



# SAA0187

## Sistemas Aeronáuticos de Acionamento

Força em comandos de voo  
parte 2

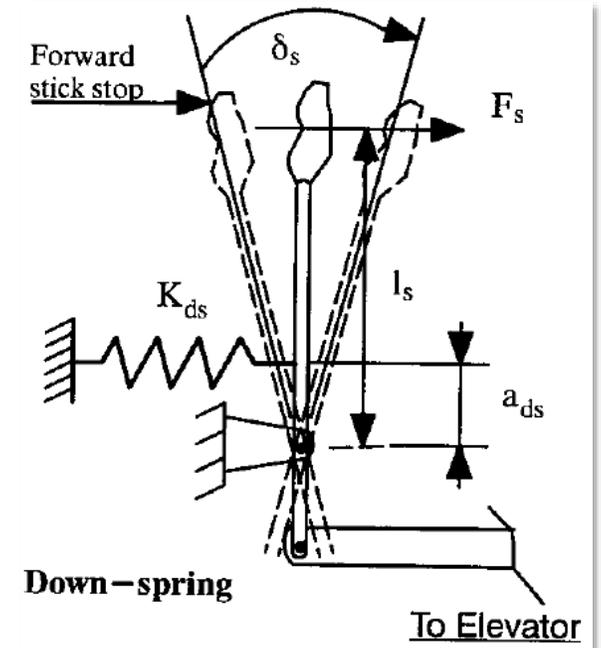
Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto

[jhbidi@sc.usp.br](mailto:jhbidi@sc.usp.br)

- **Introdução**
- **Definição do momento de dobradiça**
- **Força nos comandos**
- **Compensadores**
- **Molas de pré-tensão**
- **Contrapeso**
- **Força no profundor**
- **Força no leme**
- **Força no aileron**

- Introdução
- Definição do momento de dobradiça
- Força nos comandos
- Compensadores
- **Molas de pré-tensão**
- Contrapeso
- Força no profundor
- Força no leme
- Força no aileron

- Além dos compensadores (ou em conjunto com eles) molas podem ser utilizadas ao longo do circuito do sistema de acionamento para modificar a relação  $P \times V$ .
- Diferentes configurações podem ser utilizadas.
- Uma configuração é o “Down-spring” onde uma mola é instalada a frente do manche.
- A(s) mola(s) pode(m) ser instaladas ao longo do circuito do sistema de acionamento. Porém o efeito sempre será de puxar o manche para frente e, conseqüentemente, o profundor será movimentado positivamente.



- O incremento de força no manche  $\Delta P_m$  devido ao efeito da mola para qualquer posição do manche é:

$$\Delta P_m = f_{pl} \left( \frac{a_{ds}}{l_s} \right) + K_m \left( \frac{a_{ds}^2 \delta_s}{l_s} \right)$$

- A relação de transmissão mecânica é definida como a razão entre o movimento do manche ( $l_s \delta_s$ ) e movimento do profundor  $\delta_e$

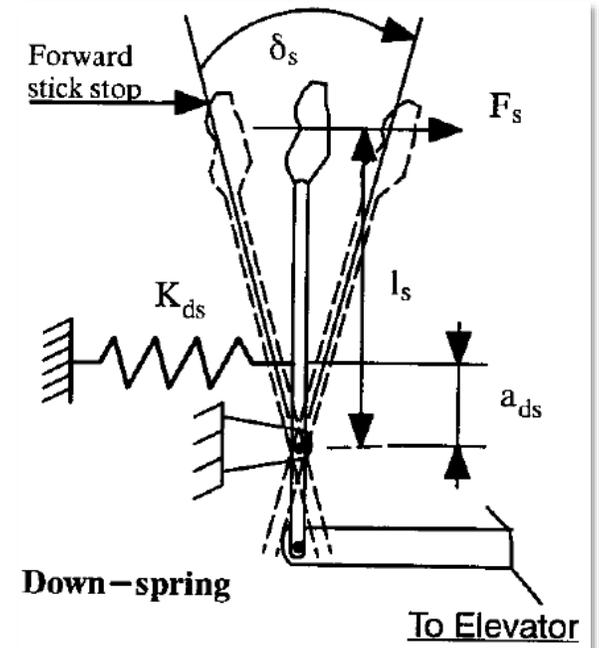
$$\delta_e = G \delta_s l_s$$

- O que resulta em:

$$\Delta P_m = f_{pl} \left( \frac{a_{ds}}{l_s} \right) + K_m \left( \frac{a_{ds}^2 \delta_e}{l_s^2 G} \right)$$

