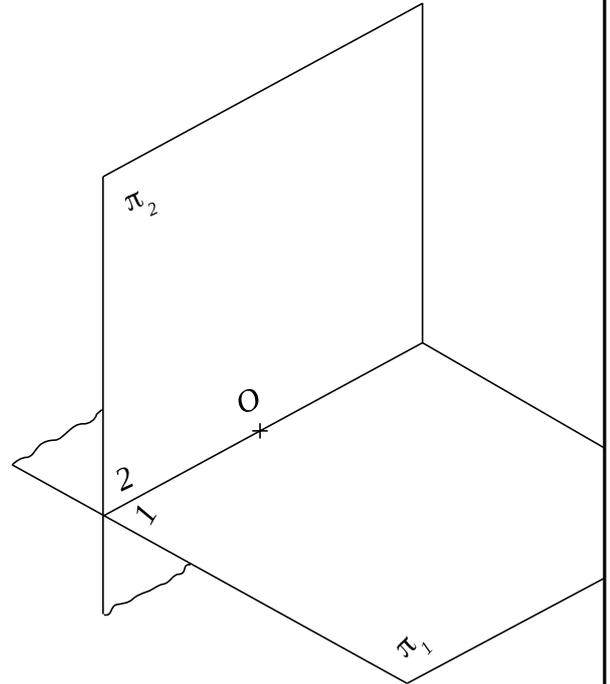
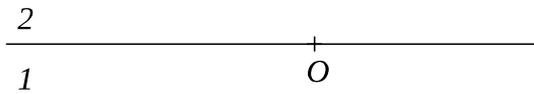


# Sistema de Representação Mongeano - Ponto - Reta - Plano

## Exercícios

a. Desenhar a écura dos pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , e  $D$ , dados por suas coordenadas, e representá-los em uma perspectiva paralela. Considere o ponto  $O$  a origem dos eixos de coordenadas.

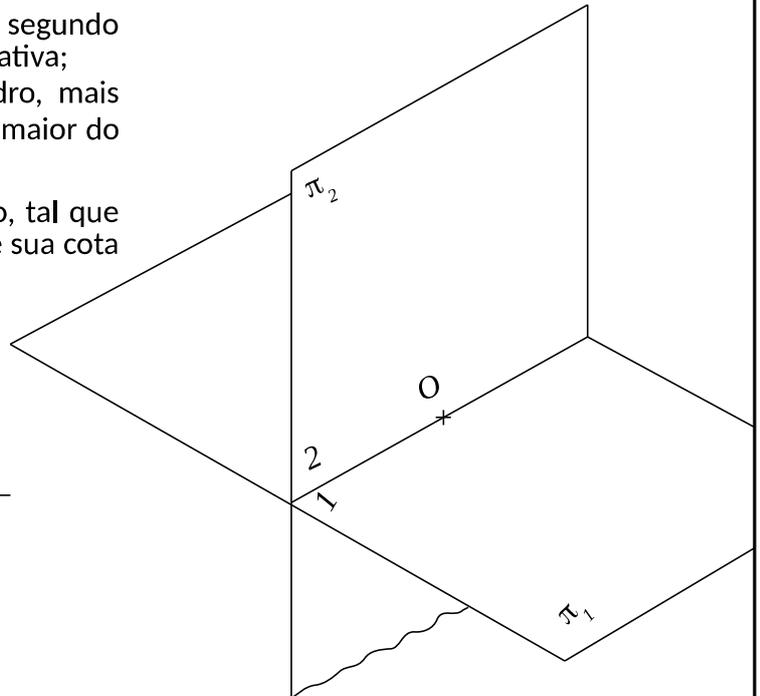
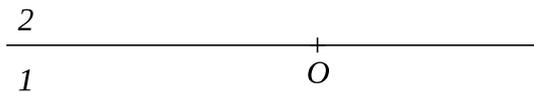
Dados em mm:  $A = (-15; 33; 0)$   
 $B = (-07; 15; 25)$   
 $C = (05; 25; 25)$   
 $D = (15; 30; 40)$



b. Desenhar a écura dos seguintes pontos e representá-los em uma perspectiva paralela. Considere o ponto  $O$  a origem dos eixos de coordenadas.

Dados:

- $P$  pertence ao 2º bissetor, segundo Diedro e que tenha abscissa negativa;
- $Q$  pertence ao primeiro Diedro, mais próximo do  $\pi_1$  que  $\pi_2$  e abscissa maior do que  $O$ ;
- $R$  pertence ao primeiro Diedro, tal que seu afastamento seja metade de sua cota e com abscissa nula.



Nome:

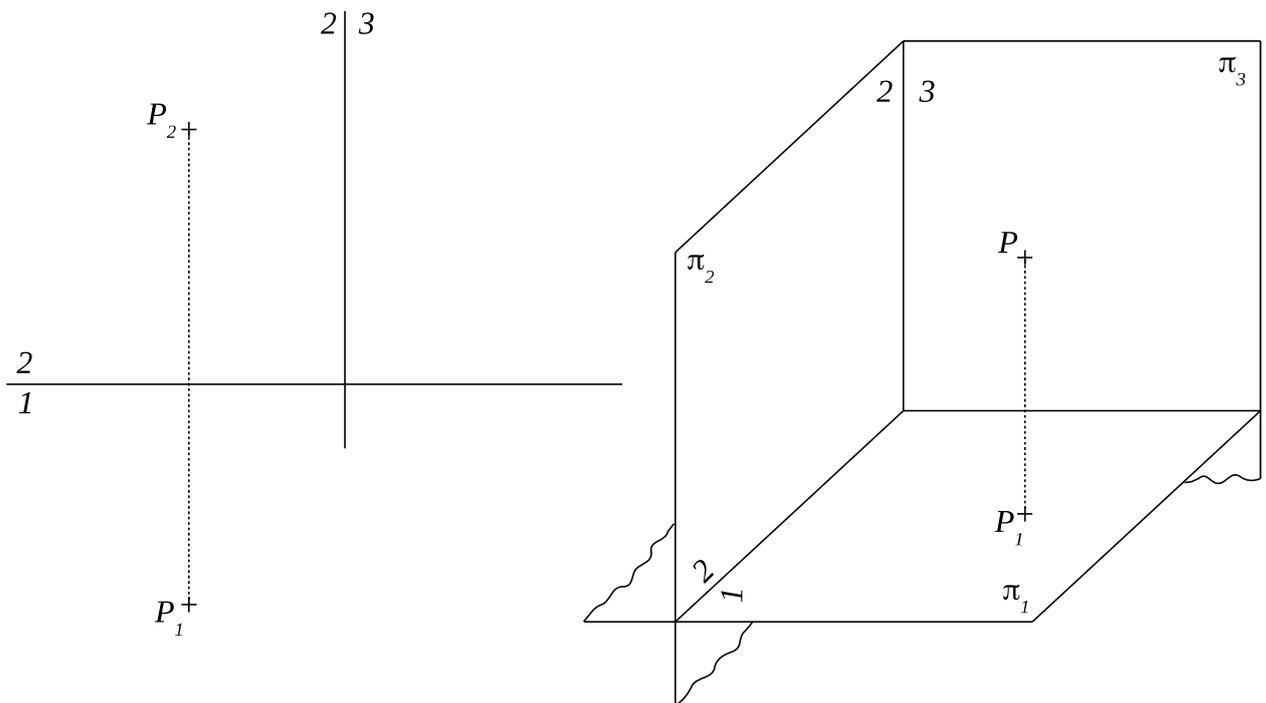
No. USP:

Turma:

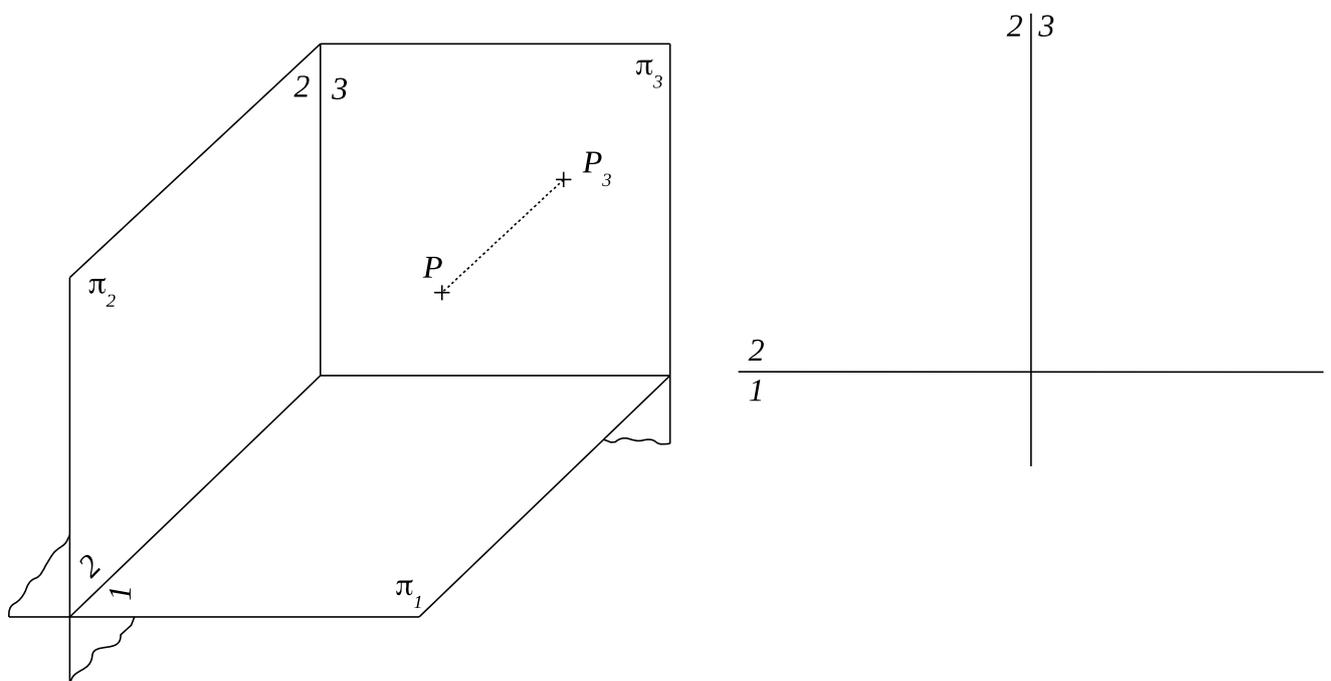
Professor:

EX01

a. Dado o ponto  $P$ , obter a sua projeção no plano lateral  $\pi_3$ . Completar a perspectiva paralela dada.



b. Completar a perspectiva paralela, obtendo as projeções do ponto  $P$  nos planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$ . Em seguida, desenhar a épura correspondente.



Nome:

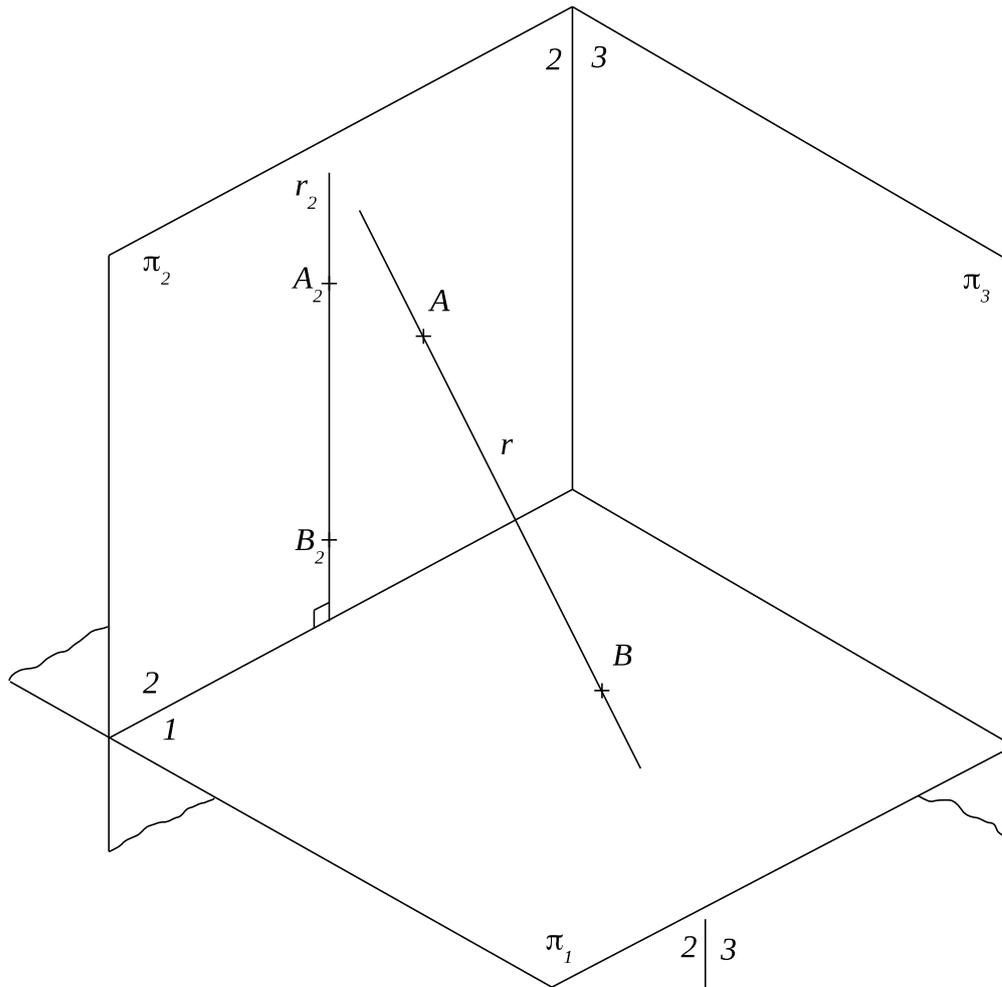
No. USP:

Turma:

Professor:

EX02

a. Dada a reta  $r$  e sua projeção  $r_2$ , completar a perspectiva paralela obtendo as projeções  $r_1$  e  $r_3$ . Em seguida, desenhar a épura correspondente.



2  
1

Nome:

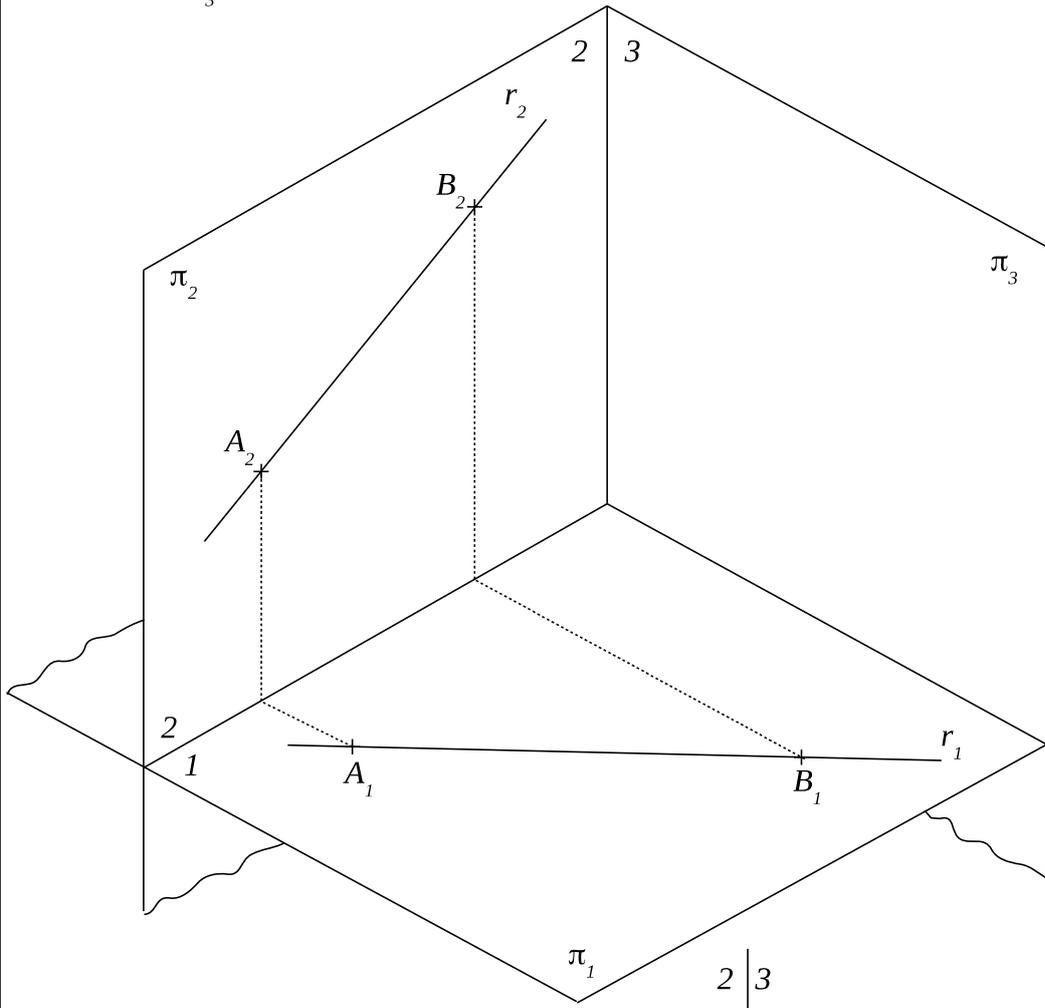
No. USP:

Professor:

Turma:

EX03

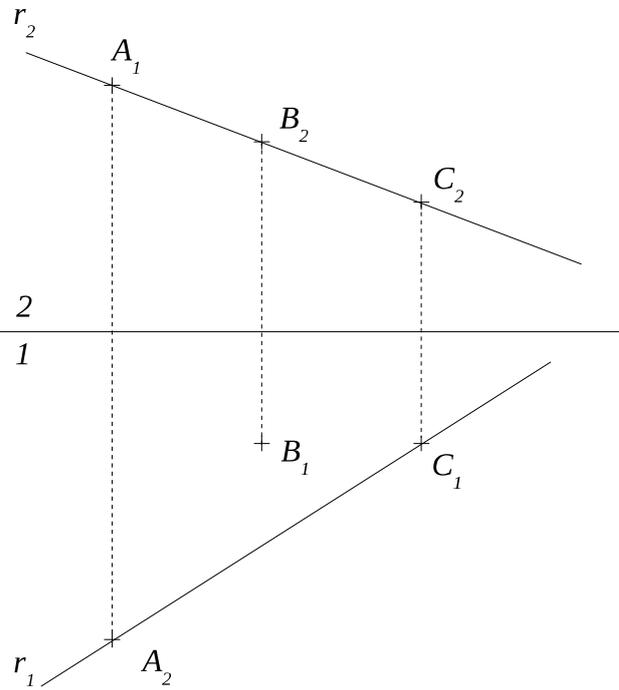
a. Dadas as projeções  $r_1$  e  $r_2$ , completar a perspectiva paralela obtendo a reta  $r$  e sua projeção  $r_3$ . Em seguida, desenhar a écura correspondente.



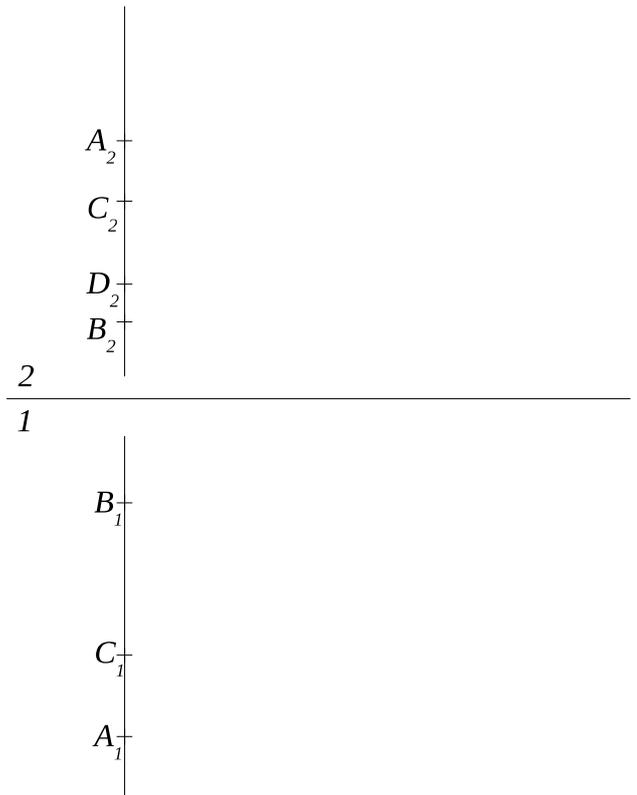
Nome:		<b>EX04</b>
No. USP:	Turma:	
Professor:		

a. Dadas a reta  $r$  por suas projeções e os pontos  $A, B$  e  $C$ , pergunta-se:

- a)  $A \in r$ ? Resp.:  
 b)  $B \in r$ ? Resp.:  
 c)  $C \in r$ ? Resp.:

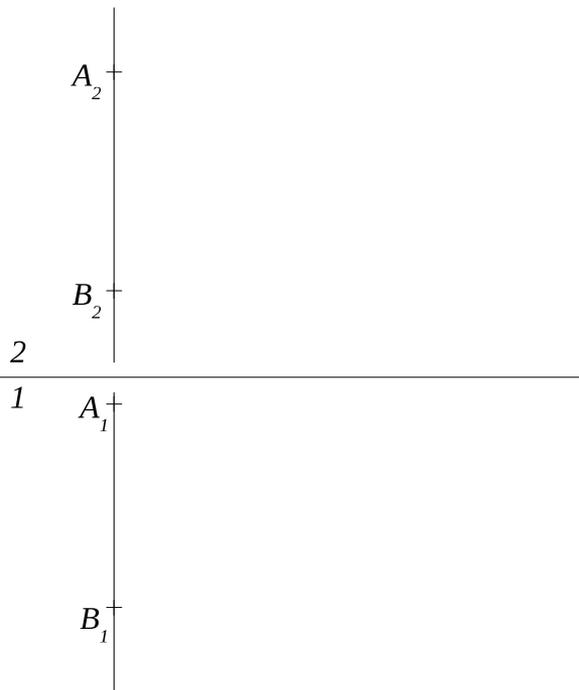


b. Dadas a reta  $AB$ , verificar se o ponto  $C$  a ela pertence. Obter  $D_1$  sabendo-se que  $D$  pertence a reta dada.

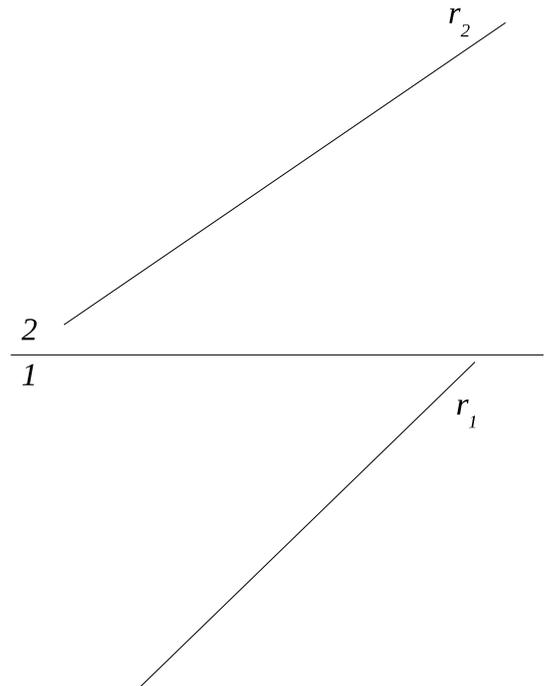


c. Obter na reta dada  $AB$ :

- I - o ponto  $C$  de afastamento igual a 18mm;  
 II - o ponto  $D$  de cota 20mm;



d. Obter na reta  $r$  o ponto  $A$ , de cota 20mm, e o ponto  $B$  de afastamento igual a 15mm.



Nome:

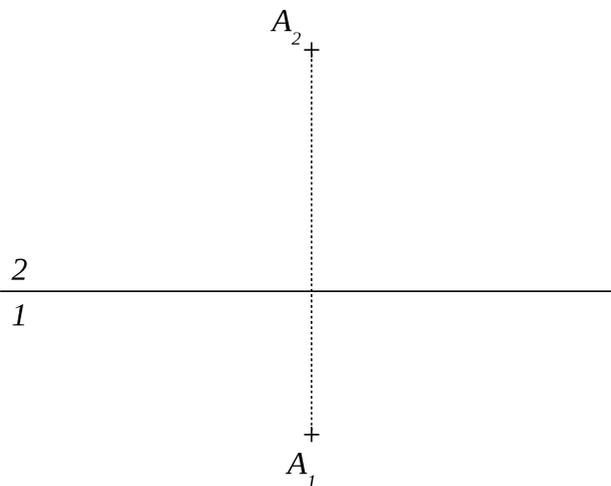
No. USP:

Professor:

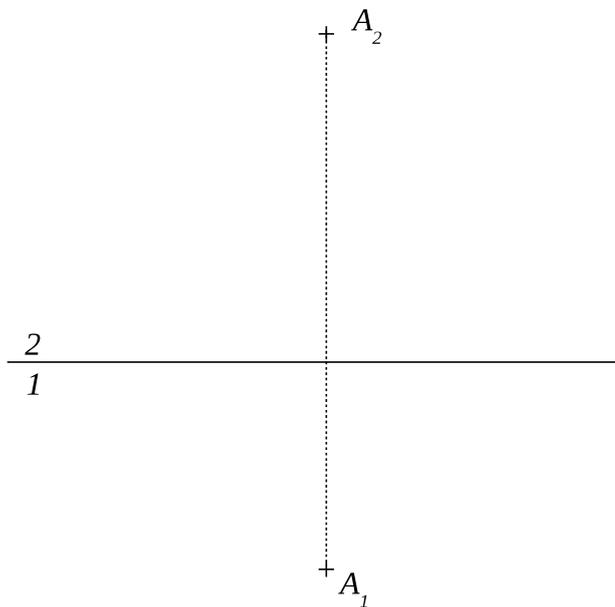
Turma:

EX05

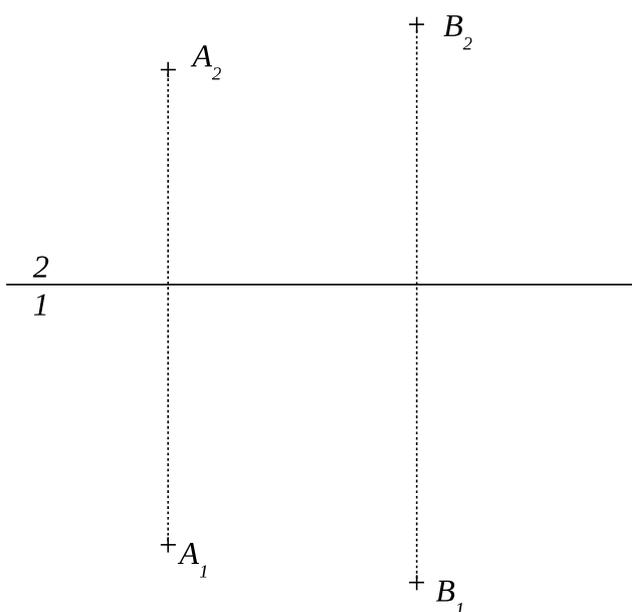
a. Traçar por  $A$  as retas horizontais que fazem com o  $\pi_2$  um ângulo de  $30^\circ$  e obter os seus traços.



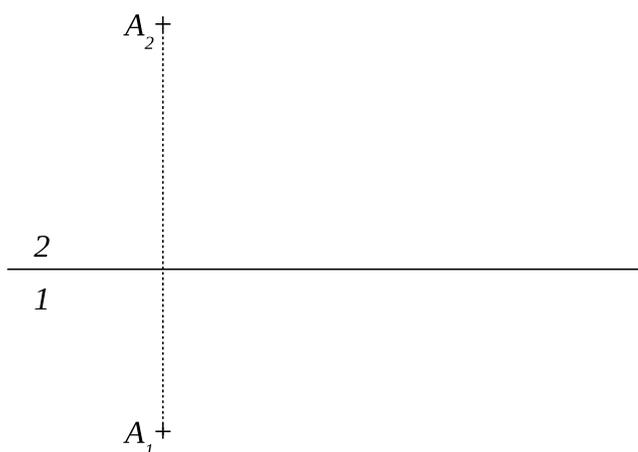
b. Traçar por  $A$  as retas frontais que fazem com o  $\pi_1$  um ângulo de  $60^\circ$  e obter os seus traços.



c. Traçar por  $A$  a reta vertical  $v$ , traçar por  $B$  a reta de topo  $t$  e obter seus traços.



d. Traçar por  $A$  as retas de perfil que fazem com o  $\pi_2$  um ângulo de  $60^\circ$ .



Nome:

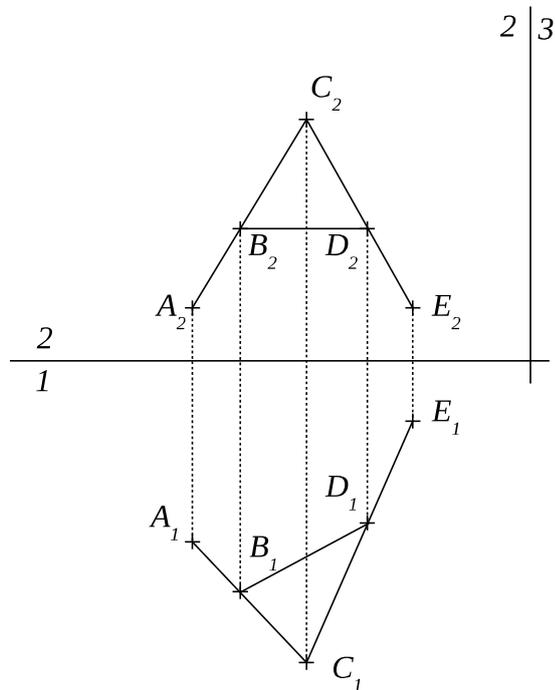
No. USP:

Professor:

Turma:

EX06

a. Dadas as vistas horizontal e frontal da letra A, obter o perfil da vista lateral esquerda.



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

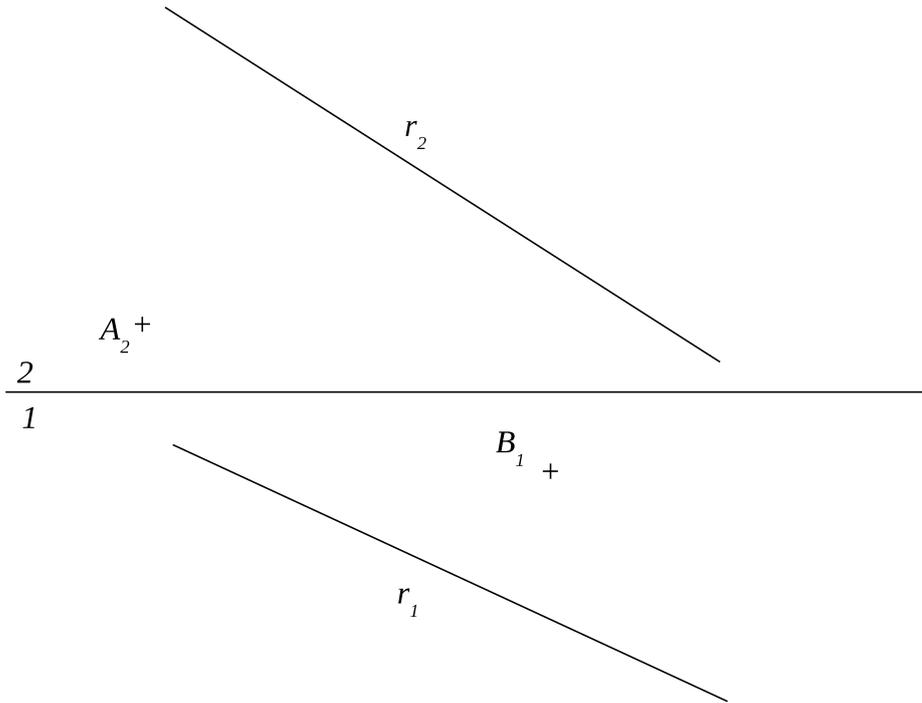
No. USP:

Turma:

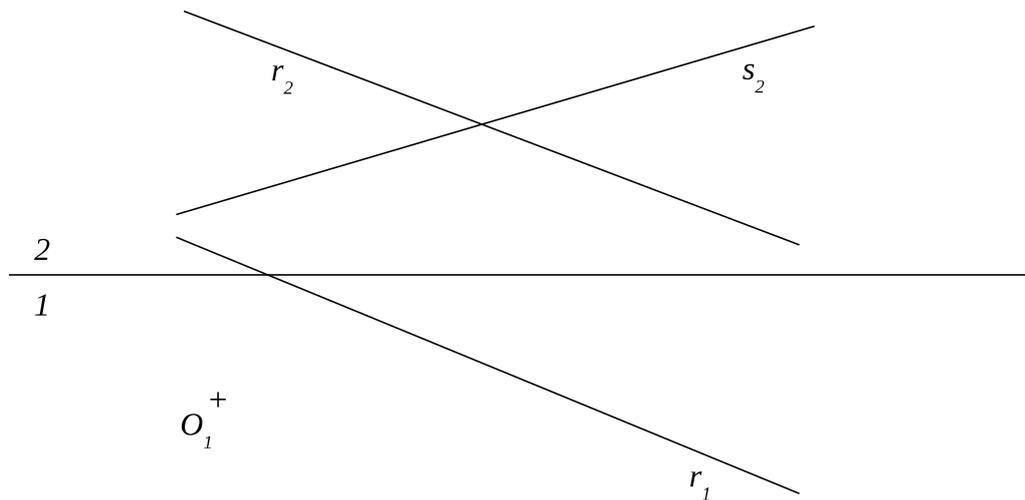
Professor:

EX07

a. Os pontos  $A$  e  $B$  definem uma reta  $s$  paralela a reta  $r$ . Determine as projeções de  $s$  em  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .



b. Completar as projeções que faltam, sabendo-se que as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes entre si e o ponto  $O$  pertence a  $s$ .



Nome:

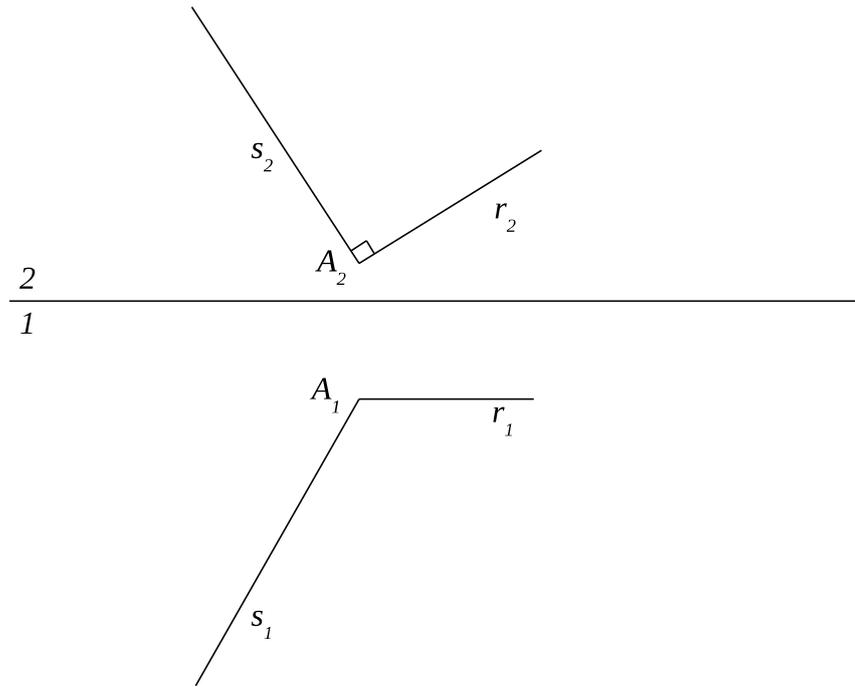
No. USP:

Turma:

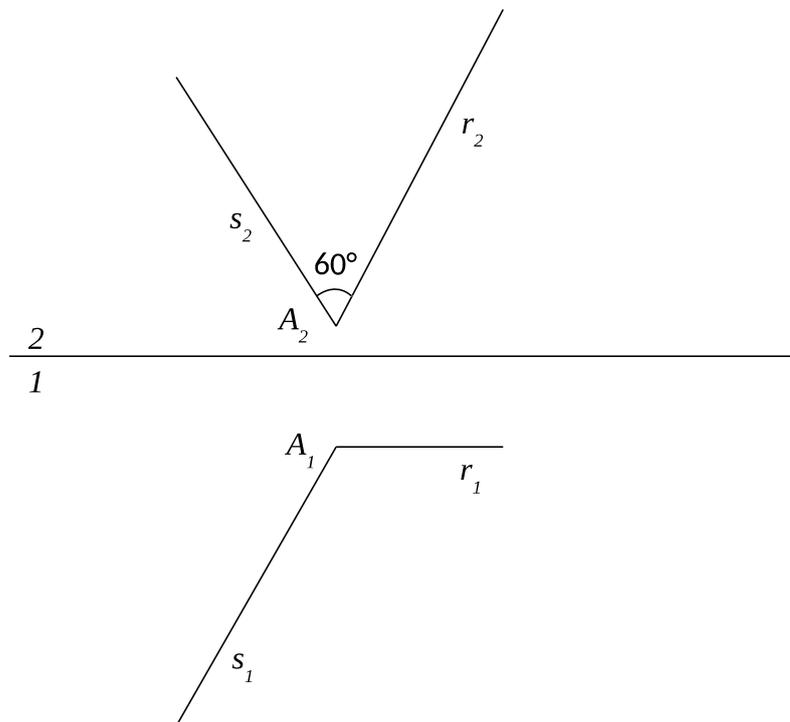
Professor:

EX08

a. O ângulo entre as retas  $r$  e  $s$  é reto? Justifique.



b. O ângulo entre  $r$  e  $s$  é de  $60^\circ$ ? Justifique.



Nome:

No. USP:

Professor:

Turma:

EX09

a. Quantas retas no espaço passam por um ponto, formam um ângulo de  $60^\circ$  com  $\pi_1$  e são paralelas a  $\pi_2$ ?

b. Representar em é pura três retas não paralelas entre si que fazem um ângulo de  $60^\circ$  com  $\pi_1$ .

c. Represente em é pura o Lugar Geométrico dos Traços em  $\pi_1$  das retas que passam por um ponto  $A$  situado no primeiro diedro ( $A$  é arbitrário, você escolhe a posição) e fazem um ângulo de  $60^\circ$  com  $\pi_1$ .

Nome:

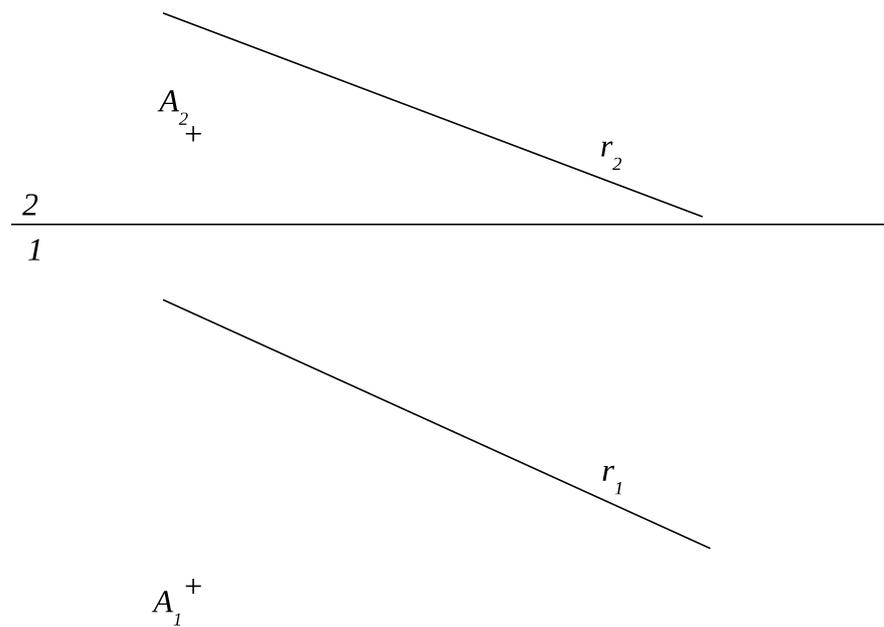
No. USP:

Turma:

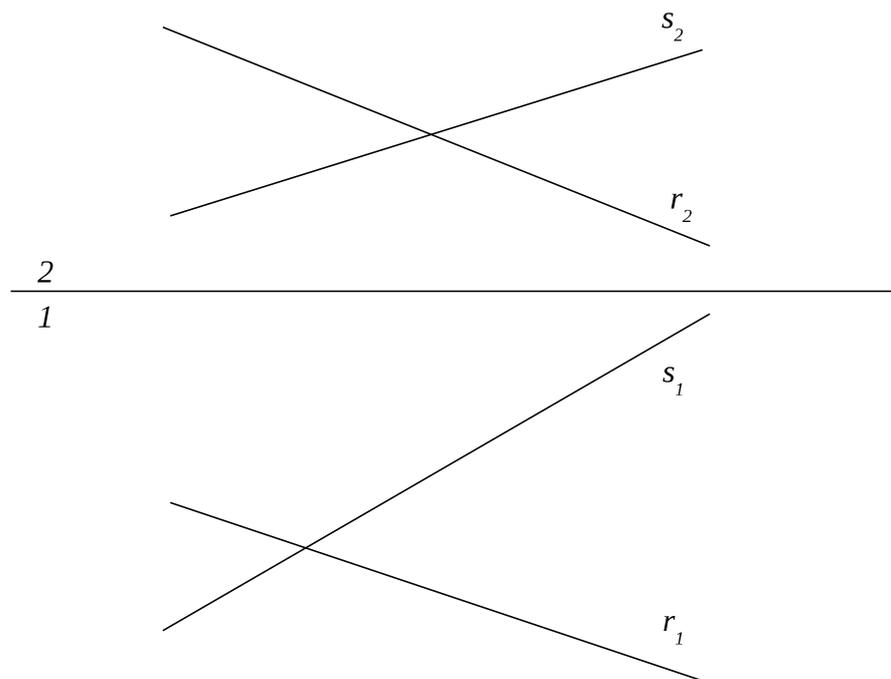
Professor:

**EX10**

a. Determinar a reta  $s$  paralela a  $\pi_1$  que passa por  $A$  e se opoia na reta  $r$  (que é o mesmo que afirmar que intercepta a reta  $r$ ).



b. Determinar a reta perpendicular a  $\pi_2$  que se apoia nas retas  $r$  e  $s$ .



Nome:

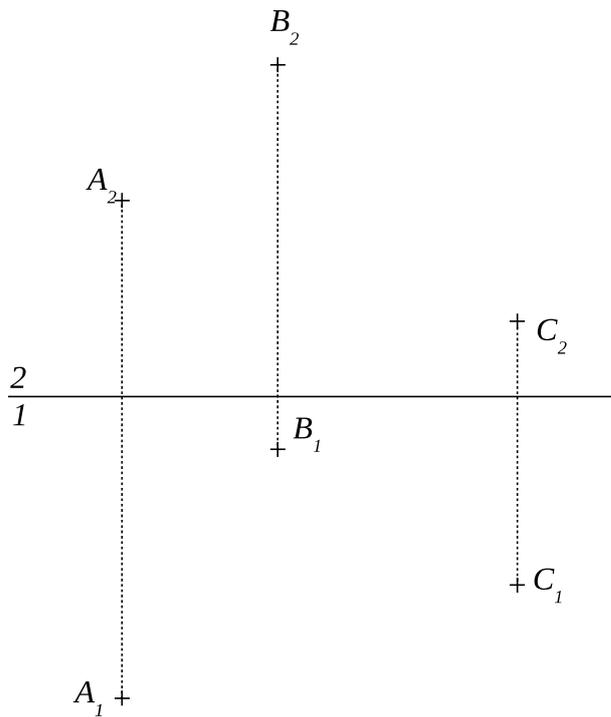
No. USP:

Professor:

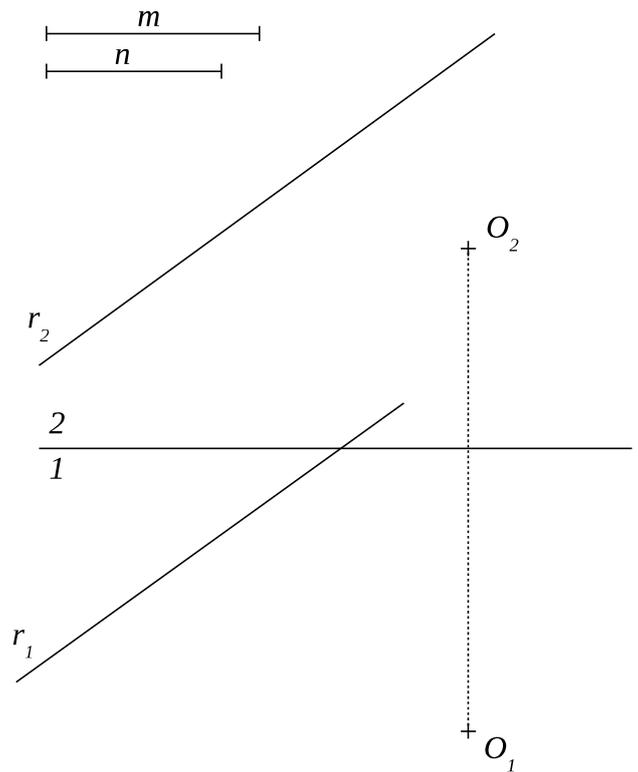
Turma:

**EX11**

a. Dado o plano  $\alpha$  determinado pelos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  traçar uma horizontal  $h$  do plano, passando pelo ponto  $A$  e uma frontal  $f$  do plano, passando pelo ponto  $C$ .

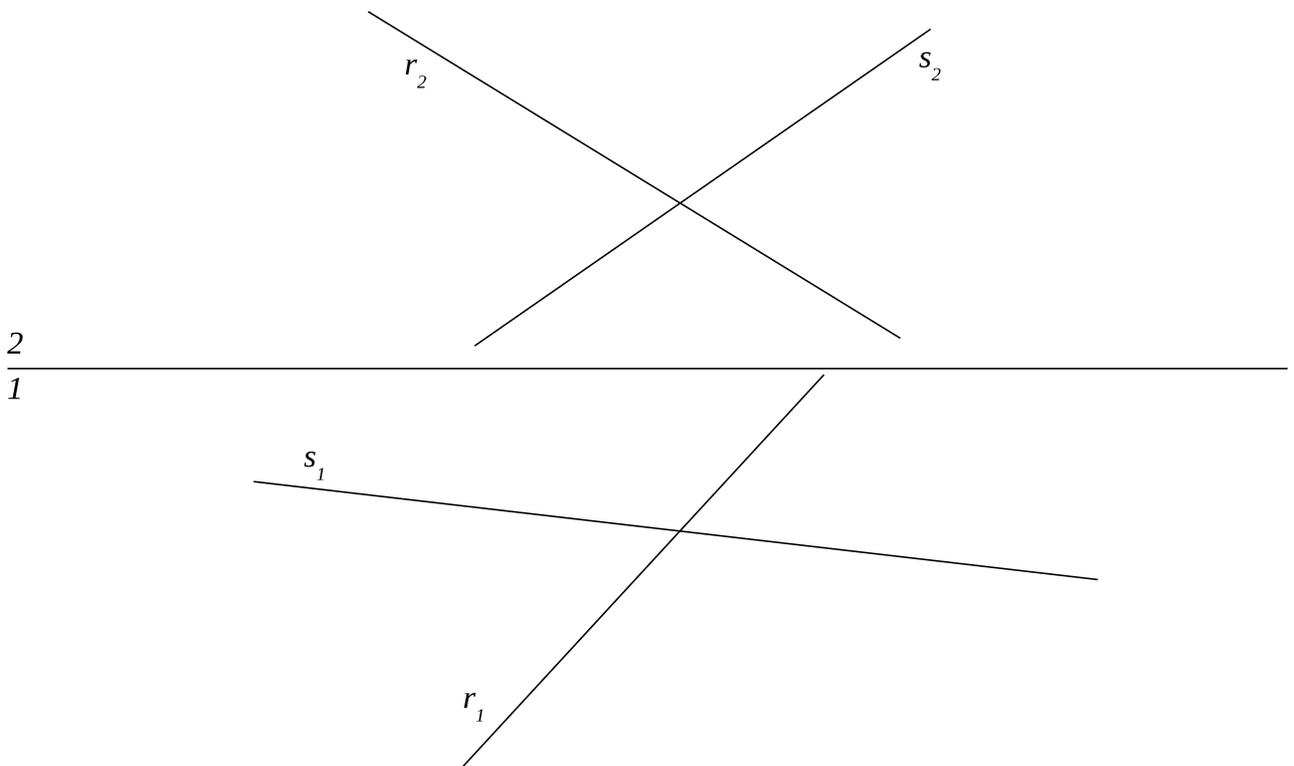


b. Dado o plano  $\alpha$  determinado pela reta  $r$  e o ponto  $O$  traçar uma horizontal  $h$  do plano a uma distância  $m$  do  $\pi_1$  e uma frontal  $f$  do plano a uma distância  $n$  do  $\pi_2$ .



c. Dado o plano  $\alpha$  formado pelas retas concorrentes  $r$  e  $s$ :

- I. Determine o ponto de intersecção  $I$  entre as retas  $r$  e  $s$
- II. Traçar a reta horizontal  $h$  do plano de cota igual a 10 mm
- III. Traçar a reta frontal  $f$  do plano de afastamento igual a 15 mm



Nome:

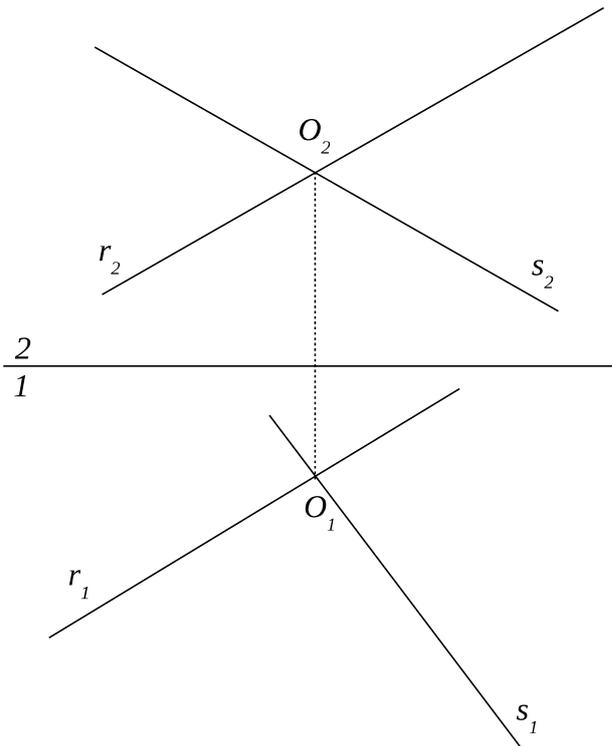
No. USP:

Professor:

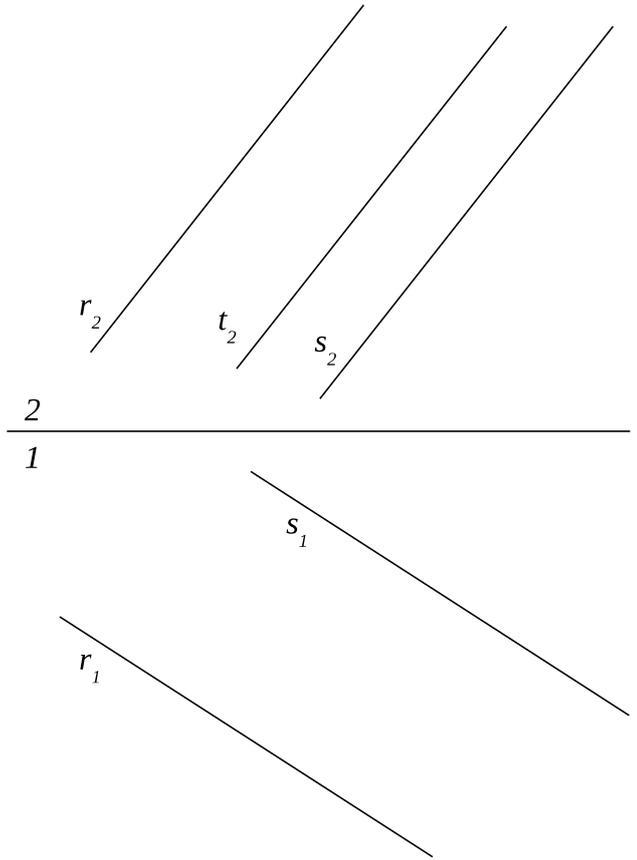
Turma:

EX12

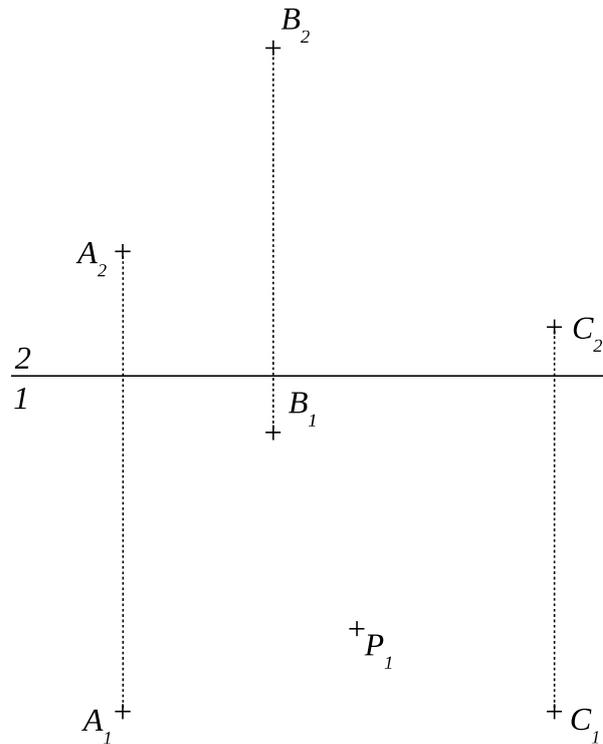
a. Dado o plano  $\alpha$  determinado pelas retas  $r$  e  $s$ , traçar uma reta horizontal  $h$  e uma frontal  $f$  passando pelo ponto  $O$ .



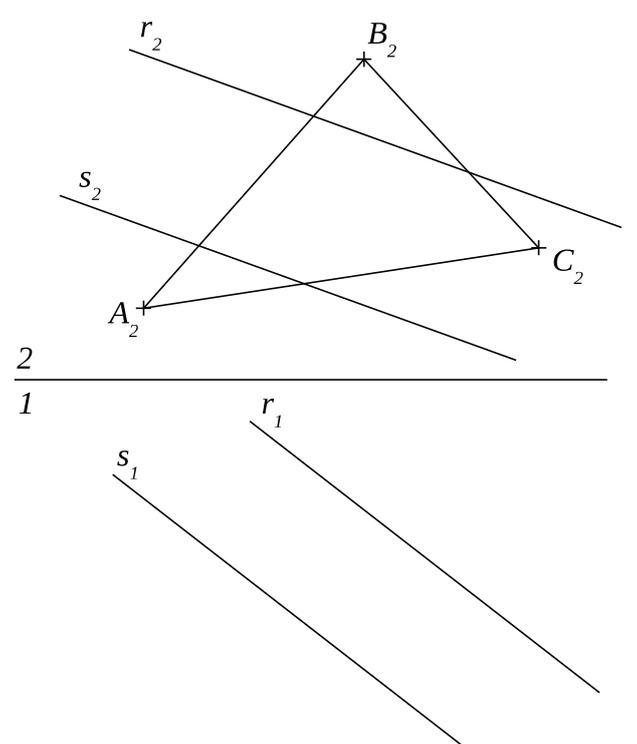
b. Dado o plano  $\alpha$  determinado pelas retas  $r$  e  $s$ , obter a projeção que falta para que a reta  $t$  esteja nele contida.



c. Obter a outra projeção do ponto  $P$  pertencente ao plano definido pelos pontos  $A, B$  e  $C$ .



d. Achar a outra projeção do triângulo  $ABC$  pertencente ao plano determinado pelas retas  $r$  e  $s$ .



Nome:

No. USP:

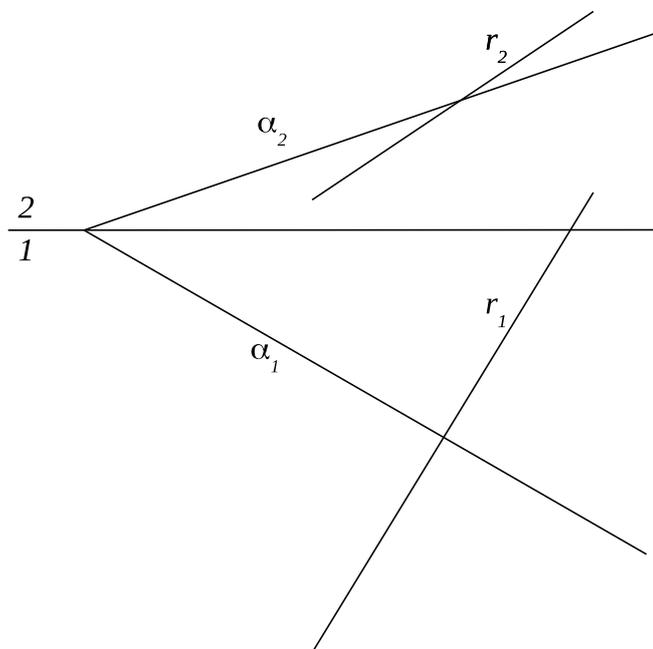
Professor:

Turma:

EX13

a. São dados três planos no espaço. Quantos e quais são os elementos resultantes das possibilidades para o resultado da intersecção entre eles? Dica: considere primeiro as possibilidades para dois planos.

b. Verifique se a reta  $r$  pertence ou não ao plano  $\alpha$  dado pelos seus Traços.



Nome:

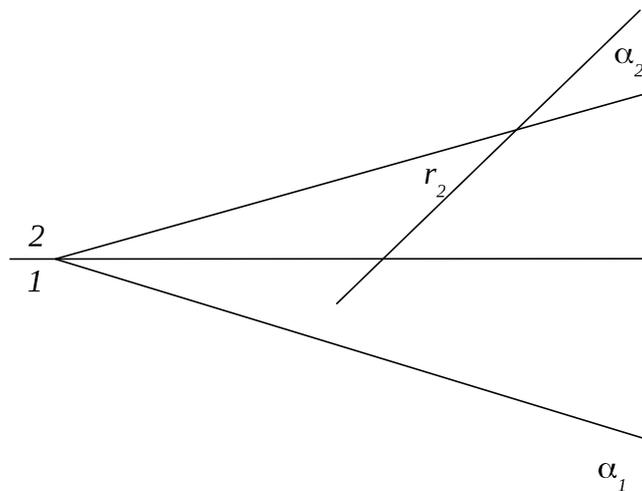
No. USP:

Professor:

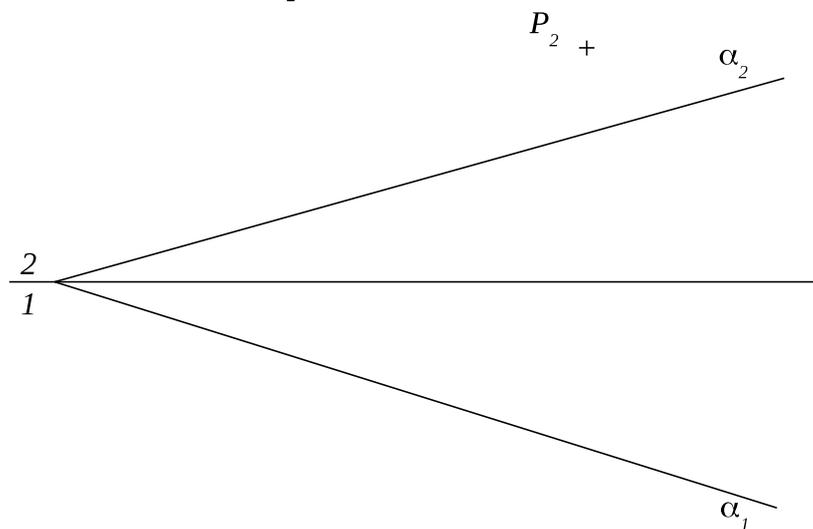
Turma:

**EX14**

a. Dados um plano  $\alpha$  e a projeção em  $\pi_2$  de  $r \subset \alpha$ . Determine a projeção de  $r$  em  $\pi_1$ .



b. Dados um plano  $\alpha$  e a projeção em  $\pi_2$  de  $P \in \alpha$ . Determine a projeção de  $P$  em  $\pi_1$ .



Nome:

No. USP:

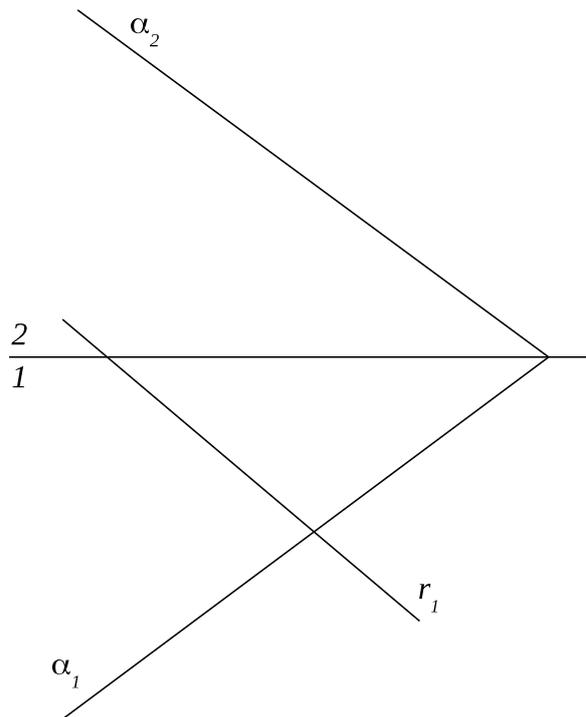
Professor:

Turma:

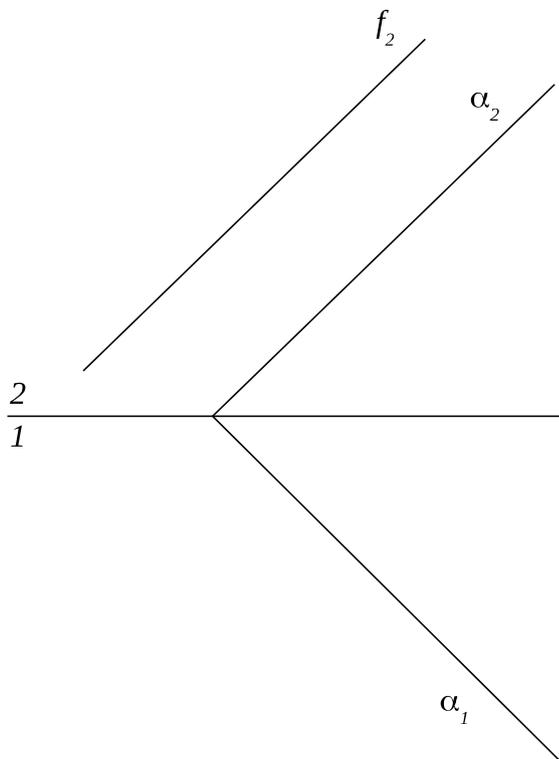
**EX15**

d. Dado o plano  $\alpha$  pelos seus traços, obter a projeção que falta para que a reta esteja contida em  $\alpha$ , sendo  $f$  uma reta frontal.

I)



II)



Nome:

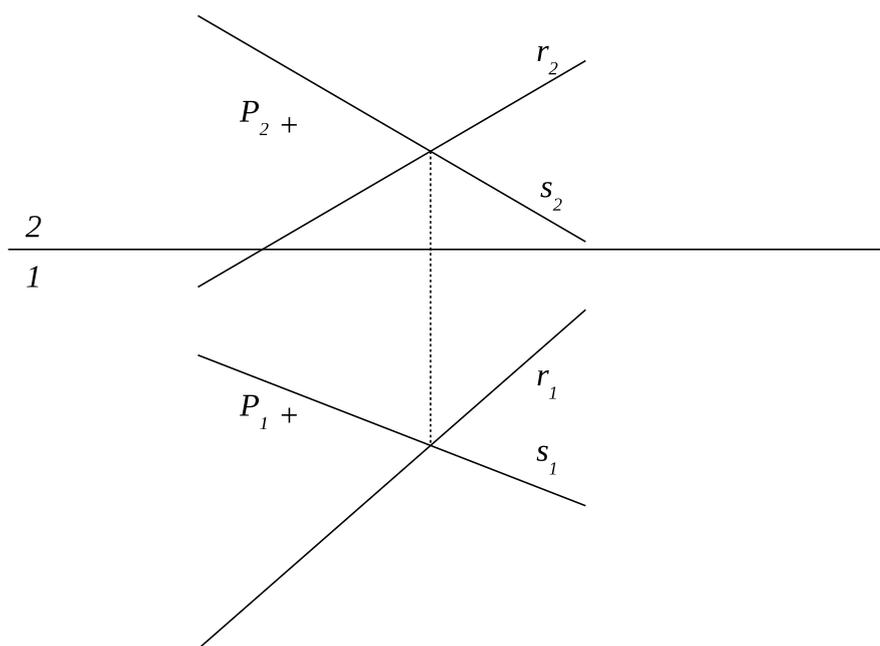
No. USP:

Professor:

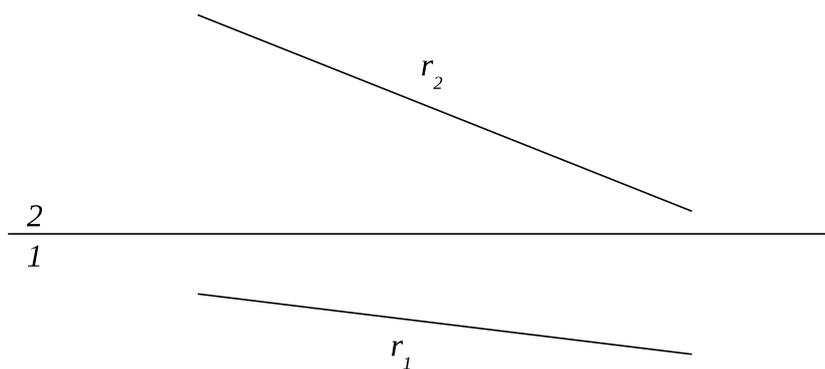
Turma:

EX16

a. Verifique se o ponto  $P$  pertence ou não ao plano  $\alpha$  definido pelas retas  $r$  e  $s$  concorrentes.



b. Dada a reta  $r$ , forneça os traços de um plano  $\alpha$  que contém a reta  $r$ .



Nome:

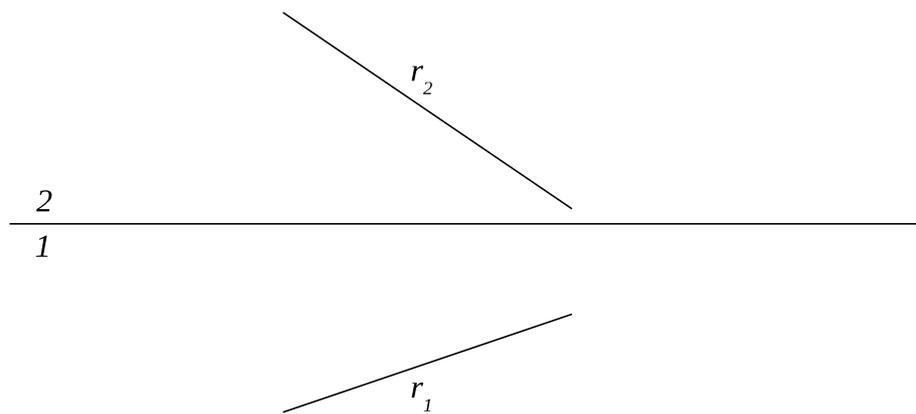
No. USP:

Professor:

Turma:

EX17

a. Obtenha os Traços do plano  $\alpha$ , sabendo que ele contém a reta  $r$  e forma um ângulo de  $45^\circ$  com  $\pi_1$ .



Nome:

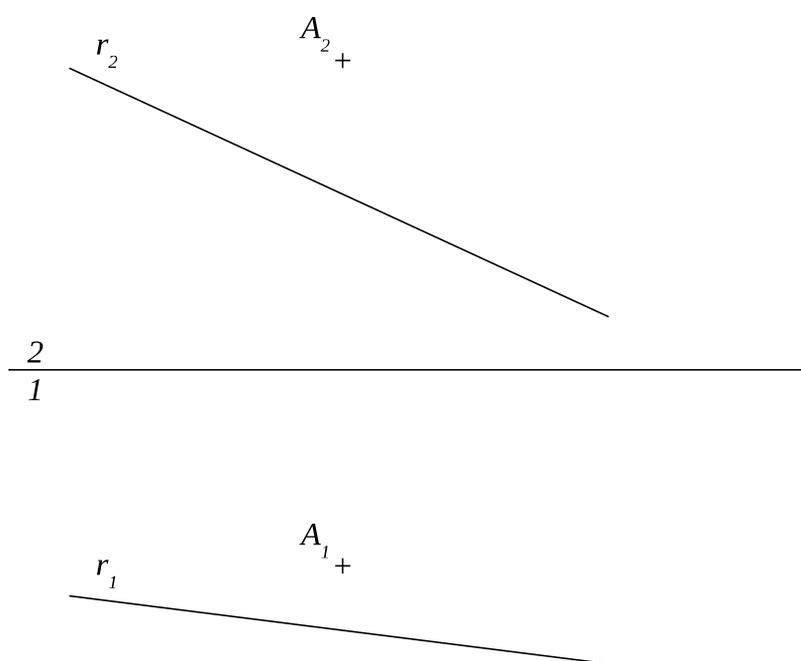
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX18**

a. Determinar as retas que passam por  $A$ , fazem um ângulo de  $60^\circ$  com  $\pi_1$ , e que se apoiam em  $r$ .



Nome:

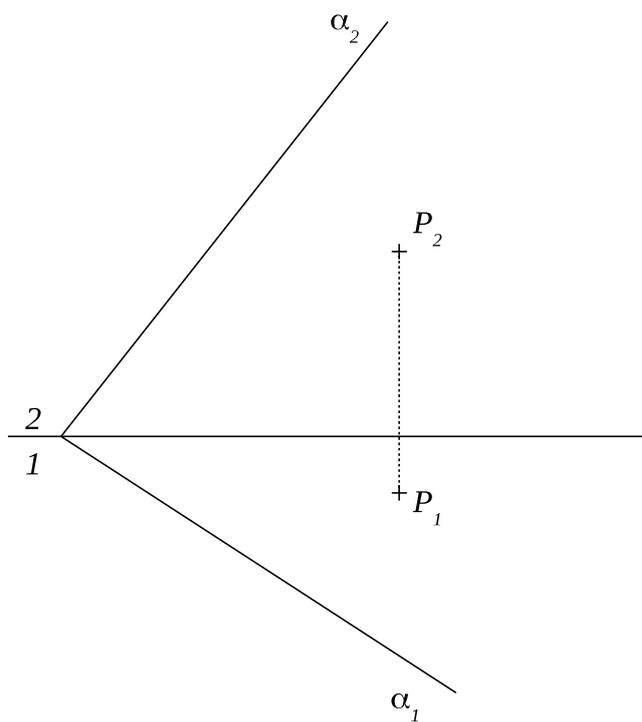
No. USP:

Professor:

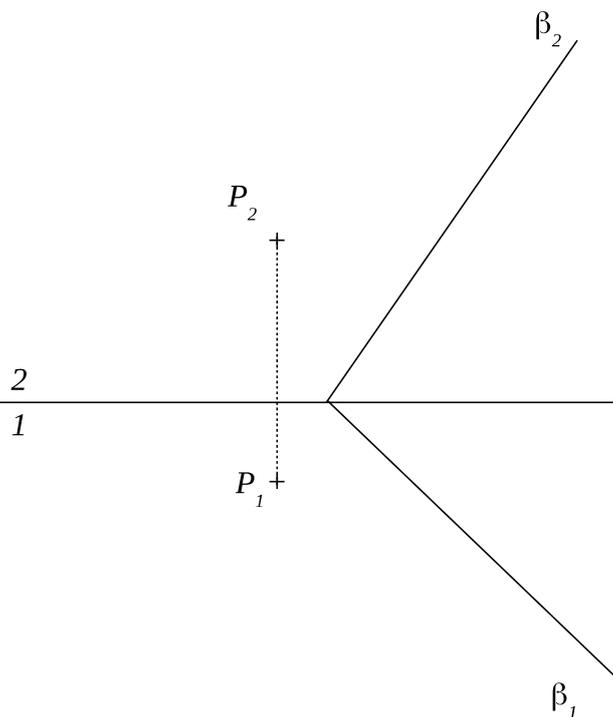
Turma:

**EX19**

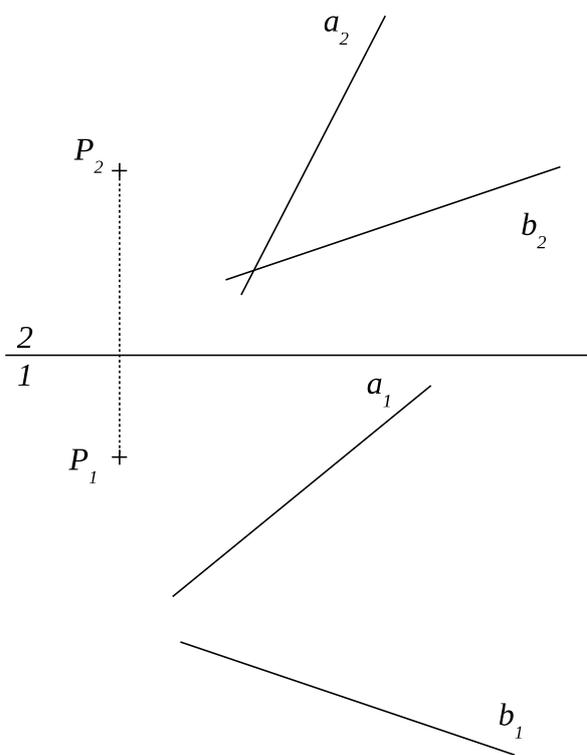
a. Construir  $\beta$  contendo  $P$ , sendo  $\beta$  paralelo ao plano  $\alpha$ .



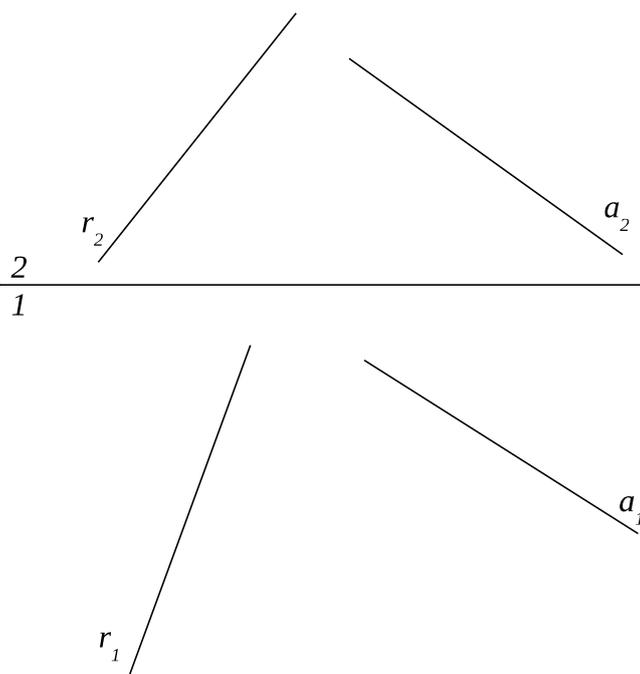
b. Construir  $\alpha$  contendo  $P$ , sendo  $\alpha$  paralelo ao plano  $\beta$ .



c. Construir  $\alpha$ , contendo  $P$  paralelo as retas reversas  $a$  e  $b$ .



d. Construir  $\alpha$  contendo  $r$ , paralelo a reta  $a$ .



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

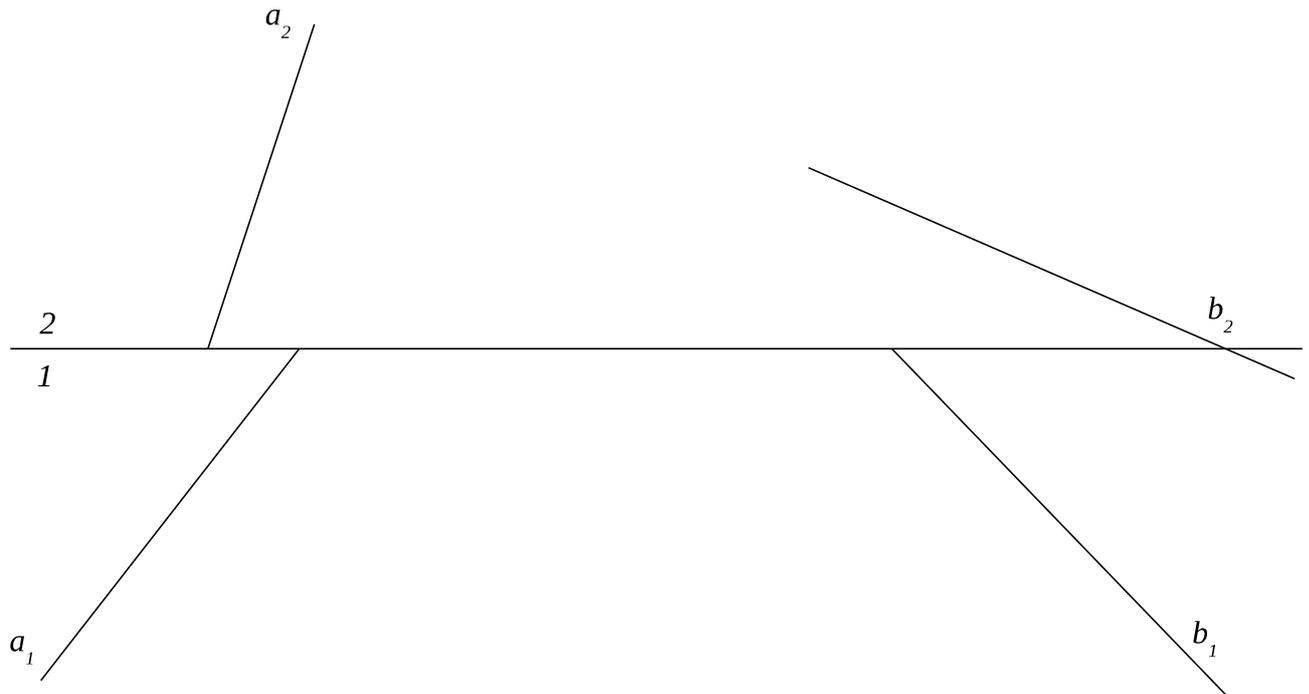
No. USP:

Professor:

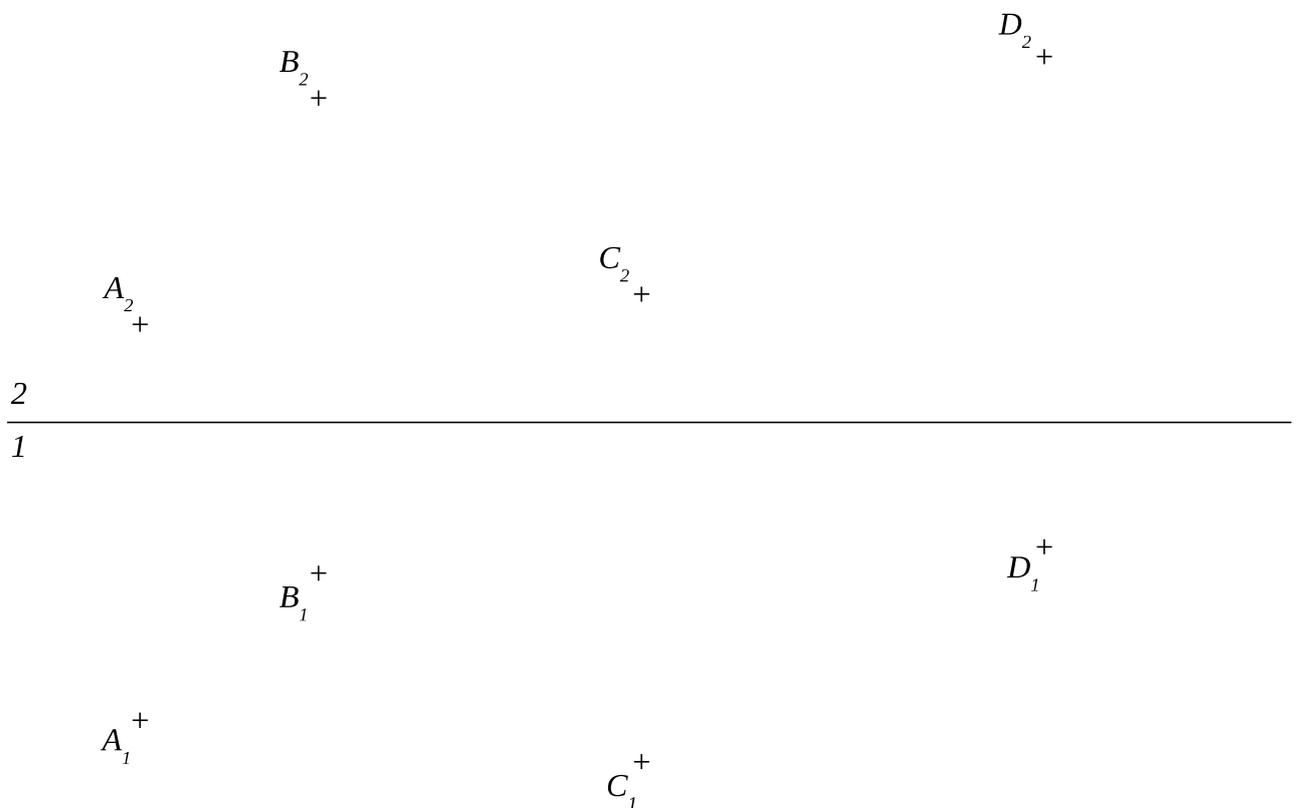
Turma:

EX20

a. Construir três planos,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , paralelos e equidistantes entre si, sendo  $a \subset \alpha$  e  $b \subset \gamma$ .



b. Construir quatro planos paralelos e equidistantes,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ , tal que cada ponto pertença a um deles. