CURSO DE DESENHO C. MARMO

G. DESCRITIVA: PROJEÇÕES PONTO, RETA E PLANO

2ª PARTE

GEOMETRIA DESCRITIVA

CAPÍTULO 3

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

*

360 • A Geometria Descritiva é a matéria que melhor cumpre as duas últimas necessidades práticas da Engenharia, quais sejam:

a) fixar, num desenho plano, a FORMA, o TAMANHO e a POSIÇÃO RELATIVA exatos de objetos do Espaço, e

b) RESOLVER PROBLEMAS gràficamente sôbre figuras do Espaço, planas ou estéreas.

361 • A Geometria Descritiva satisfaz também a primeira necessidade: a de mostrar o ASPECTO de sólidos do Espaço, mas não aos leigos e sim aos Engenheiros, Arquitetos e Técnicos.

362 • Então, o Estudante, no decorrer do estudo da Geometria Descritiva, precisa aprender duas coisas quase independentes, que, no entanto, se completam e se auxiliam:

363 • 1ª) Saber "ler" os desenhos planos, conseguindo visualizar, no Espaço, o objeto representado e também a operação inversa, que corresponde a "escrever", isto é, executar o desenho plano para que outros o "leiam".

364 • 2ª) Saber resolver gràficamente, desenhando num plano, problemas sôbre figuras do Espaço, problemas êstes que podem ser de posição, métricos ou mistos.

365 • A primeira dessas coisas requer Visão Espacial Inata ou Adquirida, e bons Técnicos conseguem fazer.

366 • A segunda requer conhecimentos geométricos e sòmente Engenheiros (ou Arquitetos) o conseguem. Para resolver gràficamente problemas do Espaço, muito mais do que Visão Espacial, é necessário possuir BASE, TEORIA e PRÁTICA; por isso existe o Capítulo 2, neste "Curso de Desenho".

*

§ 1º - OBTENÇÃO DA ÉPURA

367 • A obtenção duma Épura é feita em 3 etapas:

368 • 1ª etapa:

Consideremos (figura a) dois planos P.V. e P.H. perpendiculares entre si e secantes na reta L.T.

369 • Êsses planos dividem o Espaço em quatro diedros retos, assim designados:

1º diedro: aquêle que está acima do P.H. e na frente do P.V.;
2º diedro: aquêle que está acima do P.H. e atrás do P.V.;
3º diedro: aquêle que está abaixo do P.H. e atrás do P.V., e
4º diedro: aquêle que está abaixo do P.H. e na frente do P.V..

Nota: Êsses diedros são, as vêzes, erradamente chamados de "quadrantes".

370 • Suponha o Estudante que o P.V. coincide com uma parede vertical à sua frente; portanto, o P.H. é perpendicular a essa parede e horizontal.

371 • Seja A um ponto qualquer do Espaço (suponha-o, inicialmente, no 1º diedro). Construamos os pontos A_2 que é a projeção ortogonal de A no P.V. e $\overline{A}_1$, que é a projeção ortogonal de A no P.H.

372 • O índice 2 indica sempre a projeção que pertence ao P.V. e o índice 1, a que pertence ao P.H. *

373 • As retas $AA_2 \perp$ P.V. e $A\overline{A}_1 \perp$ P.H. (chamadas retas projetantes de A) determinam o plano $A_2A\overline{A}_1$ que é perpendicular à L.T. De fato:

$$\left.\begin{array}{l} AA_2 \perp \text{P.V.} \rightarrow AA_2 \perp \text{L.T.} \\ A\overline{A}_1 \perp \text{P.H.} \rightarrow A\overline{A}_1 \perp \text{L.T.} \end{array}\right\} \rightarrow \text{pl.}(A_2A\overline{A}_1) \perp \text{L.T. em } A_0 \ldots\ldots (\text{I})$$

374 • O plano $A_2A\overline{A}_1$ intercepta o P.V. na reta A_2A_0 e intercepta o P.H. na reta $A_0\overline{A}_1$, ambas perpendiculares à L.T. De fato:

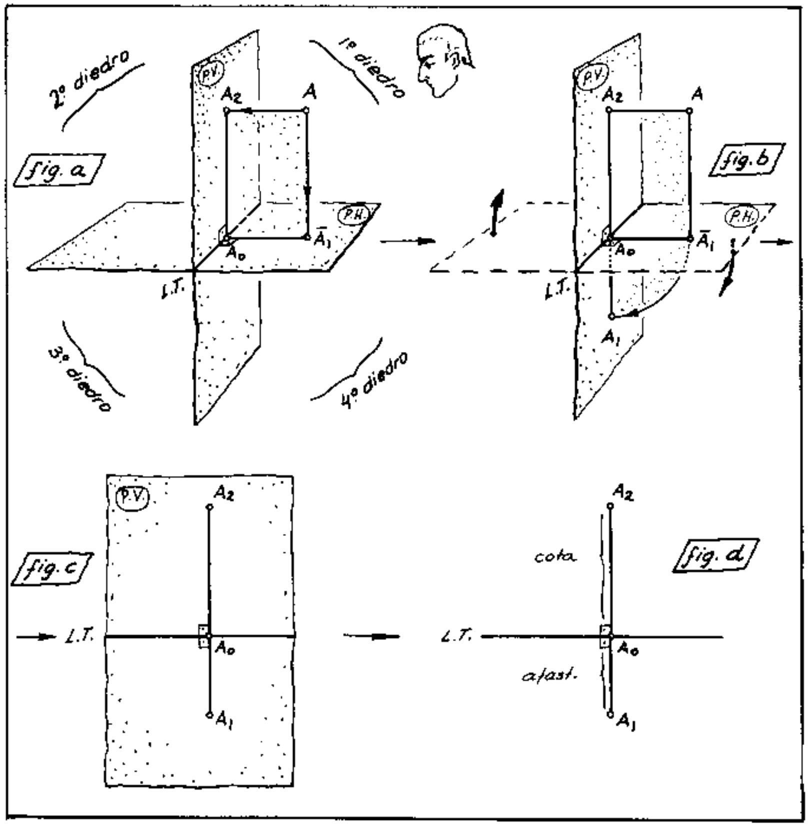
$$\text{L.T.} \perp \text{pl.}(A_2A\overline{A}_1) \begin{cases} \rightarrow \text{L.T.} \perp A_2A_0 \ldots\ldots (\text{II}) \\ \rightarrow \text{L.T.} \perp A_0\overline{A}_1 \ldots\ldots (\text{III}) \end{cases}$$

* pode-se usar também a' para a proj. que está no P.V. e a para a que está no P.H., todavia, essa convenção não é prática para ser usada em aula, pois, dizendo "a" não se sabe se é maiúsculo (pto. do Espaço) ou minúsculo (proj. no P.H.).

375 • 2ª etapa:

Obtidos A_2 e $\overline{A}_1$, "carimba-se" * o P.H. sôbre o P.V., girando-o em tôrno de L.T. no sentido indicado; êsse sentido é convencional. Poderíamos ter "carimbado" o P.V. sôbre o P.H., girando-o em sentido contrário, pois, a convenção exige apenas que se "feche o 4º" (e portanto, o 2º) diedro.

476 • Em aula, e portanto nesta Apostila, convém "carimbar" o P.H., pois o P.V. (parede, quadro-negro) deve ficar fixo.



* entende-se por "carimbar" o P.H., rebatê-lo e depois voltar para a posição inicial perpendicular ao P.V.; assim, o P.H. só instantâneamente coincide com o P.V. e evita-se ter que frizar constantemente: "P.H. antes" ou "P.H. depois" do rebatimento.

377 • Durante a "carimbada" (figura b) o ponto $\bar{A}_1$ descreve um arco de circunferência de 90°, de centro A_o (pois $A_o\bar{A}_1 \perp$ L.T.), de raio $A_o\bar{A}_1$ e contido no plano $A_2A\bar{A}_1$ (pois êsse plano é $\perp$ L.T.) como vimos no § 2º do Cap. 2.

378 • Designemos por A_1 o ponto $\bar{A}_1$ "carimbado" no P.V.

379 • Fàcilmente demonstra-se que, após a "carimbada", os pontos A_2, A_o e A_1 ficam na mesma reta perpendicular à L.T. De fato: A_1, pertencendo ao arco $\bar{A}_1A_1$, pertence ao plano $A_2A\bar{A}_1$ e como A_1 está também no P.V., só pode pertencer à reta A_2A_o, intersecção do plano $A_2A\bar{A}_1$ com o P.V. Então, A_1 pertence à reta A_2A_o e essa reta (vide II) é perpendicular à L.T., c.q.d.

3ª etapa:

380 • Feita a "carimbada", obriga-se o P.V. a coincidir com o plano do papel (suposto vertical), ou do quadro-negro (figura c), obtendo um desenho plano denominado Épura.

381 • Quem olha para uma Épura, deve supor o papel vertical e deve imaginar o P.H. perpendicular a êsse papel, na L.T.

382 • Fica assim definido um sistema de projeções denominado mongeano (em homenagem a G. Monge). Os pontos A_2 e A_1 são chamados de projeções mongeanas de A.

383 • Para obter a Épura de pontos situados em outros diedros, procede-se anàlogamente.

384 • Para obter Épuras de figuras quaisquer do Espaço, o procedimento é o mesmo.

385 • Nota: As figuras a e b são figuras comuns usadas em Geometria; são desenhadas à mão livre e em Perspectiva de Observação; nelas, o P.V. e o P.H. foram representados com "contornos" fictícios, cuja finalidade é permitir ao Estudante perceber vagamente a posição dos mesmos no Espaço; por exemplo: percebe-se, olhando para as figuras a e b que o P.V. é vertical e que o P.H. é horizontal.

386 • Na Épura (figura c), por construção (3ª etapa), já se sabe que o P.V. coincide com o plano do papel e que o P.H. é perpendicular a êsse plano; então, não há mais necessidade de desenhar êsses "contornos". Por isso, na prática, a Épura vem desenhada como na figura d, onde só aparecem L.T. e as projeções do ponto.

*

§ 2º - DEFINIÇÕES, NOMENCLATURA E NOTAÇÕES

A - NOTAÇÕES

387 • Quando possível, usaremos as notações comumente empregadas em Geometria Espacial:

Pontos: letras maiúsculas latinas
Retas: letras minúsculas latinas
Planos: letras minúsculas gregas.

B - NOMENCLATURA

388 • L.T. (ou x.y. ou l.d.o., etc.) - Linha de Terra, linha de origem, ou a melhor: aresta.

389 • P.V. - plano vertical de projeção (coincide, na Épura, com o plano-de-desenho, ou seja, papel ou quadro-negro).

390 • P.H. - plano horizontal de projeção (na Épura é perpendicular ao plano-de-desenho e intercepta-o na L.T.).

391 • A_2 (ou a') - projeção vertical de A (é a projeção ortogonal de A no P.V.).

392 • A_1 (ou a) - projeção horizontal de A (é a projeção ortogonal de A no P.H.).

393 • A_o - não há nome.

394 • A_2A_1 - linha de chamada (por extensão, linha de chamada é qualquer reta perpendicular à L.T.).

C - DEFINIÇÕES

395 • Cota de um ponto é a distância entre o ponto do Espaço e o P.H.; a cota de A (vide figura a) é representada (não em v.g.) pelo segmento $A\bar{A}_1$. Como $A\bar{A}_1A_oA_2$ é um retângulo, segue-se que: $A\bar{A}_1 = A_oA_2$, isto é, na Épura, a cota é dada em v.g. pela distância entre a projeção vertical do ponto e a L.T.

Em resumo :

Cota de A { Definição: é a distância $A\bar{A}_1$ entre A e o P.H.
Na Épura: é a distância (em v.g.) entre A_2 e LT.

396 • **Afastamento** de um ponto é a distância entre o ponto e o P.V. Como $A\bar{A}_1A_oA_2$ é retângulo, temos: $AA_2 = A_o\bar{A}_1 = A_oA_1$, isto é, na Épura, o afastamento é dado em v.g. pela distância entre a projeção horizontal e a L.T.

Em resumo:

Afast. de A { Definição: é a distância AA_2 entre A e o P.H.
Na Épura: é a dist. (em v.g.) entre A_1 e L.T.

397 • Em Geometria, denomina-se plano bissector de um diedro ao plano que contém a aresta e divide o diedro em dois diedros iguais; demonstra-se que o par de planos bissectores é o l.g. dos pontos equidistantes dos planos das faces do diedro.

398 • Em Geometria Descritiva, há dois planos bissectores notáveis:

399 • 1º plano bissector ou simplesmente 1º bissector, ou ainda, bissector ímpar, é o plano que contém L.T. e divide o 1º e portanto o 3º diedro ao meio.

400 • 2º plano bissector ou simplesmente 2º bissector, ou ainda, bissector par, é o plano que contém L.T. e divide o 2º, e portanto o 4º diedro ao meio.

401 • A L.T. divide o P.V. em dois semi-planos:

o superior * (S.P.V.S.)
o inferior (S.P.V.I.)

402 • A L.T. divide o P.H. em dois semi-planos:

o anterior (S.P.H.A.)
o posterior (S.P.H.P.)

403 • A L.T. divide o 1º plano bissector em dois semi-planos bissectores:

o 1º semi-plano bissector divide o 1º diedro
e o 3º semi-plano bissector divide o 3º diedro.

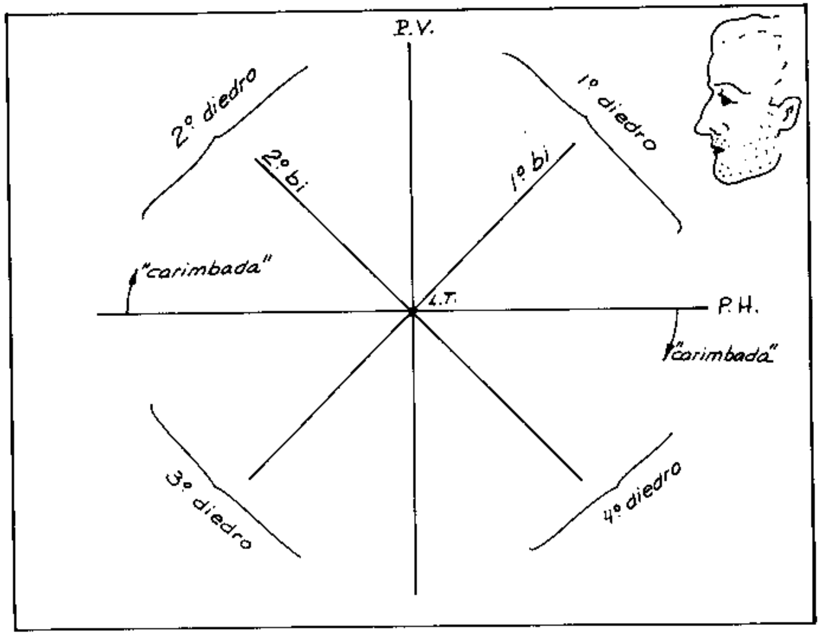
* "superior", "inferior", "anterior" e "posterior", sempre relativos ao Estudante que está de pé, com a cabeça no 1º diedro, olhando para o P.V.

404 • A L.T. divide o 2º plano bissector em dois semi-planos bissectores:

o 2º semi-plano bissector divide o 2º diedro
e o 4º semi-plano bissector divide o 4º diedro

Observação:

405 • Em Descritiva, para resolver questões relativas a diedros, é útil desenhar o P.V. e o P.H. esquemàticamente, vistos de lado (da esquerda para a direita):



§ 3º - VANTAGENS DA ÉPURA

406 • Convém aqui chamar a atenção do Estudante para as vantagens que uma Épura (figura c) apresenta sôbre Perspectivas Livres, usadas em Geometria Espacial (fig. a e fig. b)

407 • 1ª vantagem:

Só na Épura, nas figuras a e b não, as linhas de chamada estão desenhadas realmente perpendiculares à L T (com esquadros).

408 • 2ª vantagem:

Só na Épura, as cotas e os afastamentos estão desenhados em v.g. (com as medidas certas).

409 • 3ª vantagem:

Só na Épura, as duas projeções de sólidos do Espaço estão desenhadas em v.g. Exemplos:

1º) As duas projeções de uma esfera são círculos; nas figuras a e b seriam desenhados como elipses, ao passo que na Épura são desenhados círculos mesmo (com o compasso).

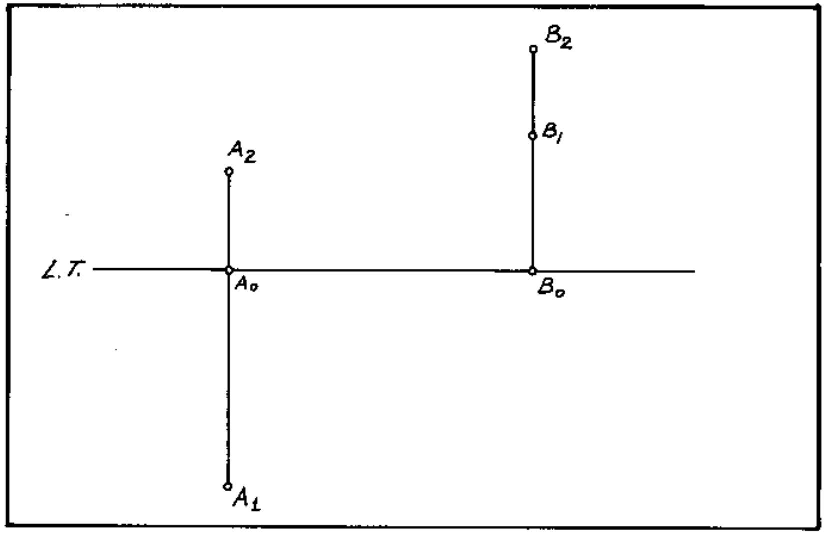
2º) Um retângulo com um lado paralelo à L.T. e nenhum perpendicular nem ao P.H. e nem ao P.V., pelo T-5 direto, tem as duas projeções retangulares; nas figuras a e b êsses retângulos seriam desenhados paralelogramos, ao passo que na Épura são desenhados retangulares mesmo (c/esquadros).

410 • 4ª vantagem:

Pode-se demonstrar que existe uma correspondência bi-unívoca entre os pontos do Espaço e suas projeções mongeânicas (pares de pontos da Épura), isto é, a cada ponto do Espaço corresponde um só par de projeções na Épura e a cada par de projeções (da mesma linha de chamada) corresponde um só ponto do Espaço.

411 • Dadas as duas projeções A_2 e A_1 de um ponto A, é possível colocar a ponta do lápis nesse ponto A do Espaço: basta espetar em A_2, perpendicularmente ao P.V., um araminho de comprimento A_oA_1 (afastamento); se A_1 estiver abaixo da L.T., o araminho ficará para a frente do P.V., e se A_1 estiver acima da L.T., o araminho deverá ficar para trás do P.V. (vide § 6º do Cap. 1).

412 • Assim, o ponto A está na perpendicular ao papel pelo ponto A_2, à distância A_oA_1 do papel, para a frente do papel. O ponto B está na perpendicular ao papel no ponto B_2, distante B_oB_1 do papel, para trás do papel.



413 • Note que o segmento AB fura o P.V., pois A está no 1º diedro e B está no 2º diedro.

414 • Como é possível fixar a posição exata no Espaço (relativa à Épura) de um ponto, torna-se possível fixar, em Épura, a FORMA, o TAMANHO e a POSIÇÃO RELATIVA de qualquer figura (linear, plana ou estérea) do Espaço, bastando fixar todos os seus pontos.

415 • Torna-se também teòricamente possível resolver, gràficamente, qualquer problema espacial, desenhando na Épura.

Para finalizar êste parágrafo, proponhamos que:

416 • "Ler" uma Épura significa concluir a FORMA, o TAMANHO e a POSIÇÃO RELATIVA das figuras representadas (vide nºs 91 e 92).

417 • "Representar" uma figura significa desenhar as duas projeções em v.g. da figura.

418 • Assim, torna-se possível um "diálogo" gráfico, entre o Projetista de uma obra de Engenharia ou Arquitetura e os Executantes da mesma.

419 • "Ler" e "Representar" uma épura são questões inversas entre si; ao "representar", "passa-se do Espaço para as projeções (aplicando os Teoremas diretos) e, ao "ler", passa-se duas projeções para o Espaço (aplicando os Teoremas recíprocos).

420 • Assim como o estudo da Geometria compõe-se de definições e demonstrações, o estudo da Descritiva compõe-se "leituras" e "representações".

*

§ 4º - QUESTIONÁRIO

421 • 1º) O que é Épura ?

422 • 2º) Quais as duas maiores aplicações da Épura nas Técnicas ?

423 • 3º) Por quê faz-se o P.V. coincidir com o plano do papel ?

424 • 4º) Com que finalidade "carimba-se" o P.H. sôbre o P.V. ?

Respostas:

1º) Épura é um desenho plano onde o P.V. coincide com o plano do desenho e o P.H. foi "carimbado" sôbre êle.

2º) São: a) permitir um diálogo entre Projetista e Construtor; e b) permitir ao calculista resolver, gràficamente, problemas do Espaço.

3º) Para que as linhas de chamada fiquem desenhadas perpendiculares realmente à L.T., as cotas fiquem em v.g. e as projeções verticais das figuras fiquem, também, em v.g.

4º) Para que os afastamentos fiquem desenhados em v.g. na Épura e para que as projeções horizontais fiquem, também, em v.g.

*