$f_{pl}$  é a pré-tensão da mola

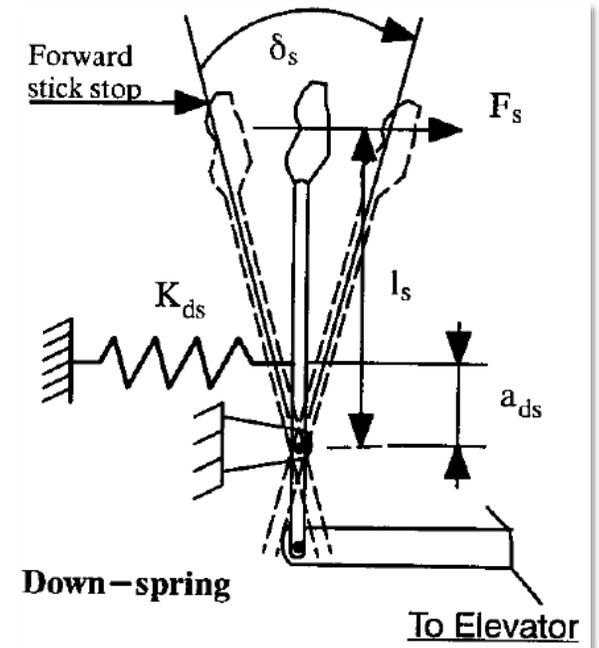
$K_m$  é a constante da mola



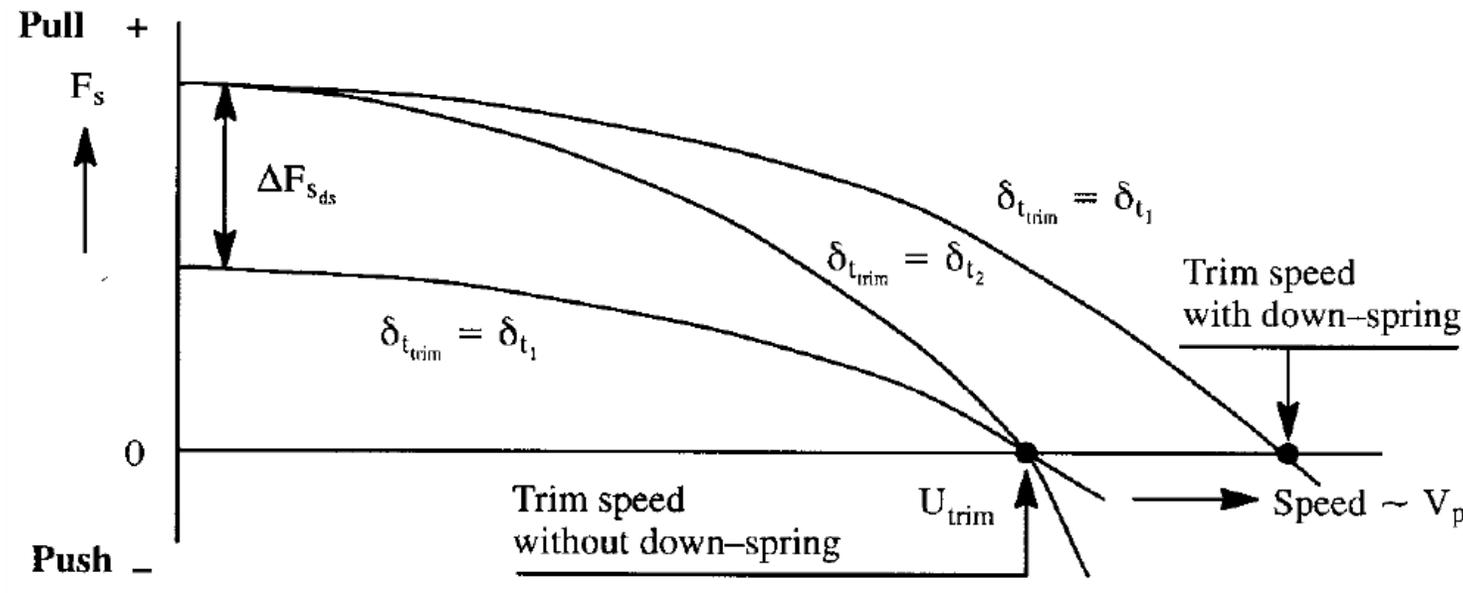
- Se uma elevada pré-tensão for aplicada para uma mola com uma constante muito baixa, podemos escrever

$$\Delta P_m = f_{pl} \left( \frac{a_{ds}}{l_s} \right)$$

ou seja, o incremento de força devido a mola se torna independente da posição do manche e, conseqüentemente, da posição do profundor



- O efeito da mola é de aumentar o esforço no manche (desloca a curva horizontalmente para cima).
- Quando a configuração de um compensador de trimagem é tal que mantém a mesma velocidade de trimagem verifica-se que a inclinação de  $P \times V$  é modificada, aumentando a sensação de estabilidade durante a pilotagem e também reduzindo a sensibilidade dos comandos.



- Como vimos anteriormente o gradiente é proporcional a margem estática manche livre:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = 2G\bar{c}_e \frac{a'b_2}{\det[C]} \frac{W}{V_{trim}} (h - h_{PN_{free}})$$

- Logo, o aumento da inclinação (ou do gradiente) corresponde a um aumento “aparente” da margem estática:

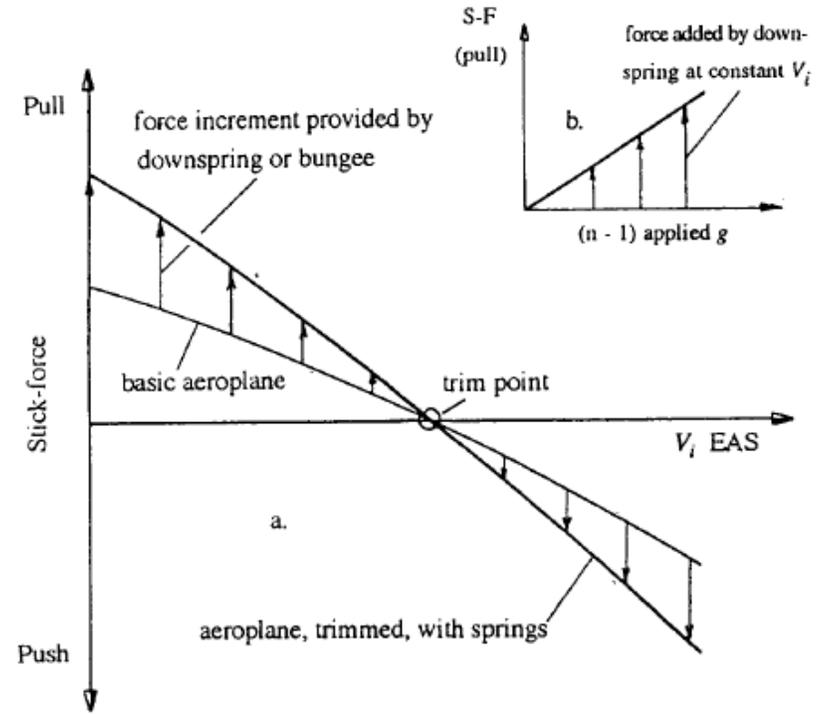
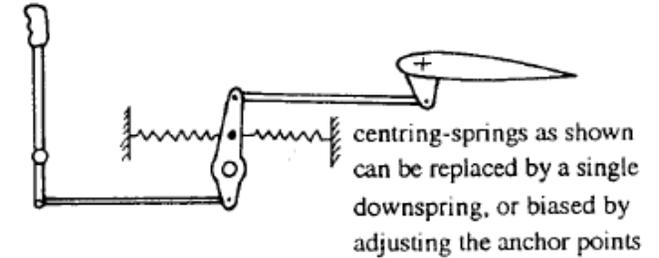
$$\Delta P = GS_e \bar{c}_e W \frac{a'b_2}{\det[C]} \Delta K' \qquad \Delta K' = \frac{\det[C]}{a'b_2} \frac{\Delta P}{GS_e \bar{c}_e W}$$

