

Física 2 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda **AULA 21 – 24/04/2024**

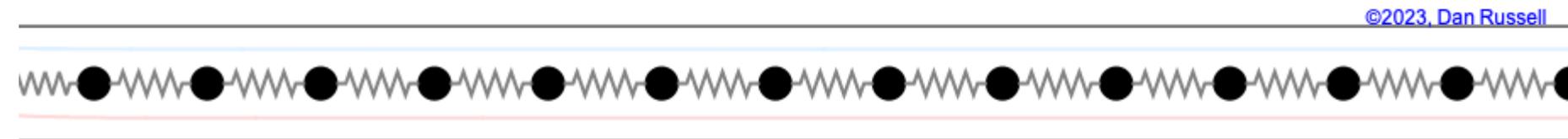
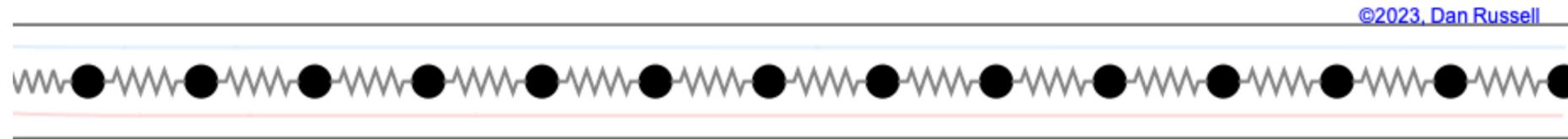
crmiranda@usp.br



sampa



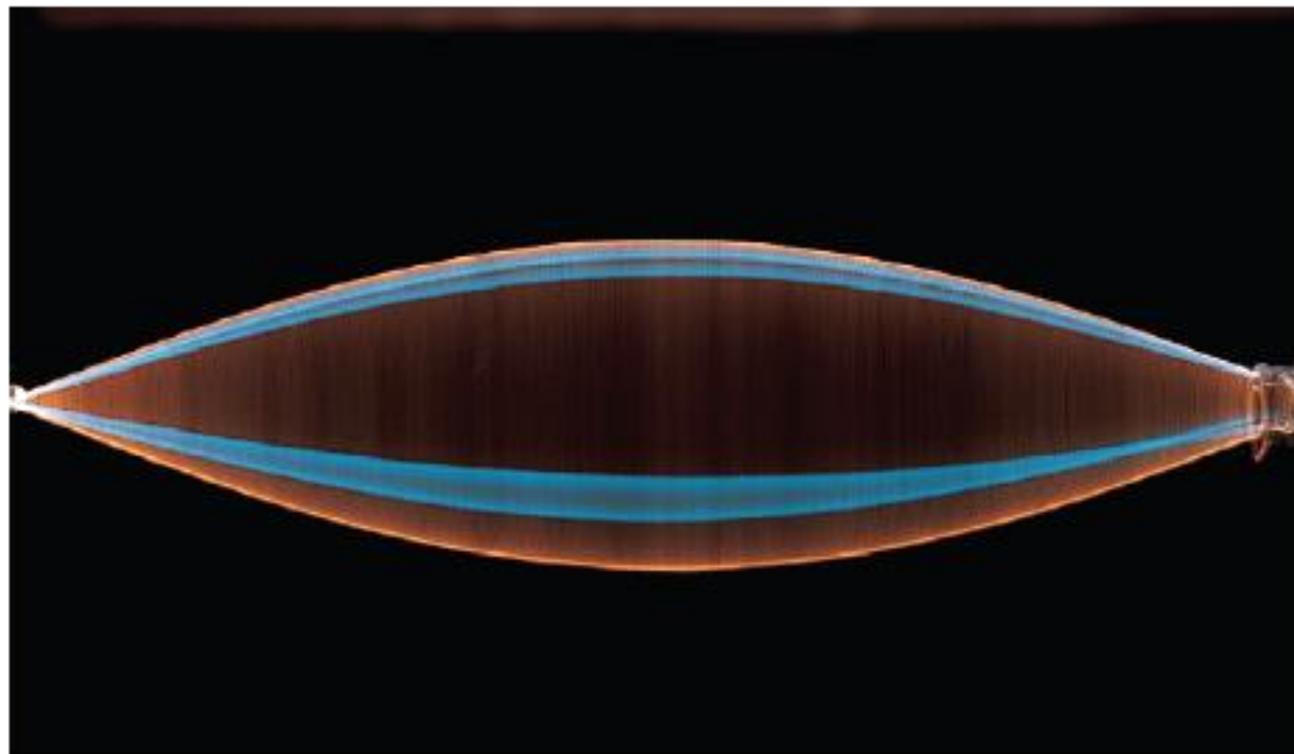
Ondas



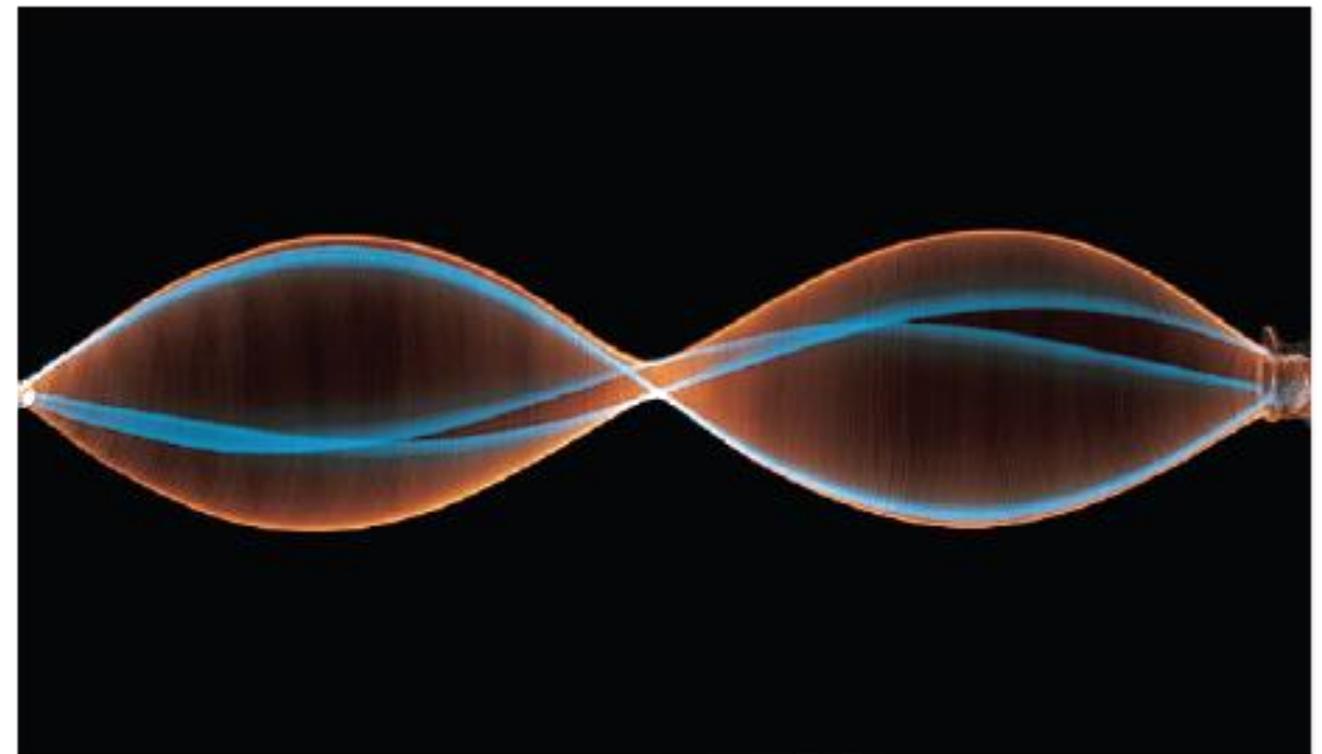
Ondas sonoras estacionárias em uma corda

- Tempos de exposição de ondas estacionárias em uma corda esticada:

(a) A corda tem meio comprimento de onda.



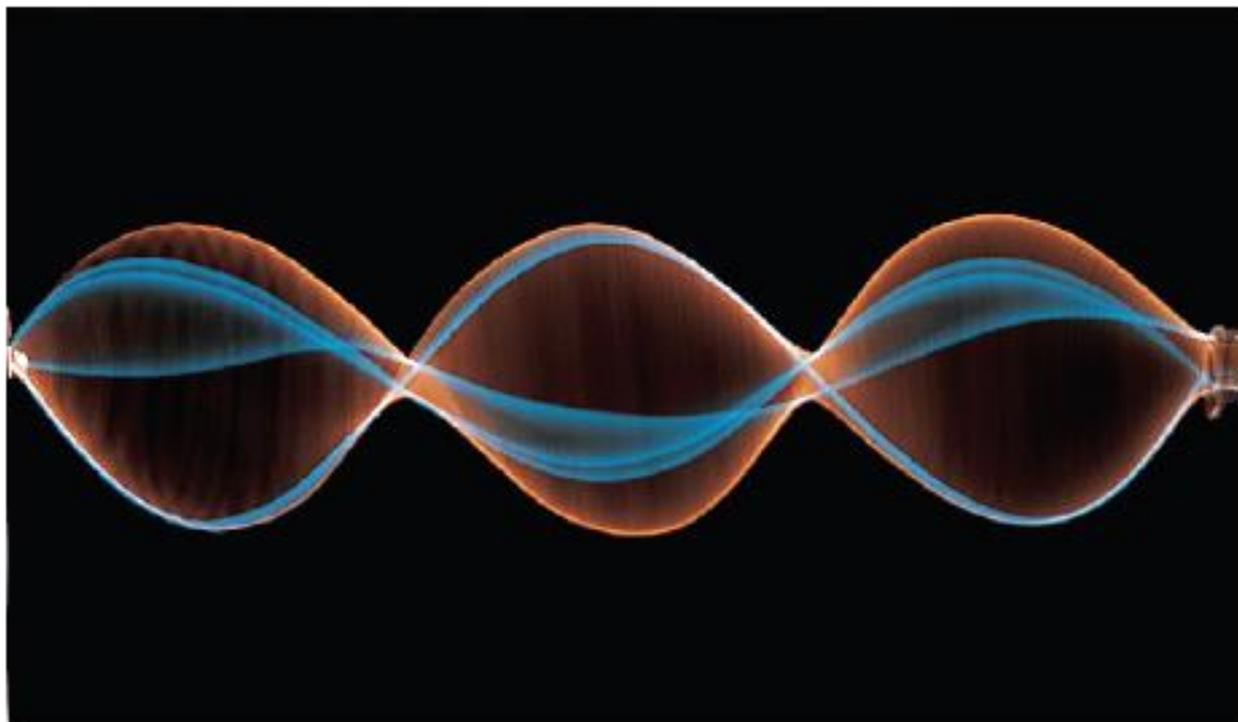
A corda tem um comprimento de onda.



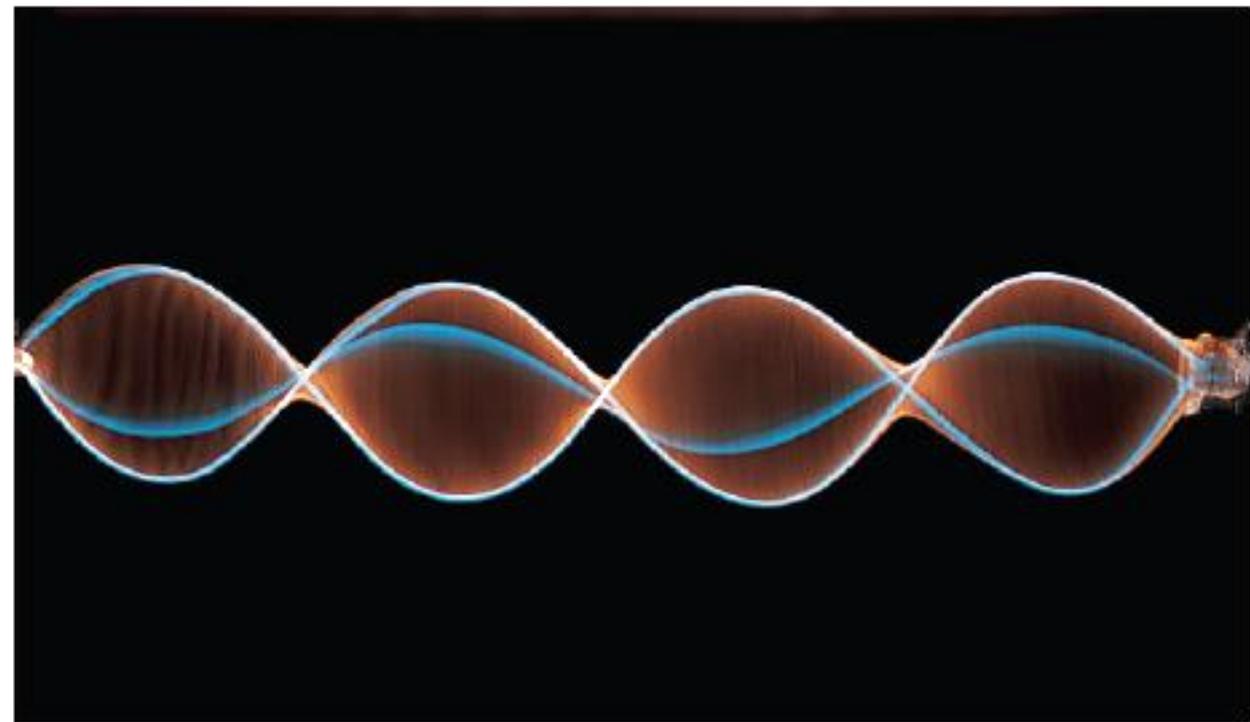
Ondas sonoras estacionárias em uma corda

- Tempos de exposição de ondas estacionárias em uma corda esticada:

(c) A corda tem comprimento de onda de um e meio.



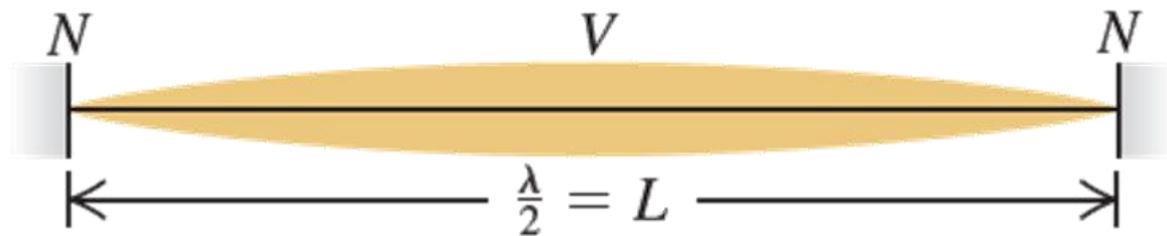
(d) A corda tem dois comprimentos de onda.



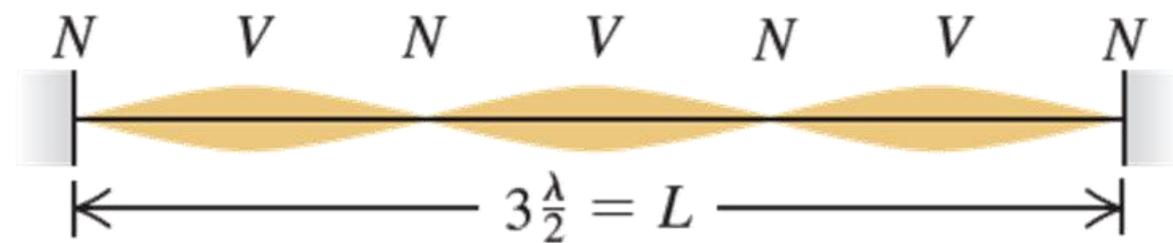
Modos normais de uma corda

- Um **modo normal** de um sistema oscilante é um movimento no qual todas as partículas do sistema se movem **senoidalmente** com a mesma frequência.

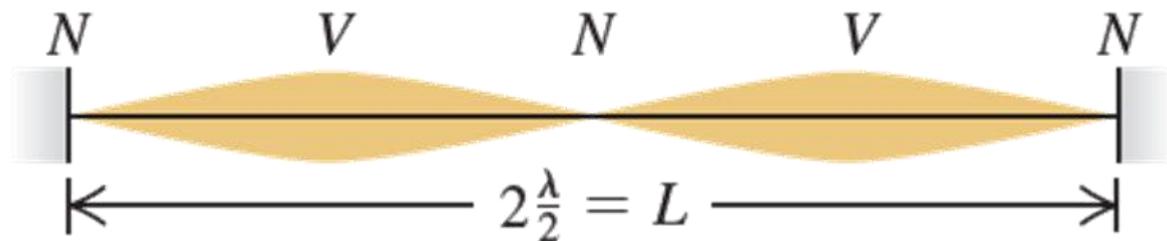
(a) $n = 1$: frequência fundamental, f_1



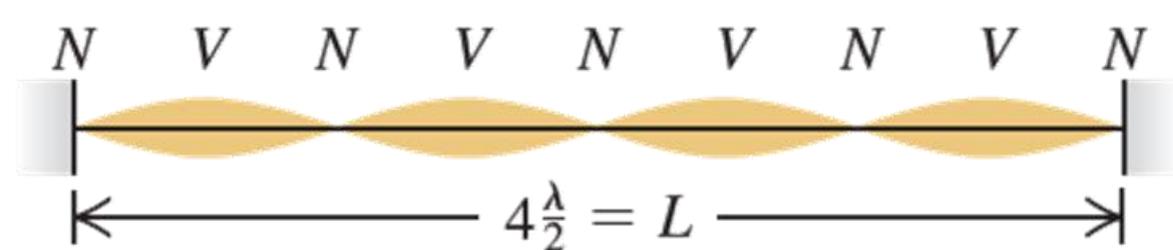
(c) $n = 3$: terceiro harmônico, f_3 (segundo sobretom)



(b) $n = 2$: segundo harmônico, f_2 (primeiro sobretom)



(d) $n = 4$: quarto harmônico, f_4 (terceiro sobretom)



Equação da Corda vibrante

Modos normais de uma corda vibrante

Modos normais de vibração:

Sistema físico em vibração: apenas algumas vibrações são permitidas (modos normais de vibração)

CASO 1: Corda vibrante

Corda com extremidades fixas ($x=0$ e $x=l$)

Vibrações: comprimento múltiplo inteiro do meio comprimento de onda da vibração

$L = n \cdot \lambda / 2$ com $n=1, 2, 3, \dots$

Monocórdios - Dan ban (Vietnam)

- Berimbau

Modos normais de uma corda vibrante

Coordenadas x (comprimento horizontal) e y (afastamento entre a posição da corda em um instante t e sua posição no equilíbrio):

$$y = A \cdot \text{SIN}(k \cdot x)$$

condições de contorno: $y=0$ para $x=0$ e $x = l$

Solução: $k \cdot l = n \cdot \pi$

Mas $l = n \cdot \lambda / 2$ pois $k = 2 \cdot \pi / \lambda$

Modos de vibração:

$$y_n = a_n \cdot \text{SIN}(x \cdot n \cdot \pi / \lambda), \text{ com } n=0, 1, 2, 3, \dots$$

Modos normais de uma corda vibrante

A equação da corda vibrante pode ser generalizada como:

$$\partial^2 y / \partial x^2 - 1/v^2 \cdot \partial^2 y / \partial t^2 = 0$$

$$Y(0,t) = y(l,t) = 0$$

Por separação de variáveis:

$$y(x,t) = u(x) \cdot e^{-i\omega t}$$

Implicando em:

$$d^2 u / dx^2 + k^2 \cdot u = 0, \text{ com } k^2 = \omega^2 / v^2$$

$$\text{e } u(0) = u(l) = 0$$

Modos normais de uma corda vibrante

As soluções podem ser dadas na forma:

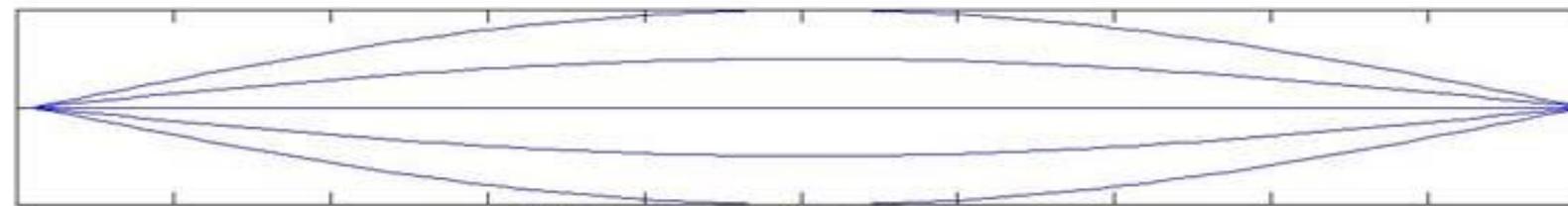
$$y_n = a_n \sin(n \cdot \pi \cdot x / l) e^{-i\omega_n t}$$

onde $k_n = n \cdot \pi / l$ e $\omega_n = k_n \cdot v$ com $n=1,2,3, \dots$

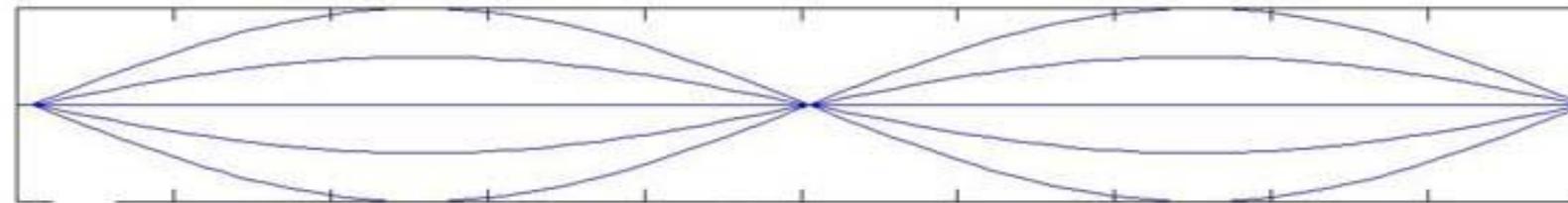
Como a equação é linear, toda combinação linear das funções é solução

$$y(x,t) = \text{Somatório } (y_n)$$

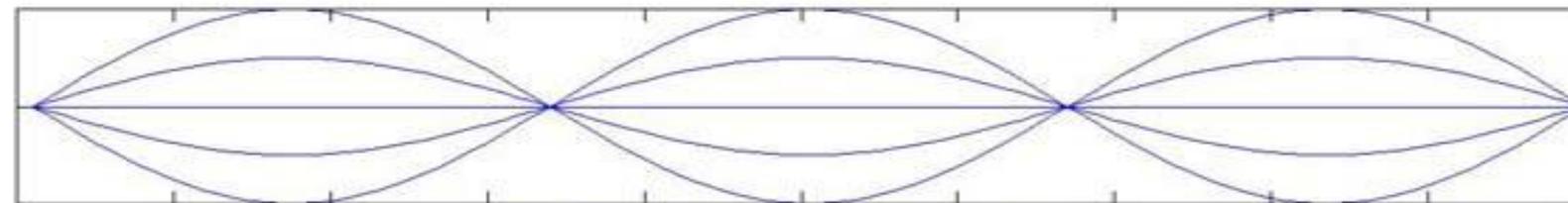
Modos normais de uma corda vibrante



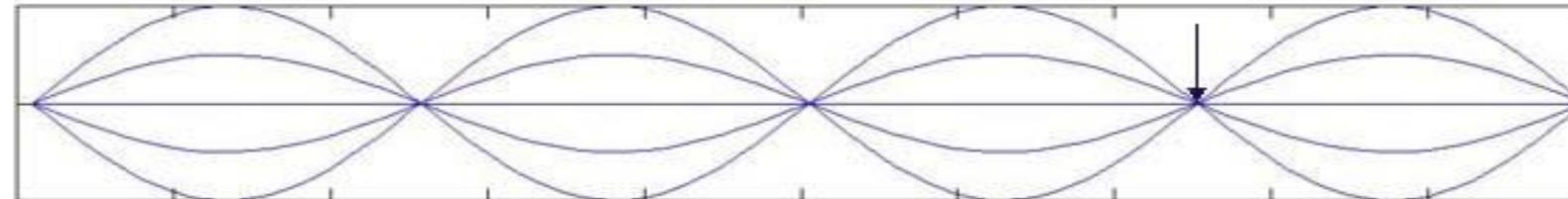
Node spacing L , frequency f_1



Node spacing $L/2$, frequency $2 f_1$



Node spacing $L/3$, frequency $3 f_1$



Node spacing $L/4$, frequency $4 f_1$

Demonstração – corda vibrante

[Loaded String Simulation \(falstad.com\)](http://falstad.com)

Vibrações em uma membrana

Os modos vibracionais de uma membrana retangular (lados a e b) são as soluções da equação de ondas em 2-D:

$$\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 - 1/v^2 \cdot \partial^2 z / \partial t^2 = 0$$

com as condições:

$$z(0,y,t) = z(a,y,t) = z(x,0,t) = z(x,b,t) = 0$$

Soluções:

$$z(x,y,t) = \text{Sum}\{a_{n_1 n_2} \cdot \sin(x \cdot n_1 \cdot \pi/a) \cdot \sin(x \cdot n_2 \cdot \pi/b) e^{-i\omega_{n_1 n_2} t}\}$$

Membrana retangular

[Rectangular Membrane Applet \(falstad.com\)](http://falstad.com)

Vibrações em uma membrana

Os modos vibracionais de uma membrana circular são as soluções da equação de ondas em 2-D:

$$1/r \partial/\partial r (r \partial z/\partial r) + 1/r^2 \partial^2 z/\partial \varphi^2 - 1/v^2 \cdot \partial^2 z/\partial t^2 = 0$$

com as condições:

$$z(R, \varphi, t) = 0$$

Soluções:

Funções de Bessel

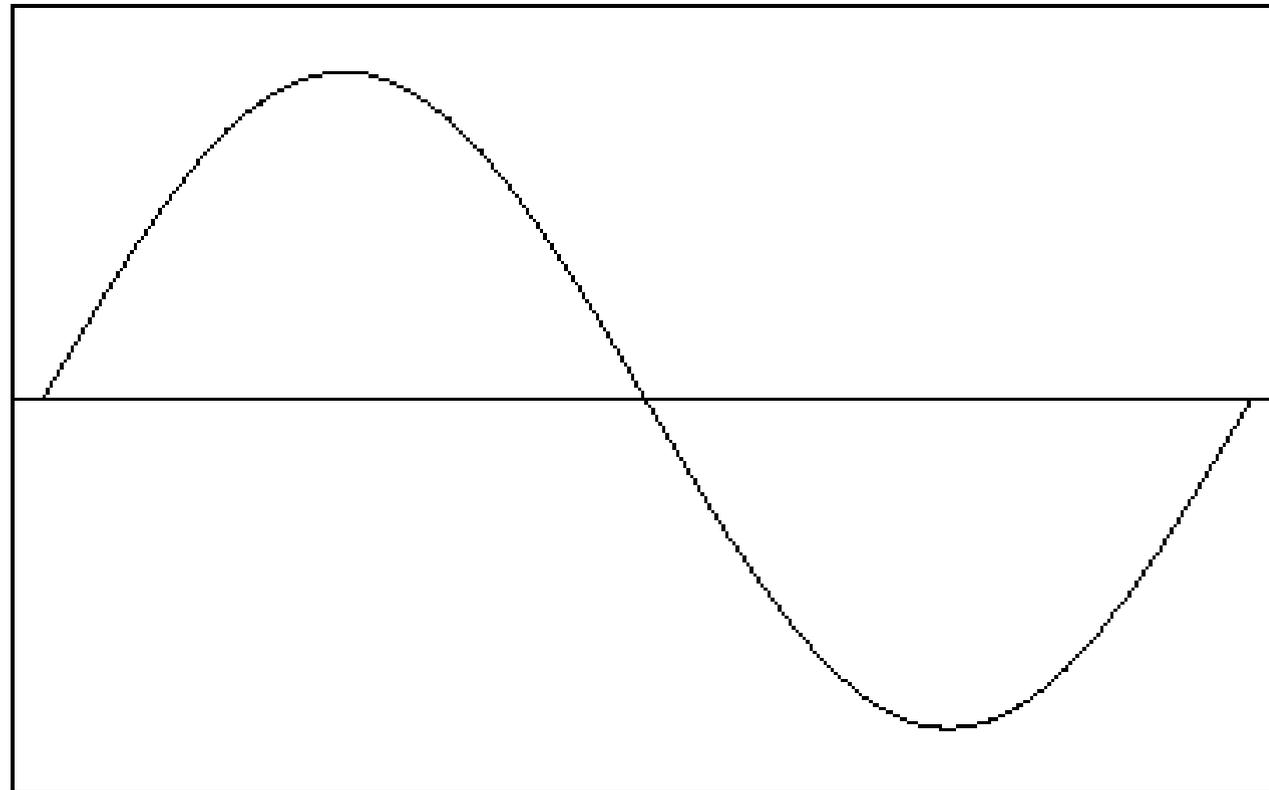
Membrana circular

[Circular Membrane Applet \(falstad.com\)](http://falstad.com)

Laboratório (Cuba de Ondas)

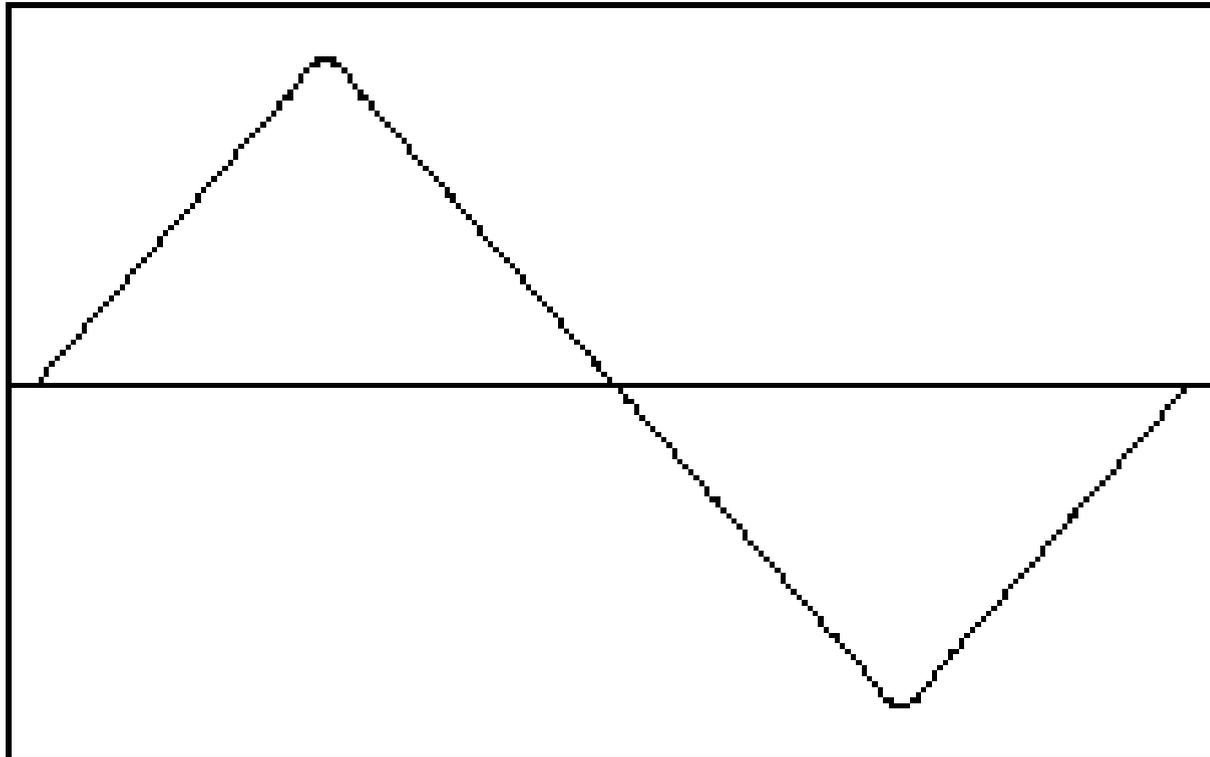
[Ripple Tank Simulation \(falstad.com\)](http://falstad.com)

Fourier – onda quadrada

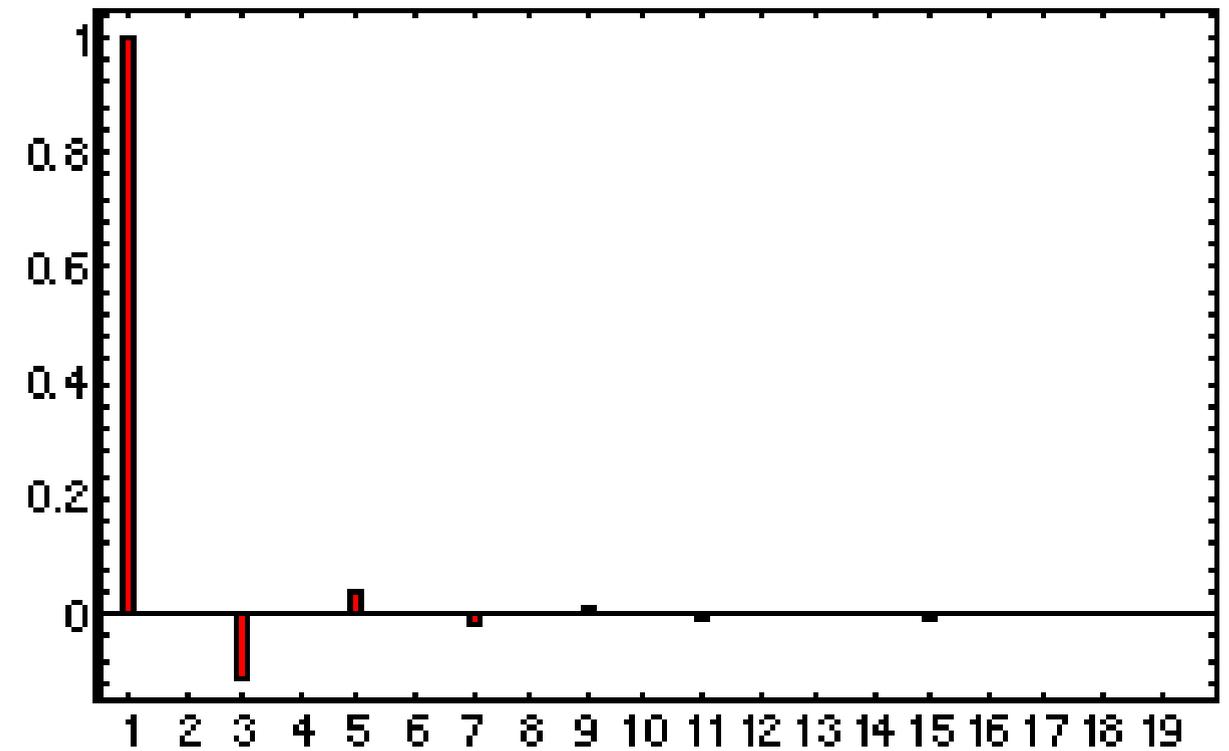


Onda triangular

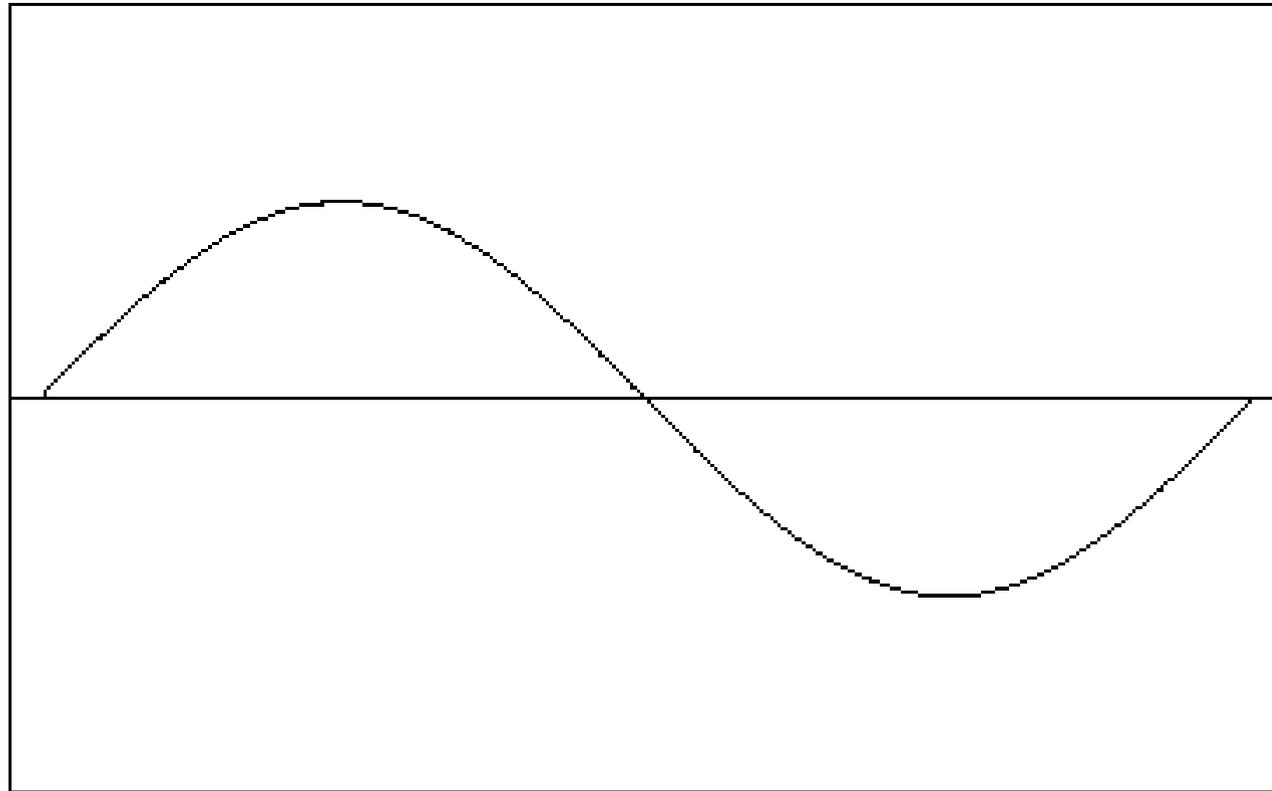
Sum Wave



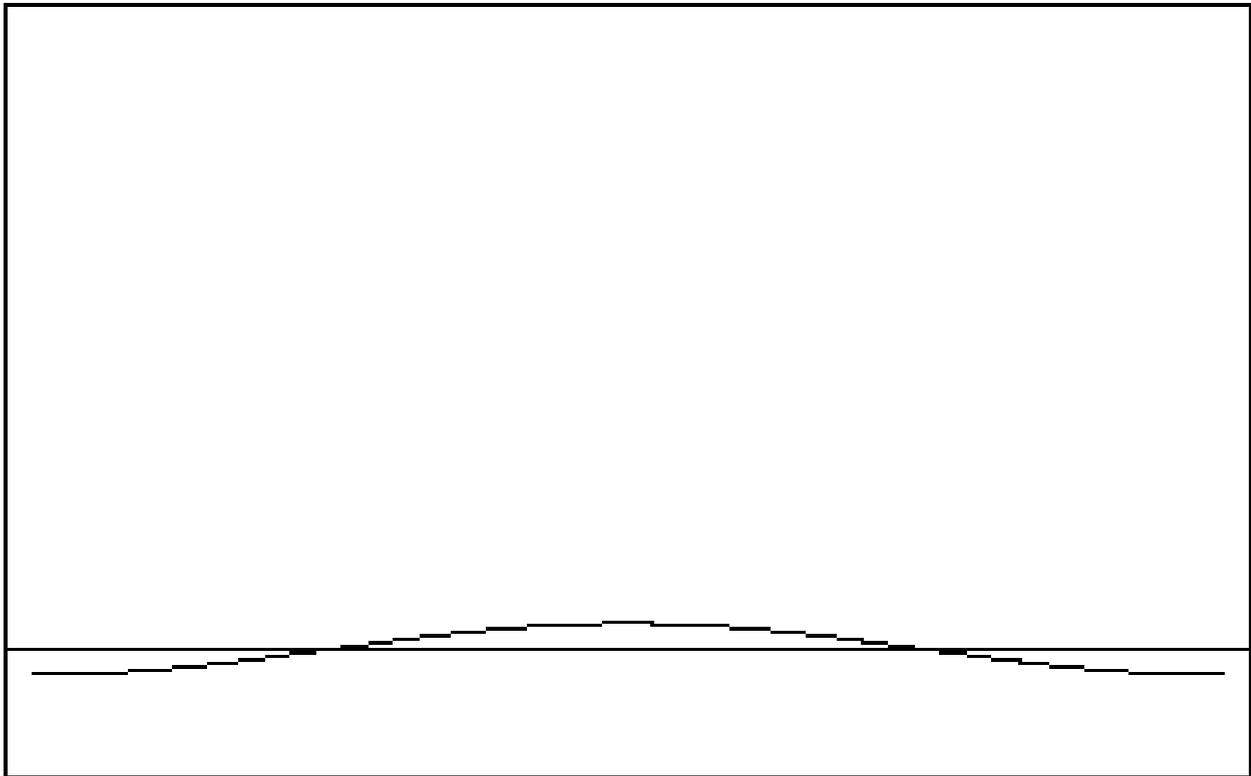
Frequency Spectrum



Dente de serra



Pulso



Sumário – 24/04/2024

- Ondas – parte 2

Devolutiva:

- Como foi a aula hoje ? (Moodle)

<https://forms.gle/MRJRSmYpNUdUg8fz6>

