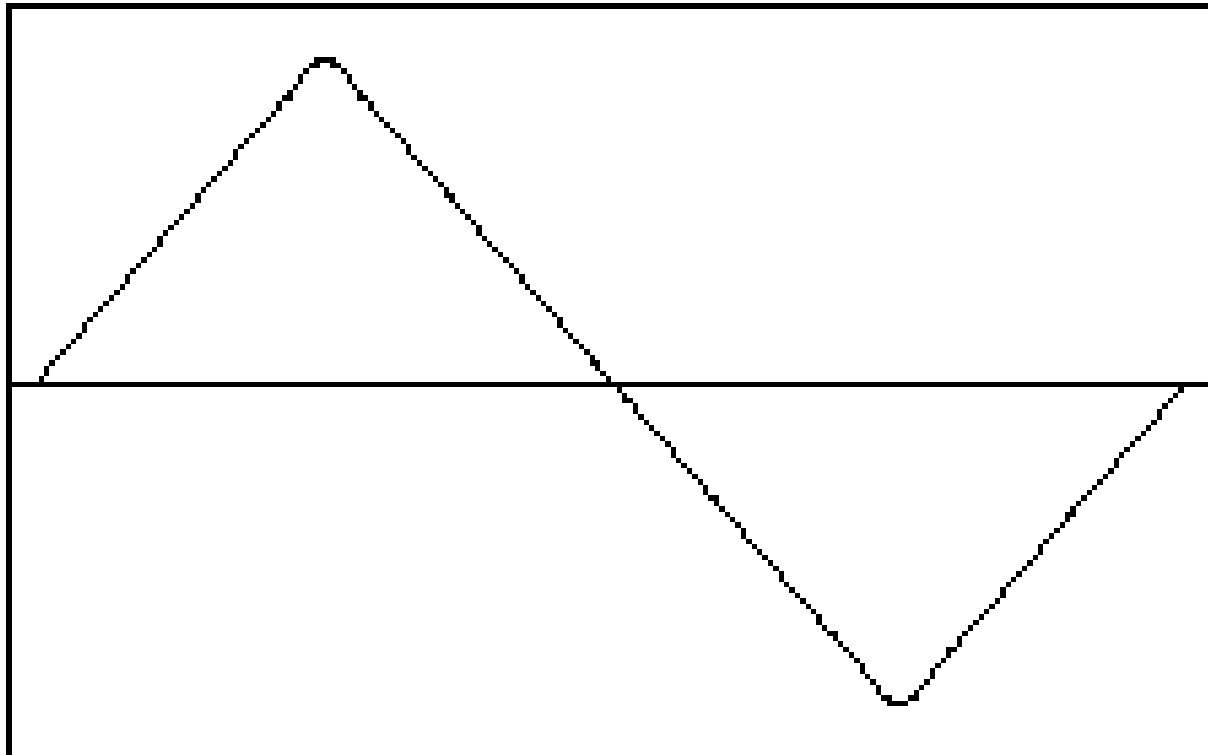
---



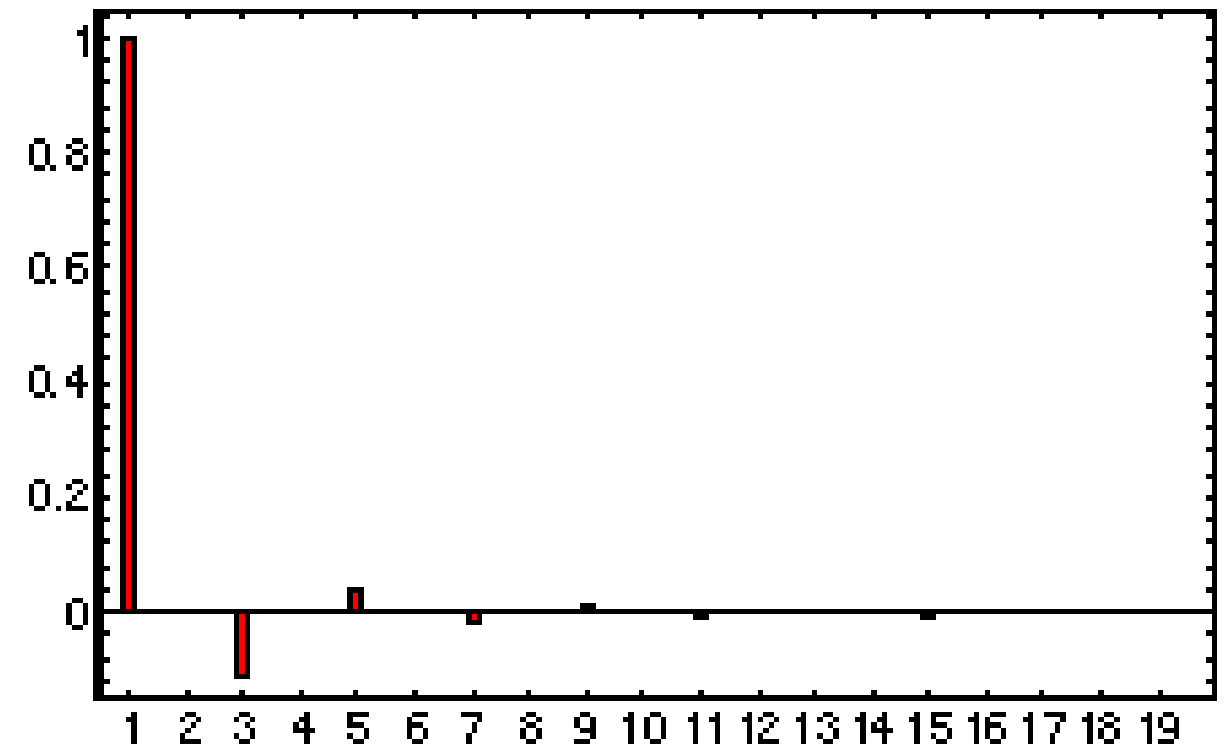
# Onda triangular

---

Sum Wave

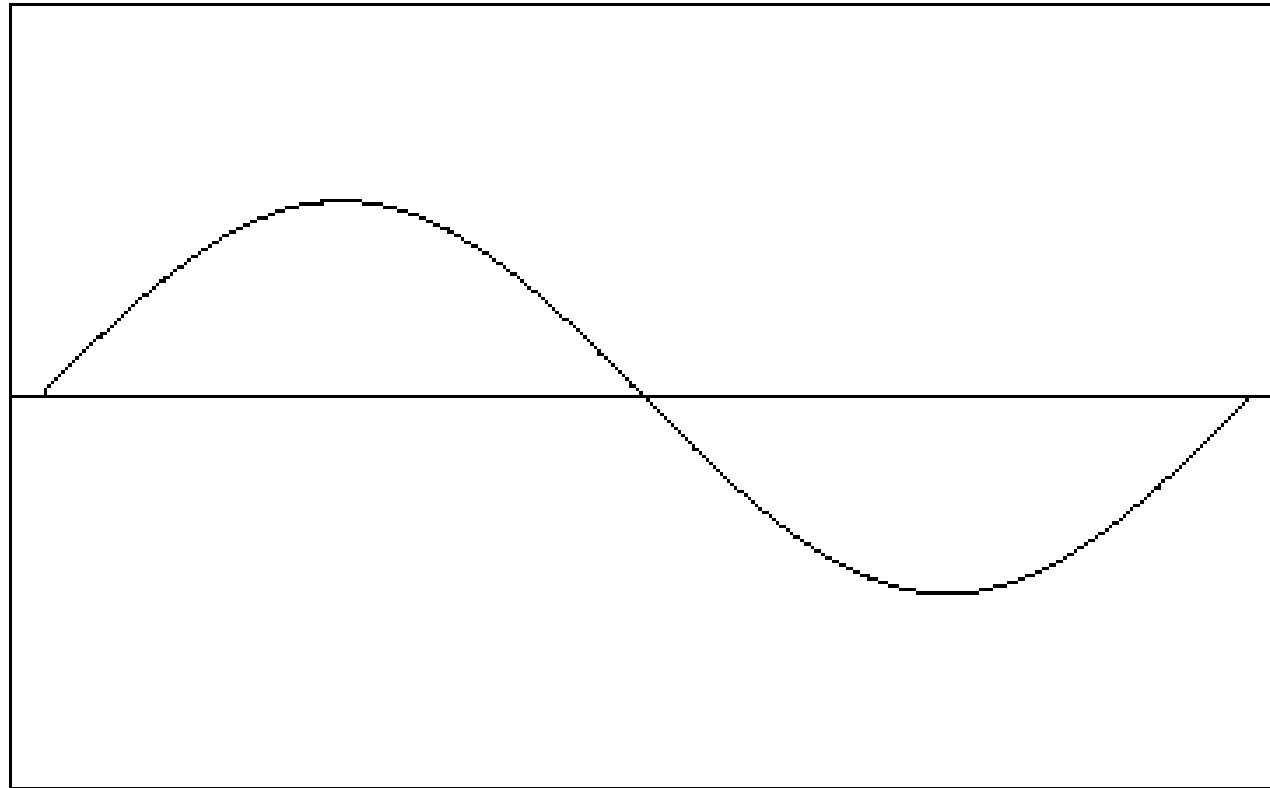


Frequency Spectrum



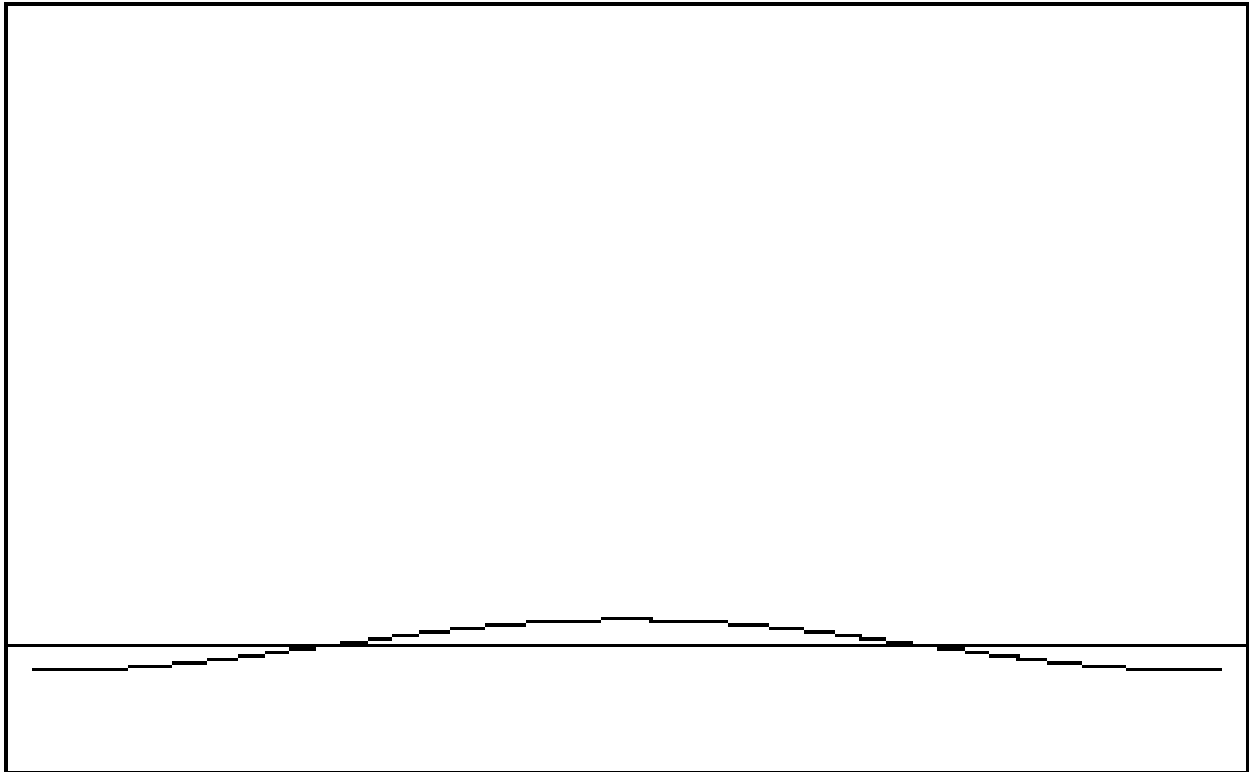
# Dente de serra

---



# Pulso

---



# Sumário – 24/04/2024

---

- Ondas – parte 2

Devolutiva:

- Como foi a aula hoje ? (Moodle)

<https://forms.gle/MRJRSmYpNUdUg8fz6>