o que é um efeito aparente, ou seja, o piloto tem a sensação de maior estabilidade mas na realidade a margem estática manche livre não é alterada.

- Assim a nova equação para  $P$  fica:

$$P = A + B \frac{1}{2} \rho V^2 + f_{pl} \left( \frac{a_{ds}}{l_s} \right) \qquad \Delta P_m = f_{pl} \left( \frac{a_{ds}}{l_s} \right)$$

- Outras configurações ou combinações de molas podem ser utilizados para alterar a relação  $P \times V$  e consequentemente o gradiente.
- Na configuração apresentada, as molas tendem a centralizar o manche e aumentam a inclinação de  $P \times V$ .



- Introdução
- Definição do momento de dobradiça
- Força nos comandos
- Compensadores
- Molas de pré-tensão
- **Contrapeso**
- Força no profundor
- Força no leme
- Força no aileron

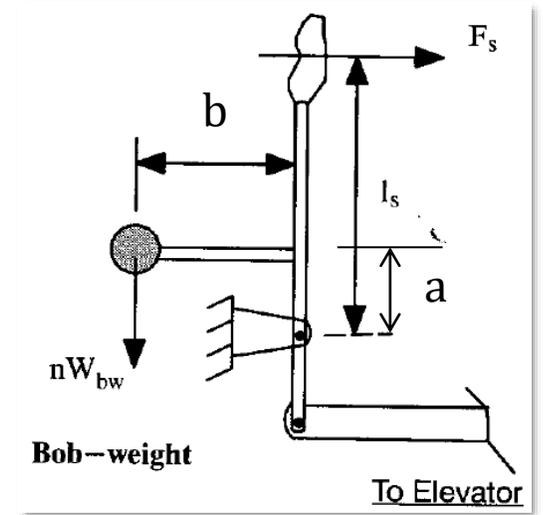
- O uso de um contrapeso pode ter um efeito similar ao da mola.

- O incremento de força será na forma:

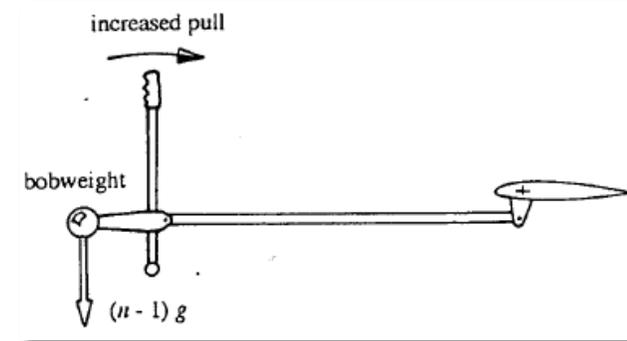
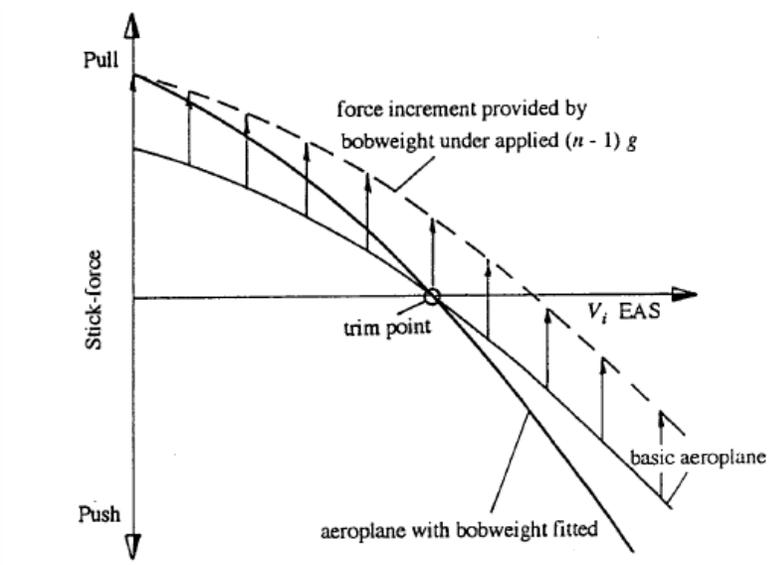
$$\Delta P_w = \sqrt{a^2 + b^2} \frac{nW_b}{l_s} \cos \left[ \left( \text{atan} \frac{a}{b} \right) + \delta_s \right]$$

- Quando  $a = 0$  (contrapeso alinhado com o ponto de articulação do manche:

$$\Delta P_w = \frac{nW_b b}{l_s}$$



- Ou seja, o incremento passa a ser independente da posição do manche e o efeito é similar ao efeito da mola de baixa rigidez e pré-tensão alta ( $n = 1$ , vôo nivelado).



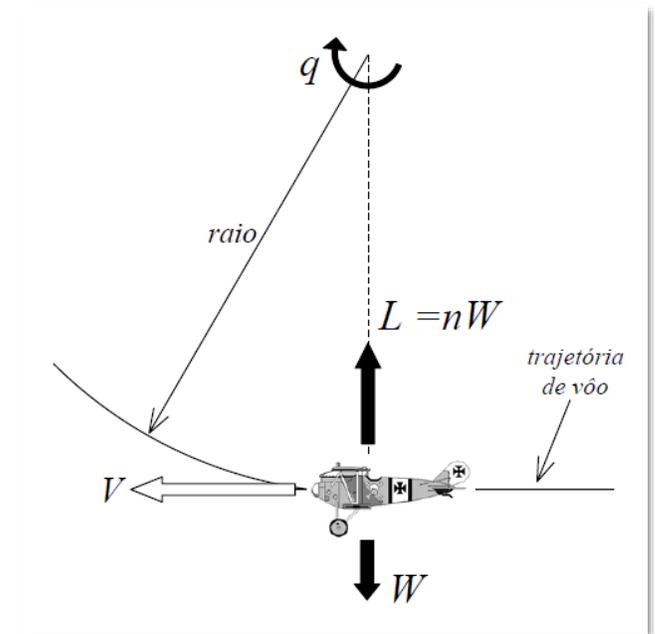
Entretanto o peso também altera outras relações ...

- A função primária dos contrapesos é ajustar a Força de comando por  $g$ .
- Como regra geral pode se dizer que um avião pequeno e bastante manobrável deve ter comandos leves em manobras ou reduzida relação de força de comandos por  $g$ .
- Já aeronaves maiores de transporte a relação de força de comando por  $g$  deve ser elevada por questões de conforto de passageiros e limites da estrutura.
- Durante a manobra de puxada podemos definir a força normal resultante é:

$$L - W = nW - W = (n - 1)W$$

Onde o fator de carga é:

$$n = \frac{L}{W} \qquad a_n = (n - 1)g$$

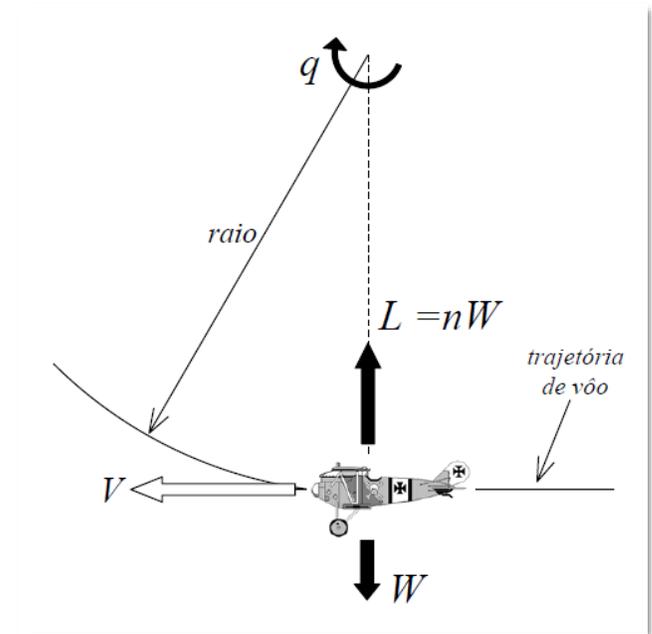


- Introdução
- Definição do momento de dobradiça
- Força nos comandos
- Compensadores
- Molas de pré-tensão
- Contrapeso
- **Força no profundor**
- Força no leme
- Força no aileron

- Assumindo que a aeronave está inicialmente trimada em vôo horizontal e conseqüentemente é necessário um ângulo de profundor  $\delta_e$  e força no manche  $P$ . Para a realização da manobra é necessário que se modifique o profundor para:

$$\delta_e + \Delta\delta_e$$

$$P + \Delta P$$



- A velocidade angular na manobra é

$$q = \frac{(n - 1)}{V} g$$

- As relações para sustentação e momento de arfagem na manobra podem ser representadas como

$$\begin{aligned} \Delta C_L &= C_{L_\alpha} \Delta \alpha + C_{L_q} \hat{q} + C_{L_{\delta_e}} \Delta \delta_e \\ \Delta C_m &= C_{m_\alpha} \Delta \alpha + C_{m_q} \hat{q} + C_{m_{\delta_e}} \Delta \delta_e \end{aligned}$$

- Onde os termos relativos a  $q$  são apresentados na forma adimensional

$$\hat{q} = \frac{q \bar{c}}{2V} \quad C_{L_q} = \frac{\partial C_L}{\partial \hat{q}} \quad C_{m_q} = \frac{\partial C_m}{\partial \hat{q}}$$

- Resultando também na forma adimensional para a velocidade angular

$$\hat{q} = \frac{\bar{c}(n - 1)g}{2V^2} \quad \text{ou} \quad \hat{q} = (n - 1) \frac{C_w}{2\mu}$$

$$C_w = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}$$

$$\mu = \frac{2m}{\bar{c} S \rho}$$

- Assumindo o vôo curvilíneo em regime,  $\Delta C_m = 0$ , podemos relacionar  $C_L$  e  $n$

$$\Delta C_L = \frac{nW - W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = (n - 1)C_w$$

- Assim as equações de sustentação e momento se tornam

$$(n - 1)C_w = C_{L\alpha}\Delta\alpha + (n - 1)C_{Lq}\frac{C_w}{2\mu} + C_{L\delta_e}\Delta\delta_e$$

$$0 = C_{m\alpha}\Delta\alpha + (n - 1)C_{mq}\frac{C_w}{2\mu} + C_{m\delta_e}\Delta\delta_e$$

- De onde são obtidos

$$\frac{\Delta\delta_e}{(n - 1)} = \frac{-C_w}{\det[C]} \left[ C_{m\alpha} - \frac{1}{2\mu} (C_{Lq}C_{m\alpha} - C_{L\alpha}C_{mq}) \right]$$

$$\frac{\Delta\alpha}{(n - 1)} = \frac{1}{C_{L\alpha}} \left( C_w - C_{Lq}\frac{C_w}{2\mu} - C_{L\delta_e}\frac{\Delta\delta_e}{(n - 1)} \right)$$

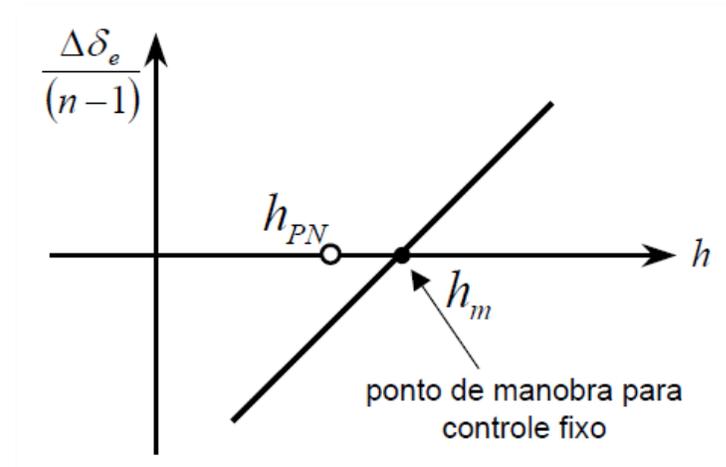
→ Ângulo de profundor por  $g$ :  
ângulo necessário para  
manter uma manobra com  
um fator de carga  $n$

- Ou ainda:

$$\frac{\Delta\delta_e}{(n-1)} = \frac{-C_w C_{L\alpha} (2\mu - C_{Lq})}{2\mu \det[C]} \left[ h - h_{PN} + \frac{C_{mq}}{2\mu - C_{Lq}} \right] \quad C_{m\alpha} = C_{L\alpha} (h - h_{PN})$$

- A posição do CG onde a relação de ângulo de profundor por  $g$  é nula define o ponto de manobra.

$$h_m = h_{PN} - \frac{C_{mq}}{2\mu - C_{Lq}}$$



- Podemos definir também a força de comando por  $g$  para a manobra

$$P + \Delta P \quad \frac{\Delta P}{(n - 1)}$$

- O incremento de força no manche para a manobra poder ser definido como:

$$\Delta P = (G_1 - G_2) \frac{1}{2} \rho V^2 S_e \bar{c}_e \Delta C_{he} \quad \longrightarrow \quad (G_1 - G_2) \Delta H_e$$

- Aqui a expressão do momento de articulação pode ser modificada para:

$$\Delta C_{he} = C_{he\alpha} \Delta \alpha + C_{heq} \Delta \hat{q} + C_{he\delta_e} \Delta \delta_e$$

- Utilizando a definição de ângulo de ataque por  $g$  e a definição de velocidade angular (slides 16 e 17):

$$\frac{\Delta C_{he}}{(n - 1)} = \frac{-C_w}{2\mu C_{L\alpha}} \left[ (2\mu - C_{Lq}) C_{he\alpha} + C_{heq} C_{L\alpha} \right] + \frac{\Delta \delta_e}{(n - 1)} \left( C_{he\delta_e} - \frac{C_{L\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{L\alpha}} \right)$$

- Anteriormente definimos a influência do profundor livre,

$$a' = C'_{L\alpha} = C_{L\alpha} - \frac{C_{L\delta_e} C_{he\alpha}}{b_2}$$

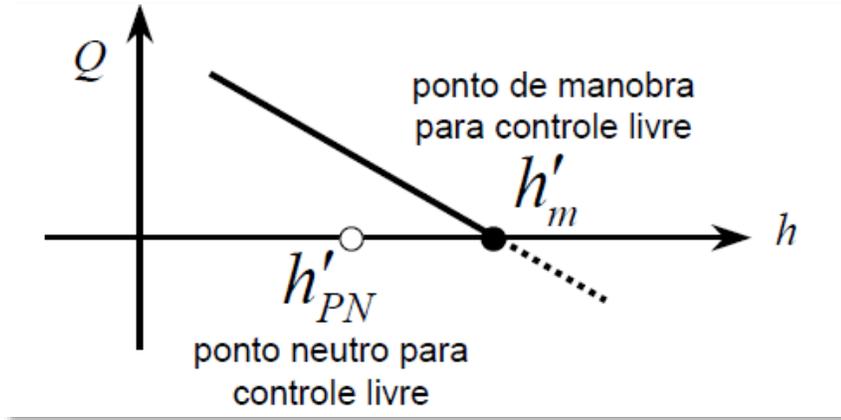
que juntamente com a definição de ângulo de profundor por  $g$  nos fornece:

$$\frac{\Delta C_{he}}{(n-1)} = \frac{-C_w a' C_{he\delta_e}}{2\mu} (2\mu - C_{Lq}) (h - h'_m) \quad e$$

$$h'_m = h_m \frac{\det[C]}{a' C_{he\delta_e}} \left( \frac{C_{he\alpha}}{C_{L\alpha}} + \frac{-C_{heq}}{2\mu - C_{Lq}} \right) \quad \text{É o ponto de manobra para comando livre}$$

- A força de comando por  $g$  passa a ser definida como:

$$Q = \frac{\Delta P}{(n-1)} = -(G_1 - G_2) \frac{S_e}{S} \bar{c}_e W \frac{a' C_{he\delta_e}}{2\mu \det[C]} (2\mu - C_{Lq}) (h - h'_m)$$

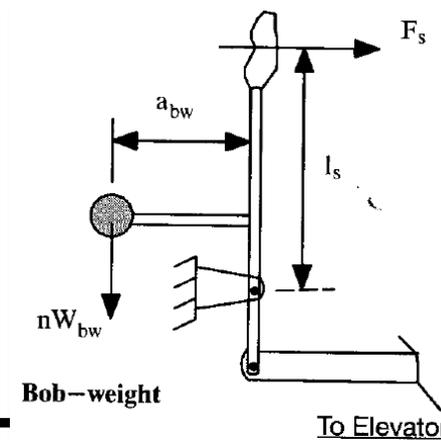


$Q$  cresce linearmente a medida que o CG se move para frente!

$Q$  é diretamente proporcional a carga alar  
 $Q$  varia com o produto de área e corda (dimensão ao cubo).

- O contrapeso na configuração apresentada pode ser utilizado para aumentar a relação de força de comando por  $g$ :

$$\Delta P_w = \frac{nW_b b}{l_s}$$



- O contrapeso permite a alteração da força de comando por  $g$  através de um incremento dado por:

$$\Delta \left( \frac{P}{n} \right)_w \approx \frac{W_b b}{l_s}$$

- O efeito do momento aerodinâmico de articulação sobre a qualidade de voo não se limita ao casos longitudinal. No caso latero-direcional verificam-se questões similares para o aileron e leme.

- Introdução
- Definição do momento de dobradiça
- Força nos comandos
- Compensadores
- Molas de pré-tensão
- Contrapeso
- Força no profundor
- **Força no leme**
- Força no aileron

- A força necessária para movimentar o leme pode ser definida como:

$$P_r = G\eta\bar{q}S_r\bar{c}_r(C_{h_r})$$

$$C_{h_r} = C_{h_{\delta_r}}\delta_r + C_{h_{\delta_{r_t}}}\delta_{r_t} + C_{h_{\beta_v}}\beta_v$$

$G$  é a relação de transmissão entre pedais e leme;

$\eta$  é a eficiência do leme;

$S_r$  é a área do leme;

$\bar{c}_r$  é a corda média;

$C_{h_{\delta_r}}$  é variação do momento de dobradiça em relação a variação do ângulo do leme;

$C_{h_{\delta_{r_t}}}$  é variação do momento de dobradiça em relação a variação do ângulo do compensador do leme;

$C_{h_{\beta_v}}$  é variação do momento de dobradiça em relação a variação do ângulo de guinada;

- No caso de um vôo trimado com os pedais livres (pés no assoalho), vale

$$0 = C_{n_{\delta_r}} \delta_r + C_{n_{\beta_v}} \beta_v$$

assumindo compensador na posição zero.

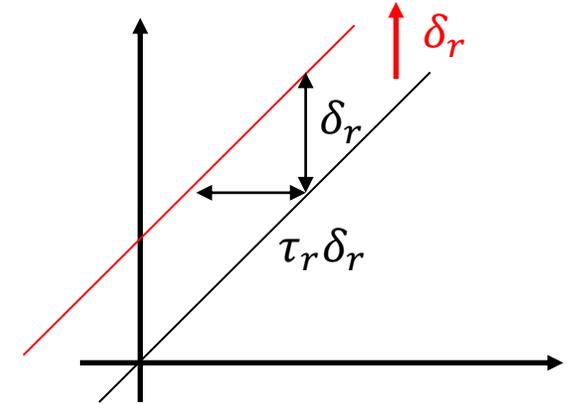
- A posição de equilíbrio para o leme livre é

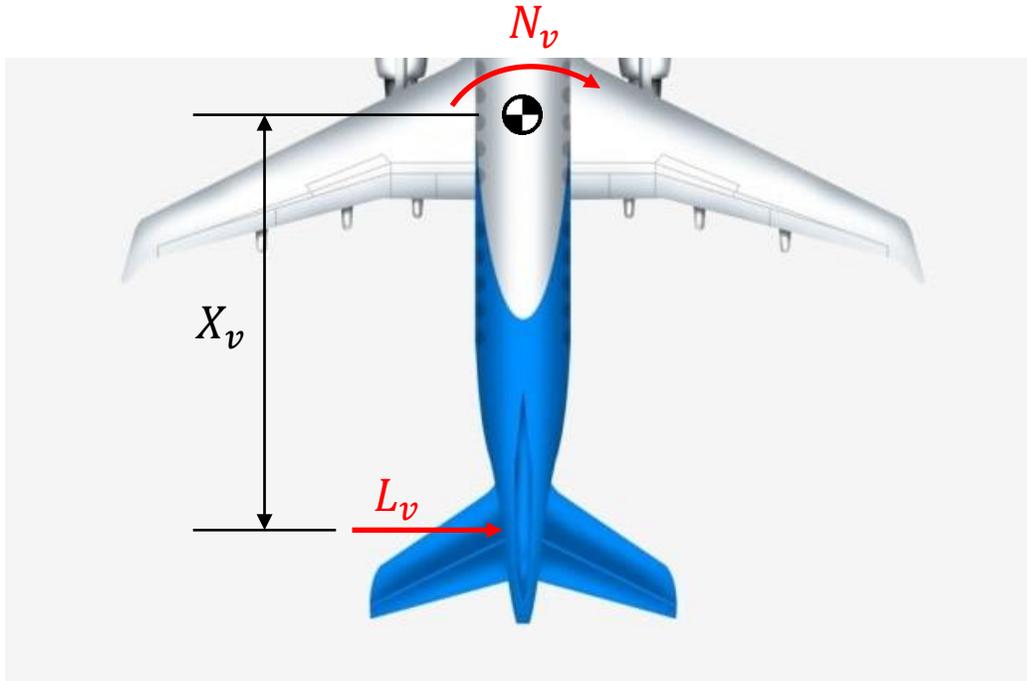
$$\delta_{r_{free}} = -\frac{C_{n_{\beta_v}} \beta_v}{C_{n_{\delta_r}}}$$

- O ângulo efetivo de guinada é então reduzido como consequência do leme livre

$$\beta_{v_{efet}} = \beta - \sigma + \tau_r \delta_{r_{free}}$$

$\sigma$  é o sidewash (equivalente lateral do downwash)





$$N_v = -L_v X_v$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S b C_{n_v} = -\frac{1}{2} \rho V_v^2 S_v C_{L_v} X_v$$

$$C_{n_v} = -\eta \frac{S_v}{S b} C_{L_v} X_v$$

$$\eta = \frac{\text{pressão dinâmica leme}}{\text{pressão dinâmica aeronave}}$$

Ainda,

$$C_{L_v} = C_{L_{\alpha_v}} \beta_{v_{efet}}$$

- Assim o coeficiente de momento de guinada efetivo pode ser escrito como:

$$C_{n_v} = C_{L_{\alpha_v}} (\beta - \sigma + \tau_r \delta_{r_{free}}) \eta_v \frac{S_v X_{v_s}}{S b}$$

- Utilizando a definição da posição de leme livre e o fato que

$$C_{n_{\delta_r}} = -C_{L_{\alpha_v}} \alpha_{\delta_r} \eta_v \frac{S_v X_{v_s}}{Sb}$$

- Define-se

$$C_{n_{\beta_{free}}} = C_{n_{\beta_{fix}}} - C_{n_{\delta_r}} \left[ \frac{C_{h_{\beta v}}}{C_{h_{\delta_r}}} \left( 1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) \right] \longrightarrow \text{Equivalente lateral do } \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$$

- Quando o piloto aplica um esforço no pedal para gerar um ângulo de guinada uma nova condição de equilíbrio deve ser satisfeita:

$$C_{n_{\beta_{fix}}} \beta - C_{n_{\delta_r}} \delta_r = 0$$

- Assim o ângulo do leme para gerar um ângulo de guinada  $\beta$  é dado por

$$\delta_r = -\frac{C_{n_{\beta_{fix}}} \beta}{C_{n_{\delta_r}}} \quad P_r = G \eta \bar{q} S_r \bar{c}_r (C_{h_r})$$

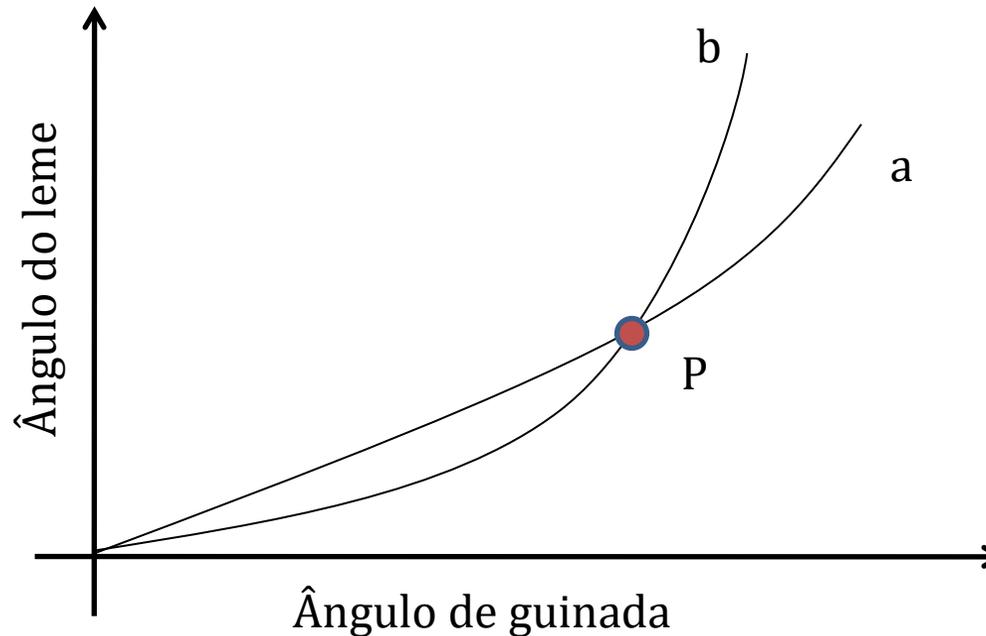
- A força nos pedais necessária para gerar um ângulo de guinada  $\beta$  pode ser definida como

$$P_r = G\eta\bar{q}S_r\bar{c}_r \left( C_{n_{\beta v}}\beta - C_{n_{\delta r}} \frac{C_{n_{\beta fix}}\beta}{C_{n_{\delta r}}} + C_{n_{\delta r t}}\delta_{r t} \right)$$

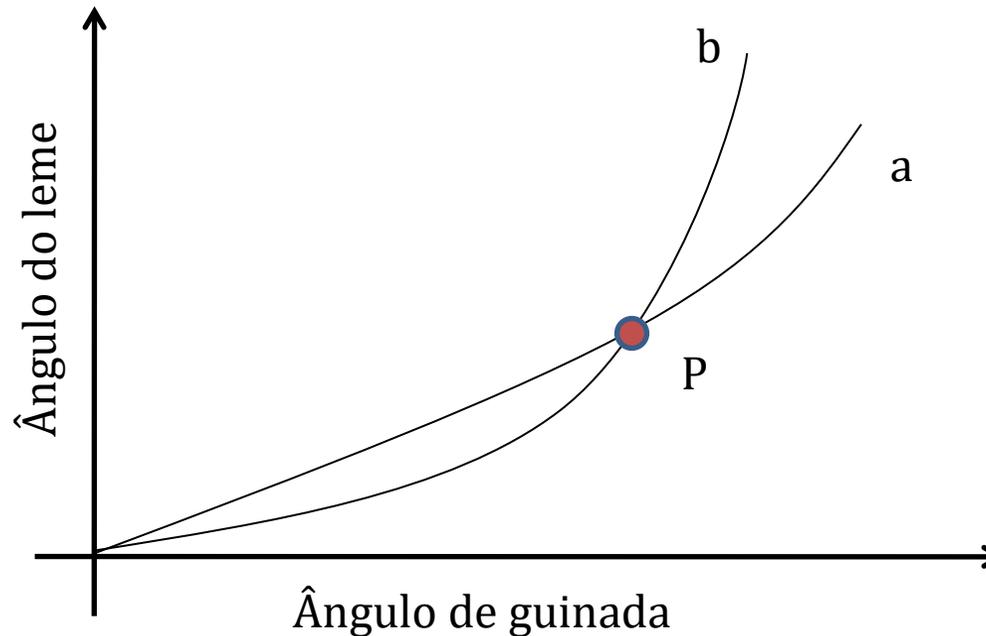
- O gradiente de força nos pedais por ângulo de guinada é obtido diferenciando-se a equação anterior em relação a  $\beta$

$$\frac{\partial P_r}{\partial \beta} = \frac{G\eta\bar{q}S_r\bar{c}_r C_{n_{\delta r}}}{C_{n_{\delta r}}} C_{n_{\beta free}}$$

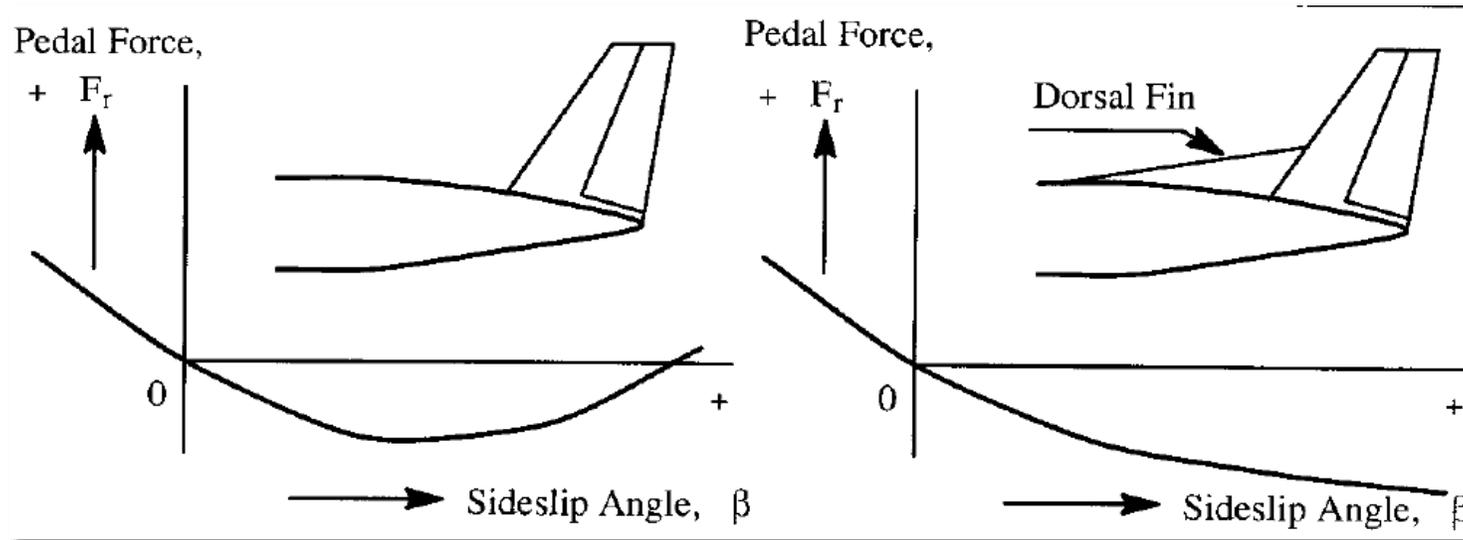
- A variação do ângulo do leme pelo ângulo de guinada é apresentada na figura.
- A curva “a” representa o ângulo necessário para produzir um ângulo de guinada qualquer  $\delta_r$ .
- A curva “b” representa a variação do ângulo de leme livre  $\delta_{r_{free}}$  para um determinado ângulo de guinada.



- A diferença entre as curvas para qualquer ângulo de guinada representa o quanto o piloto tem que movimentar o leme além da posição livre aplicando um esforço ao pedal e o mantendo para manter a posição do leme.
- Quando o leme se move além do ponto  $P$ , a força no pedal é revertida e o leme se move para o batente – “rudder-lock”.



- O uso do Dorsal Fin modifica o escoamento na região do leme e tende a modificar a relação entre a força nos pedais com a variação do ângulo de guinada e evita a inversão da força.

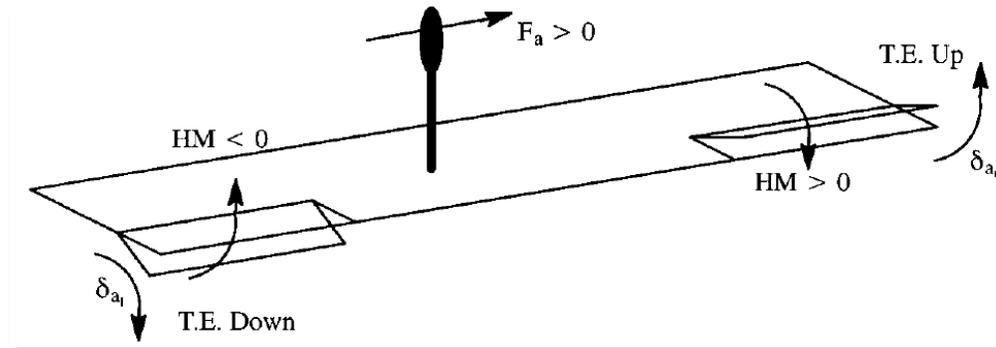


- Introdução
- Definição do momento de dobradiça
- Força nos comandos
- Compensadores
- Molas de pré-tensão
- Contrapeso
- Força no profundor
- Força no leme
- **Força no aileron**

- A força no manche para movimentar os ailerons é definida por

$$P_a = -G_{a_l} H_{a_l} + G_{a_r} H_{a_r}$$

$$H_a = C_{h_a} q S_a \bar{c}_a$$



- Os coeficientes de momento de articulação para os ailerons também podem ser assumidos como uma função linear do ângulo de ataque e deflexão do aileron

$$C_{h_{a_l}} = C_{h_{0a}} + C_{h_{\alpha a}} \alpha_{a_l} + C_{h_{\delta a}} \delta_{a_l}$$

$$C_{h_{a_r}} = C_{h_{0a}} + C_{h_{\alpha a}} \alpha_{a_r} + C_{h_{\delta a}} \delta_{a_r}$$

