PME 3100 – Mecânica I

Dinâmica da Partícula

Prof. Francisco J. Profito
fprofito@usp.br

Conteúdo

1. Motivação e Objetivos
2. Partícula
3. Teorema da Quantidade de Movimento (TQM)
4. Teorema da Quantidade de Movimento Angular (TQMA)
5. Energia Cinética
6. Trabalho
7. Energia Potencial
8. Teorema da Energia Cinética (TEC)

Conteúdo

❑ Motivação e Objetivos

- O estudo da dinâmica consiste na análise do movimento de sistemas (partículas, sistemas de partículas e corpos) no espaço sujeitos à ação de esforços (forças e momentos).

- A análise do movimento é realizada através da **integração dos conceitos de Esforços, Cinemática e Inércia**.

- A combinação dos conceitos de **Cinemática e Inércia** dá origem à definição das seguintes **Propriedades Dinâmicas** fundamentais:
  - Quantidade de Movimento ($\vec{\boldsymbol{Q}}$)
  - Quantidade de Movimento Angular ($\vec{\boldsymbol{H}}_O$)
  - Energia Cinética (E)
  - Trabalho (W)
  - Energia Potencial (U)

Robôs utilizados na linha de montagem de automóveis (acima), e braço de robô executando uma variedade de movimentos no espaço (abaixo). Em ambos os casos, o estudo da dinâmica é importante para o desenvolvimento de sistemas de controle para o funcionamento adequado dos sistemas. Fonte [1].

❑ Motivação e Objetivos

- A associação entre **Esforços e Variação Temporal das Propriedades Dinâmicas** dá origem aos seguintes **Teoremas da Dinâmica Vetorial**:
  - Teorema da Quantidade de Movimento (TQM)
  - Teorema da Quantidade de Movimento Angular (TQMA)
  - Teorema da Energia Cinética (TEC)
- Neste curso, se dará ênfase ao estudo da **dinâmica de corpos rígidos** baseada nos princípios da **Mecânica de Newton-Euler**.

Inércia (massa e matriz de inércia) → **Propriedades Dinâmicas** ($\vec{\boldsymbol{Q}}, \vec{\boldsymbol{H}}_O, E, W, U$) ← **Cinemática**

Propriedades Dinâmicas $\xrightarrow{\frac{{}^{\mathcal{F}}d}{dt}}$ **Teoremas da Dinâmica** (TQM, TQMA, TEC)

Sistema de Esforços → **Teoremas da Dinâmica** (TQM, TQMA, TEC)

- Equações de movimento
- Determinação das acelerações em função dos esforços, e vice-versa.

Suspensão de um automóvel. As molas e amortecedores que compõem o sistema devem ser cuidadosamente selecionados para proporcionar dirigibilidade. Fonte [1].

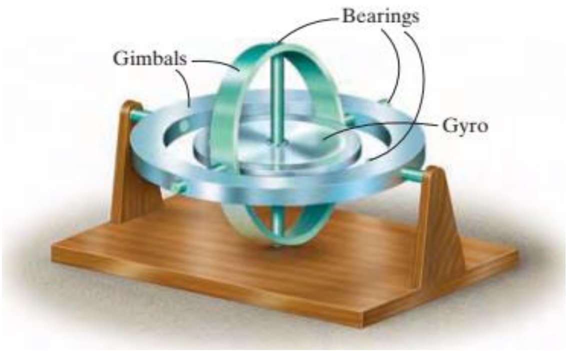
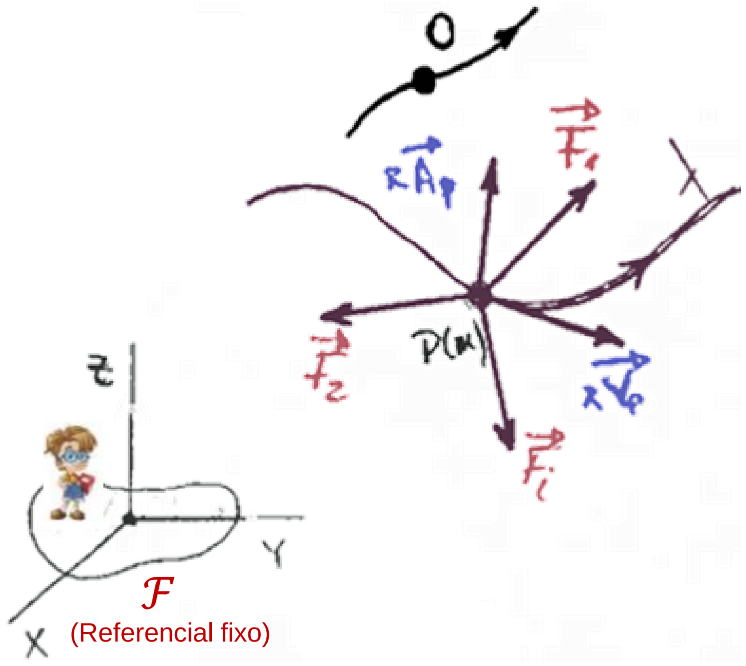


Ilustração de um giroscópio. Esse sistema é utilizado em sistemas de navegação inercial e em outros dispositivos de controle direcional e estabilização. Fonte [2].

Conteúdo

Partícula

- Considere uma partícula material P, de massa m, que se move arbitrariamente no espaço com velocidade ${}^{\mathcal{F}}\vec{\boldsymbol{v}}_P$ e aceleração ${}^{\mathcal{F}}\vec{\boldsymbol{a}}_P$ em relação a um referencial fixo $\mathcal{F}$.
- Nos slides a seguir, se admitirá que as grandezas cinemáticas são definidas em relação ao referencial fixo (inercial) $\mathcal{F}$. Logo, **a notação explicita do referencial será omitida**.
- Características de uma partícula:
  - Corpo com dimensões desprezíveis em relação às distâncias percorridas;
  - Não possui estrutura interna definida (*e.g.* estrutura molecular/atômica);
  - Massa concentrada em um único ponto cuja localização no espaço é dada pelo vetor posição $\vec{\boldsymbol{r}}_P(t)$;
  - Não possui rotação própria, logo apenas movimento de translação é definido;
  - Inexistência de forças internas;
  - Leis de Newton foram definidas originalmente para partículas.



Conteúdo

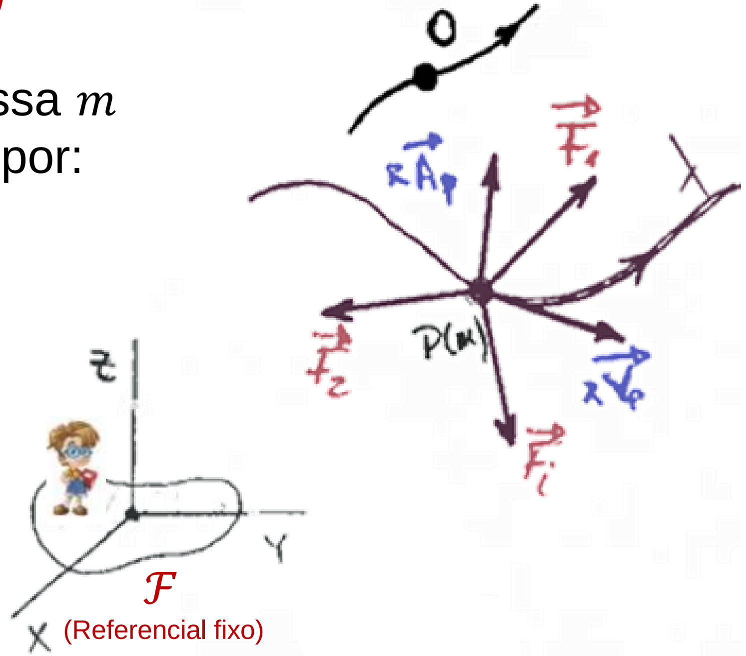
Teorema da Quantidade de Movimento (TQM)

- A quantidade de movimento **linear** de uma partícula material P, de massa m e velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}_P$, em relação a um referencial fixo (inercial) $\mathcal{F}$ é definida por:

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{Q}}_P \triangleq m\vec{\boldsymbol{v}}_P} \quad (1)$$

- A 2ª Lei de Newton estabelece que a variação temporal da quantidade de movimento linear de uma partícula em relação a um referencial inercial é igual à resultante ($\vec{\boldsymbol{R}}_P$) das forças aplicadas sobre a partícula. Admitindo a **massa da partícula constante**:

$$\frac{{}^{\mathcal{F}}d\vec{\boldsymbol{Q}}_P}{dt} \triangleq \vec{\boldsymbol{R}}_P \quad \Longrightarrow \quad \vec{\boldsymbol{R}}_P = \frac{{}^{\mathcal{F}}d(m\vec{\boldsymbol{v}}_P)}{dt} = m\frac{{}^{\mathcal{F}}d\left(\vec{\boldsymbol{v}}_P\right)}{dt} = m\vec{\boldsymbol{a}}_P$$



$\mathcal{F}$
(Referencial fixo)

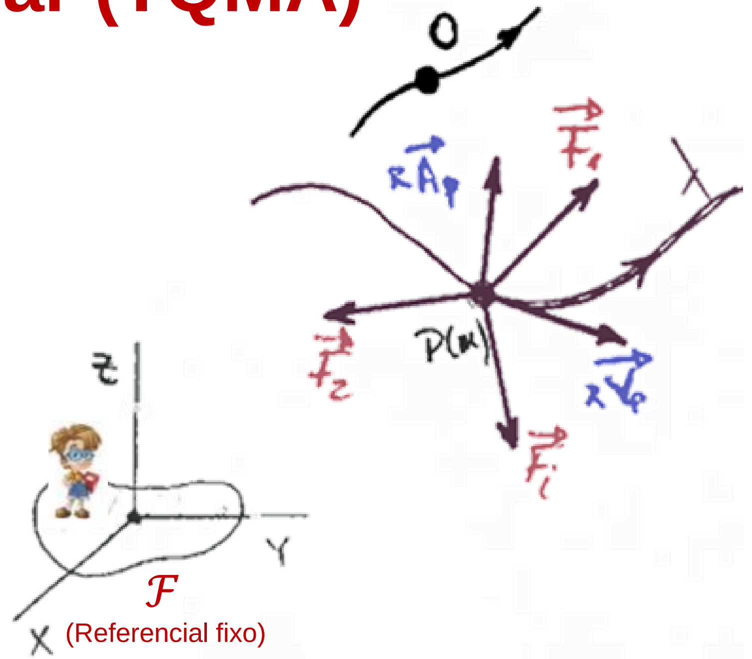
- Portanto:

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{R}}_P = m\vec{\boldsymbol{a}}_P} \quad (2)$$

- A quantidade de movimento linear representa a **tendência** da partícula em **manter o seu movimento de translação**.
- $\vec{\boldsymbol{Q}}_P$ é uma grandeza absoluta, pois não depende de nenhuma informação complementar (*e.g.* polo) para sua definição.

Conteúdo

❑ Teorema da Quantidade de Movimento Angular (TQMA)



- A quantidade de movimento **angular** com respeito a um **polo arbitrário** O de uma partícula material P, de massa m e velocidade $\vec{v}_P$, em relação a um referencial fixo (inercial) $\mathcal{F}$, é definida por:

$$\vec{H}_{P/O} \triangleq (P-O)\wedge\vec{Q}_P \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\vec{H}_{P/O} \triangleq m(P-O)\wedge\vec{v}_P} \qquad (3)$$

- Considerando a variação temporal da quantidade de movimento angular em relação a um referencial inercial, e admitindo a **massa da partícula constante**, tem-se:

$$\frac{{}^{\mathcal{F}}d\vec{H}_{P/O}}{dt} = \frac{{}^{\mathcal{F}}d}{dt}\left[(P-O)\wedge\vec{Q}_P\right] = \frac{{}^{\mathcal{F}}d}{dt}[(P-O)]\wedge\vec{Q}_P + (P-O)\wedge\underbrace{\frac{{}^{\mathcal{F}}d\vec{Q}_P}{dt}}_{=\vec{R}_P}$$

$$= (\vec{v}_P-\vec{v}_O)\wedge\vec{Q}_P + (P-O)\wedge\vec{R}_P = m(\cancel{\vec{v}_P}-\vec{v}_O)\wedge\vec{v}_P + \underbrace{(P-O)\wedge\vec{R}_P}_{=\vec{M}_O}$$

- Portanto: $\boxed{{}^{\mathcal{F}}\dot{\vec{H}}_{P/O} = m(\vec{v}_P\wedge\vec{v}_O) + \vec{M}_O}$ (4)

- A quantidade de movimento angular representa a **tendência** da partícula em **manter o seu movimento de rotação em torno do polo *O*** (não rotação própria).
- $\vec{H}_{P/O}$ não é uma grandeza absoluta, pois depende de um polo de referência para sua definição.

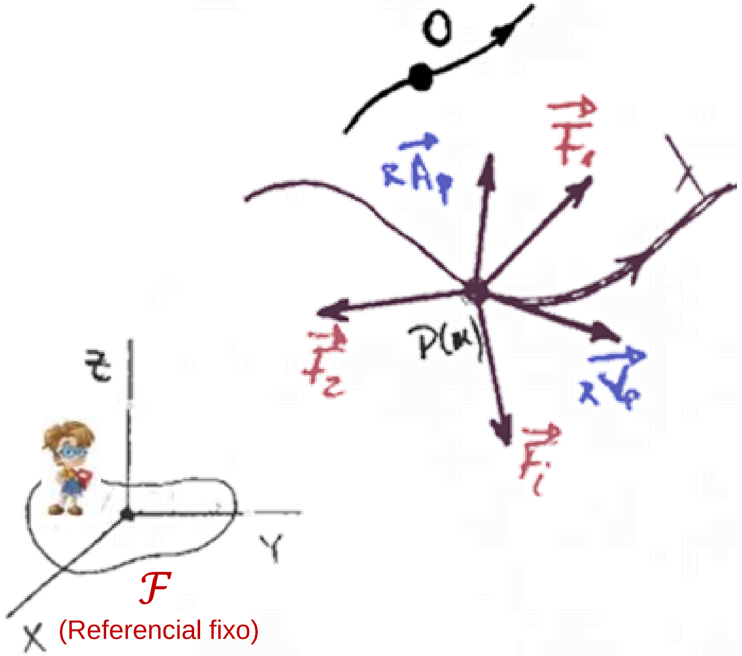
Conteúdo

1. Motivação e Objetivos
2. Partícula
3. Teorema da Quantidade de Movimento (TQM)
4. Teorema da Quantidade de Movimento Angular (TQMA)
5. **Energia Cinética**
6. Trabalho
7. Energia Potencial
8. Teorema da Energia Cinética (TEC)

Energia Cinética

- A energia cinética de uma partícula material P, de massa m e velocidade $\vec{v}_P$, em relação a um referencial fixo (inercial) $\mathcal{F}$, é definida por:

$$\boxed{E_P \triangleq \frac{m}{2}\vec{v}_P \cdot \vec{v}_P} \quad (5)$$



- A energia cinética representa a energia associada ao movimento da partícula.

- A energia cinética é uma grandeza **escalar** absoluta, pois não depende de nenhuma informação complementar (*e.g.* polo) para sua definição.

Conteúdo

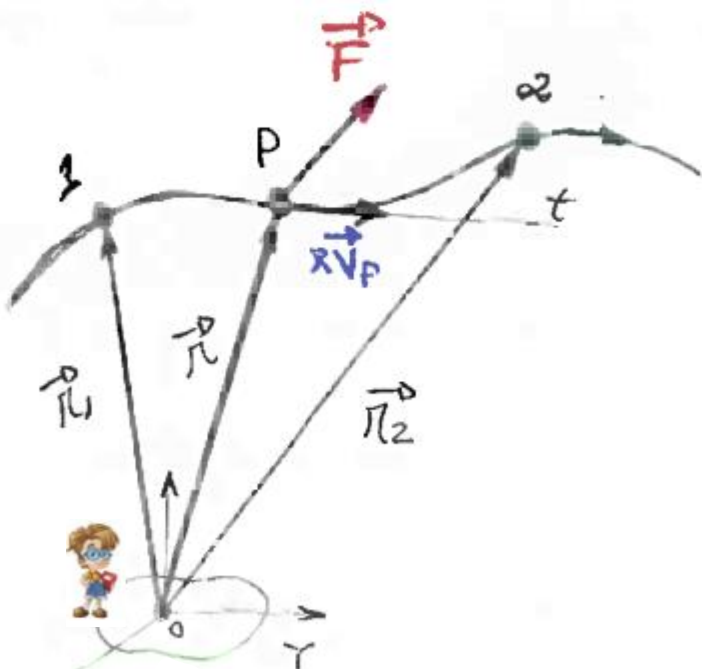
❑ Trabalho

- Considere uma partícula material P de massa m, que se move arbitrariamente no espaço com velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}_P$ e aceleração $\vec{\boldsymbol{a}}_P$ em relação a um referencial fixo $\mathcal{F}$.

- A localização da partícula no espaço é dada pelo vetor posição $\vec{\boldsymbol{r}}_P(t)$. Adicionalmente, a partícula é sujeita à ação de uma força $\vec{\boldsymbol{F}}$ que atua sobre a mesma ao longo de sua trajetória.

- O **trabalho incremental** dW que a força $\vec{\boldsymbol{F}}$ realiza sobre a partícula para um **deslocamento incremental** $d\vec{\boldsymbol{r}}_P = \vec{\boldsymbol{v}}_P dt$ é definido por:

$$\boxed{dW_P \triangleq \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}_P = \left(\vec{\boldsymbol{F}} \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P\right)dt} \quad (6)$$



$\mathcal{F}$
(Referencial fixo)

- O **trabalho total** da força $\vec{\boldsymbol{F}}$ sobre a partícula em um intervalo de tempo $[t_1, t_2] \rightarrow \left[\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}, \vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}\right]$ é dado por:

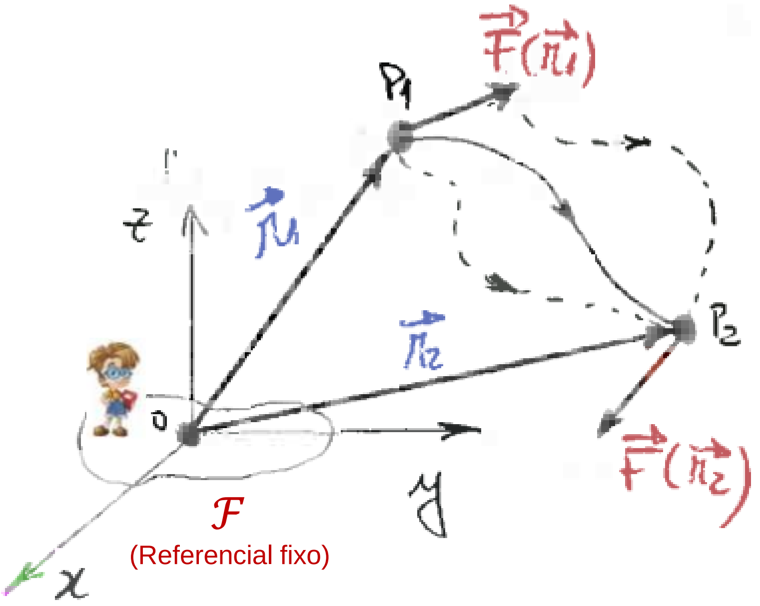
$$\boxed{W_P^{1\rightarrow 2} = \int_{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}}^{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}} \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}_P = \int_{t_1}^{t_2} \left(\vec{\boldsymbol{F}} \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P\right)dt} \quad (7)$$

- Quando diversas forças $\vec{\boldsymbol{F}}_i$ atuam na partícula, como o sistema de esforços constituído é concorrente, o trabalho total pode ser calculado utilizando a resultante $\vec{\boldsymbol{R}} = \sum \vec{\boldsymbol{F}}_i$.

Conteúdo

Energia Potencial

- Para a definição de energia potencial, é importante distinguir:
  - **Trabalho incremental:** trabalho realizado por $\vec{\boldsymbol{F}}$ para um deslocamento incremental $d\vec{\boldsymbol{r}}_P$.
  - **Trabalho diferencial:** trabalho que pode ser expresso a partir do diferencial de uma função escalar, o que ocorre quando $\vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}}_P)$.



- Forças que **dependem apenas da posição,** *i.e.* $\vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}}_P)$, são denominadas **forças conservativas**. Ex.: força gravitacional, força elástica, etc.

- O trabalho incremental de forças conservativas pode ser representado como sendo a derivada de uma função **energia potencial** $U_P(\vec{\boldsymbol{r}}_P)$:

$$\boxed{dW_{P,c} = \vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}}_P) \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}_P = -dU_P(\vec{\boldsymbol{r}}_P)} \quad (8)$$

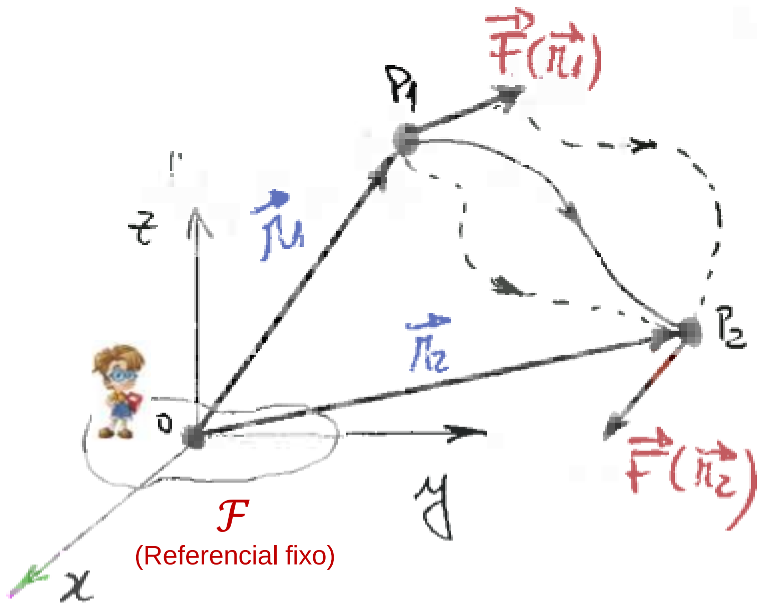
Energia Potencial

- O **trabalho total** de uma força **conservativa** em um intervalo de tempo $[t_1, t_2] \rightarrow [\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}, \vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}]$ é dado por:

$$W_{P,c}^{1\rightarrow 2} = \int_{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}}^{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}} \vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}}_P) \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}_P = -\int_{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}}^{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}} dU_P = U_P(\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}) - U_P(\vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}) = U_{P_1} - U_{P_2} = -\Delta U_P \quad (9)$$

- Propriedades de forças conservativas:
  - O trabalho total entre dois pontos ocupados pela partícula **independe da trajetória** percorrida pela partícula.
  - O trabalho total depende apenas das posições inicial e final ocupadas pela partícula.
  - Para uma trajetória fechada ($\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1} = \vec{\boldsymbol{r}}_{P_2}$), o trabalho total é nulo:

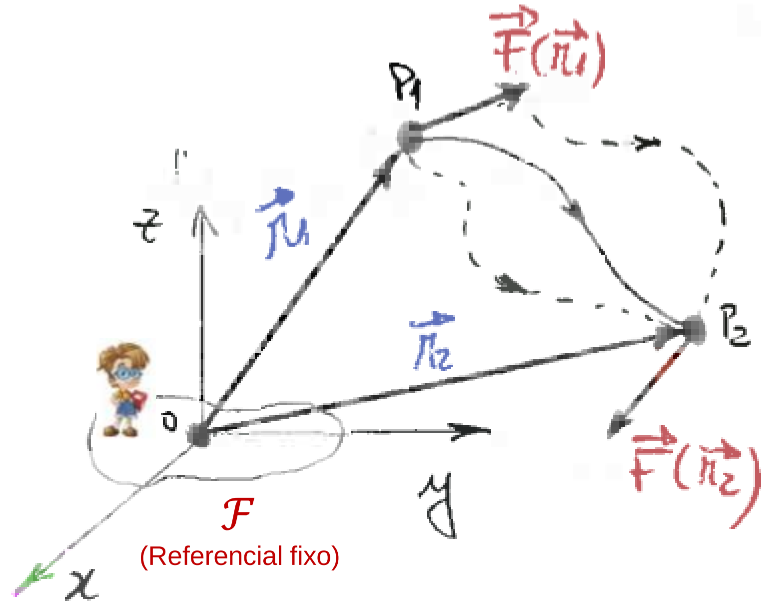
$$W_{P,c}^{1\rightarrow 2} = \int_{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}}^{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_1}} \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}_P = U_{P_1} - U_{P_1} = 0$$



❑ Energia Potencial

- A energia potencial associada a uma dada força conservativa $\vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}}_P)$ pode ser avaliada a partir de uma posição de referência $\vec{\boldsymbol{r}}_{P_R}$, fornecendo a seguinte expressão:

$$\boxed{U_P(\vec{\boldsymbol{r}}_P) = -\int_{\vec{\boldsymbol{r}}_{P_R}}^{\vec{\boldsymbol{r}}_P} \vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}}_P) \cdot d\vec{\boldsymbol{r}}_P} \quad (10)$$



- A energia potencial de uma partícula pode ser entendida, fisicamente, como o **potencial da partícula em realizar trabalho**, ou seja, é a "energia armazenada" na partícula.

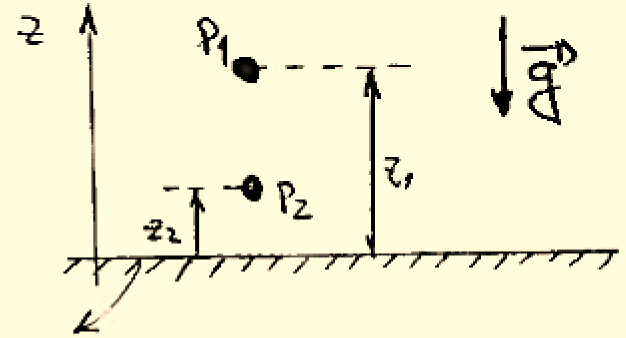
- A energia potencial é uma grandeza relativa, ou seja, o seu valor depende de uma posição de referência a partir da qual a energia potencial é calculada.

- Entretanto, quando a **variação** da energia potencial é de interesse, a posição de referência adotada é irrelevante.

- **O trabalho de forças conservativas depende da variação da energia potencial:** $\boxed{W_{P,c}^{1\to 2} = U_{P_1} - U_{P_2} = -\Delta U_P}$

❑ Exemplo 1

5.1) Energia Potencial Gravitacional



Referência

$$\begin{cases} \vec{F} = -mg\hat{k} \\ \vec{r} = z\hat{k} \\ d\vec{r} = dz\hat{k} \end{cases}$$

$$V_p(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_R}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = -\int_0^z (-mg)\hat{k}\cdot(dz\hat{k}) = \int_0^z mg\,dz$$

$$\therefore \boxed{V_p(z) = mgz} \quad ; \quad W_p^{1\to2} = -(U_{P_2} - U_{P_1})$$

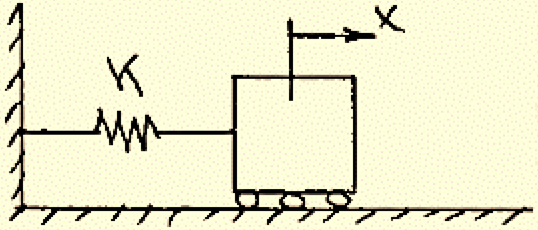
$$\boxed{W_p^{1\to2} = mg(z_1 - z_2)}$$

(*) Atenção para as direções de $\hat{k}$ e $\vec{g}$.

Exemplo 2

5.2) Energia Potencial Elástica

(22)



$$\begin{cases} \vec{F} = -Kx\hat{\imath} \\ \vec{r} = x\hat{\imath} \\ d\vec{r} = dx\hat{\imath} \end{cases}$$

$$V_p(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_R}^{\vec{r}} \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int_0^x (-Kx\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath}) = K\int_0^x x\,dx$$

$$\therefore \boxed{V_p(x) = \frac{Kx^2}{2}} \quad ; \quad W_p^{1-2} = \frac{K}{2}\left(x_1^2 - x_2^2\right) \quad //$$

Conteúdo

Teorema da Energia Cinética (TEC)

- Considerando a variação temporal da energia cinética de uma partícula material em relação a um referencial inercial, e admitindo a **massa da partícula constante**, tem-se:

$$E_P = \frac{m}{2}\vec{\boldsymbol{v}}_P \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P \quad \Longrightarrow \quad \frac{dE_P}{dt} = \frac{m}{2}\,\frac{{}^{\mathcal{F}}d(\vec{\boldsymbol{v}}_P \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P)}{dt}$$

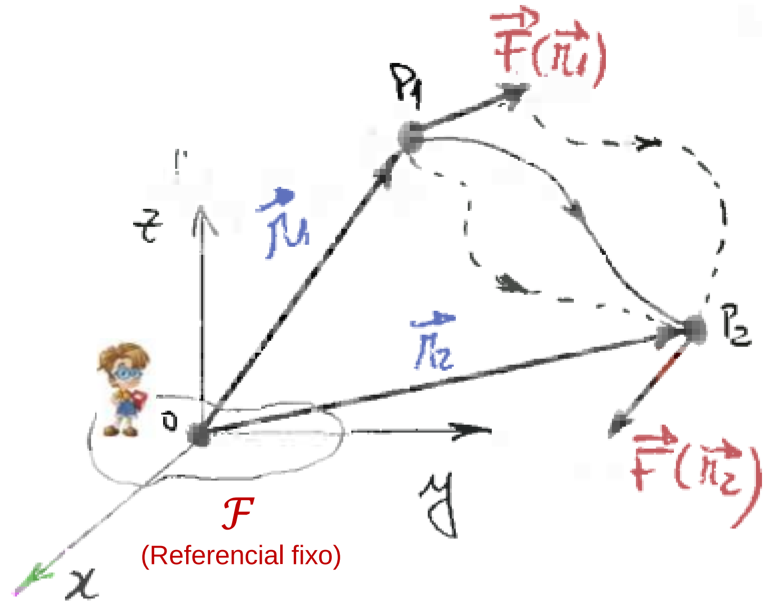
$$\frac{dE_P}{dt} = \frac{m}{2}\left[\frac{{}^{\mathcal{F}}d(\vec{\boldsymbol{v}}_P)}{dt} \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P + \vec{\boldsymbol{v}}_P \cdot \frac{{}^{\mathcal{F}}d(\vec{\boldsymbol{v}}_P)}{dt}\right] = m\,\frac{{}^{\mathcal{F}}d(\vec{\boldsymbol{v}}_P)}{dt} \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P = \overbrace{m\vec{\boldsymbol{a}}_P}^{=\vec{\boldsymbol{R}}_P} \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P = \vec{\boldsymbol{R}}_P \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P$$

- Portanto:

$$\frac{dE_P}{dt} = \vec{\boldsymbol{R}}_P \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P \quad \Longrightarrow \quad dE_P = \overbrace{\left(\vec{\boldsymbol{R}}_P \cdot \vec{\boldsymbol{v}}_P\right)dt}^{= dW_P \text{ (Eq. 6)}} = dW_P$$

- Integrando a equação acima no intervalo $[t_1, t_2]$, obtém-se:

$$\int_{E_{P_1}}^{E_{P_2}} dE_P = \int_{t_1}^{t_2} dW_P \quad \Longrightarrow \quad \boxed{E_{P_2} - E_{P_1} = W_P^{1\to 2}} \qquad (11)$$



- A variação da **energia cinética** entre dois instantes de tempo é igual ao trabalho de **todas as forças** atuantes na partícula nesse intervalo de tempo.
- Ao contrário do TQM e TQMA que descrevem o movimento da partícula instantaneamente, o TEC considera o efeito dos esforços sobre a mesma em um dado intervalo de tempo.

Teorema da Energia Cinética (TEC)

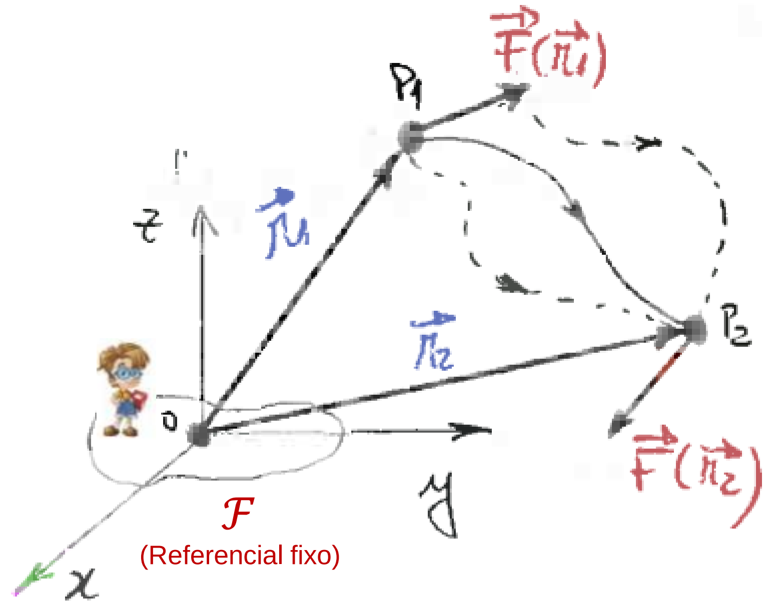
- Distinguindo os esforços conservativos e não-conservativos no cálculo do trabalho total, tem-se:

$$W_P^{1\to 2} = W_{P,c}^{1\to 2} + W_{P,nc}^{1\to 2}$$

- Considerando a definição de energia potencial, $W_{P,c}^{1\to 2}$ pode ser expresso como segue:

$$W_{P,c}^{1\to 2} = -\Delta U_P = U_{P_1} - U_{P_2}$$

- Portanto, a Eq. 11 pode ser reescrita da seguinte forma:



$$E_{P_2} - E_{P_1} = W_{P,c}^{1\to 2} + W_{P,nc}^{1\to 2} = U_{P_1} - U_{P_2} + W_{P,nc}^{1\to 2}$$

$$\underbrace{\left(E_{P_2} + U_{P_2}\right)}_{=\mathcal{E}_2} - \underbrace{\left(E_{P_1} + U_{P_1}\right)}_{=\mathcal{E}_1} = W_{P,nc}^{1\to 2}$$

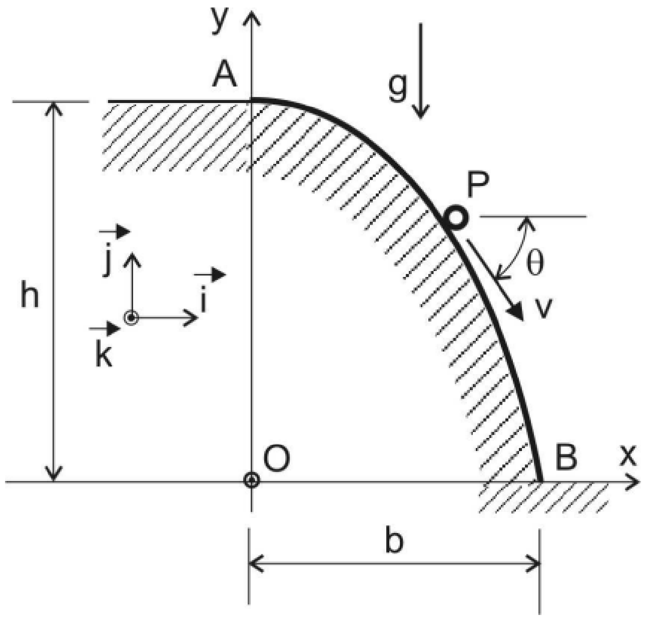
$\mathcal{E} = E_P + U_P$: energia mecânica

$$\boxed{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = W_{P,nc}^{1\to 2}} \quad (12)$$

- A variação da **energia mecânica** entre dois instantes de tempo é igual ao **trabalho das forças não-conservativas** (dissipativas) atuantes na partícula nesse intervalo de tempo.
- Na ausência de forças não-conservativas, a energia mecânica se conserva (alternância entre energia cinética e potencial).

Exercício (P3–Q1–2014)

Questão 1 (3,0 pontos): O ponto material P, de massa m, desloca-se no plano vertical Oxy sob a ação da gravidade, deslizando sem atrito sobre um "tobogã", representado na figura pela curva plana AB, definida pela equação $y = h\left(1 - \dfrac{x^2}{b^2}\right)$. No instante inicial, o ponto P é largado na posição A, com uma velocidade horizontal v_0 para a direita. Nestas condições:



a) faça o diagrama de corpo livre do ponto P, e obtenha a relação das componentes a_x e a_y da sua aceleração, em função de θ e dos esforços aplicados;

b) obtenha o valor máximo da velocidade inicial v_0 para que o ponto P não perca contato com o tobogã em nenhum instante durante o movimento.

c) indique as forças que realizam trabalho durante o movimento, justificando a resposta, e obtenha a expressão do módulo da velocidade que o ponto P terá na posição B, em função da velocidade inicial e dos dados da figura;

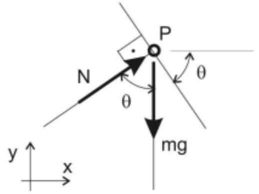
d) expresse a velocidade de P em função de θ e determine os versores de Frenet $\vec{t}$ e $\vec{n}$.

❑ Exercício (P3–Q1–2014)

a) 1.0 Pela 2ª lei de Newton, temos:

$$\boxed{m\,a_x = N \operatorname{sen} \theta} \qquad (1)$$

$$\boxed{m\,a_y = N \cos \theta - mg} \qquad (2)$$



b) 0,5 A força normal de contato N não pode ser negativa; no limite, esta força é nula. Da equação (1), temos:

$$a_x = 0 \;\Rightarrow\; v_x = v_0 \;\Rightarrow\; x = v_0 t \qquad (3)$$

e, da equação (2), temos:

$$a_y = -g \;\Rightarrow\; v_y = -gt \;\Rightarrow\; y = h - gt^2/2 \qquad (4)$$

Substituindo (3) e (4) na equação da trajetória, dada inicialmente, obtemos:

$$y = h\,(1 - x^2/b^2) \;\Rightarrow\; h - gt^2/2 = h\,[1 - (v_0 t)^2/b^2] \;\Rightarrow\; \boxed{v_{0_{MAX}}^2 = \frac{b^2 g}{2h}}$$

c) 0,5 Não há atrito, <u>a força normal N não realiza trabalho</u> (é sempre ortogonal à trajetória) e o único trabalho é aquele realizado pela força peso. Assim, pelo Teorema da Energia:

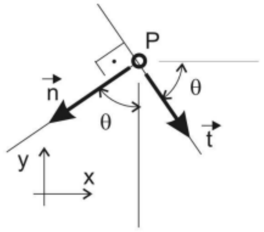
$$mv^2/2 - mv_0^2/2 = mgh \;\Rightarrow\; \boxed{v^2 = v_0^2 + 2gh}$$

d) 1,0 Expressão da velocidade do ponto P en função de θ

$$\boxed{\vec{v} = v\cos\theta\,\vec{i} - v\,sen\,\theta\,\vec{j}}$$

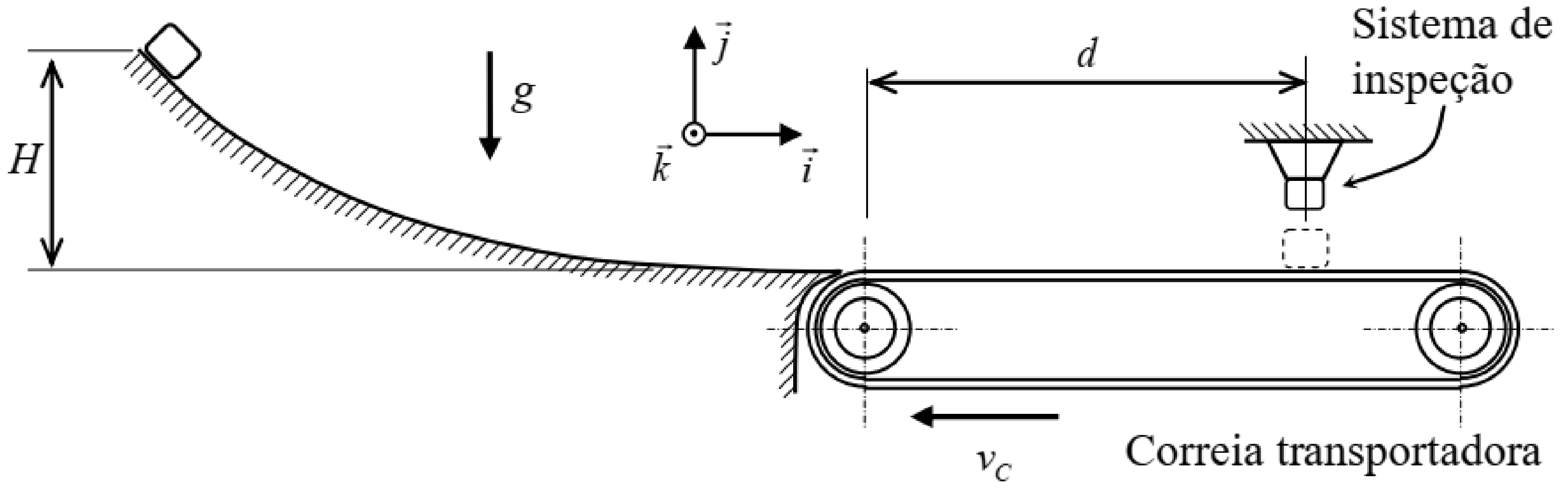
Observando a figura:

Versores de Frenet: $\boxed{\vec{t} = \cos\theta\,\vec{i} - sen\,\theta\,\vec{j}}$ e $\boxed{\vec{n} = -sen\,\theta\,\vec{i} - \cos\theta\,\vec{j}}$

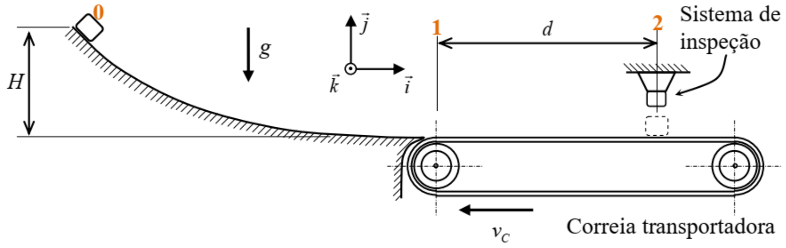


❑ Exercício (P3–Q2–2018)

QUESTÃO 2 (3,5 pontos) – Para alimentar um sistema de inspeção de peso de caixas de alimentos, uma caixa retangular de massa m (modelada como ponto material), partindo do repouso, desce por uma superfície sem atrito até atingir uma correia transportadora que se move com velocidade horizontal v_C. Nessa correia, o coeficiente de atrito entre a caixa e a superfície é μ, e a caixa escorrega em relação a esta superfície. A caixa deve passar sob o sistema de inspeção com a mesma velocidade da correia a uma distância d do ponto onde entrou na correia. Usando o Teorema da Energia Cinética, determine qual é essa distância d.



❑ Exercício (P3–Q2–2018)

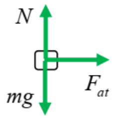


Solução

Na parte onde não há atrito, apenas a força peso realiza trabalho. Usando o Teorema da Energia Cinética:

$$E_1 - E_0 = W_{0\to 1} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgH \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH} \quad \boxed{0{,}5}$$

Na correia transportadora, até a posição do sistema de inspeção:
Diagrama de corpo livre da caixa



Teorema da resultante

$$\underbrace{ma_x = \begin{cases} -F_{at} & \text{se } v_1 > v_C \\ +F_{at} & \text{se } v_1 < v_C \end{cases} \qquad ma_y = N - mg = 0 \Rightarrow N = mg}_{\boxed{1{,}0}}$$

Nesse trecho, até a posição do sistema de inspeção, como há escorregamento, e a posição vertical é constante, apenas a força de atrito realiza trabalho.

$|F_{at}| = |\mu N| = \mu mg$ (constante, pois há escorregamento)

$W_{1\to 2} = F_{at}d = \pm\mu mgd$ $\boxed{0{,}5}$

Teorema da energia cinética

$$E_2 - E_1 = W_{1\to 2} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \pm\mu mgd \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - mgH = \pm\mu mgd$$

Como queremos $v_2 = v_C$: $\frac{1}{2}mv_C^2 - mgH = \pm\mu mgd \Rightarrow \boxed{d = \left|\frac{\frac{1}{2}v_C^2 - gH}{\mu g}\right|}$

$\boxed{0{,}5}$ (uma das respostas)

$\boxed{1{,}0}$ (a segunda resposta)

Referências

[1] Merian J.L., Kraige L.G., Bolton, J.N. **Engineering Mechanics – Vol. 1 Dynamics**, 9th edition, John Wiley & Sons, Inc. 2018.

[2] Hibbeler R.C. **Engineering Mechanics – Vol. 2 Dynamics**, 14th edition in SI units, Pearson Education, Inc. 2016.

[3] Material complementar de Tenenbaum, R. A. **Fundamentals of Appiled Dynamics**, Springer-Verlag New York, Inc. 2004.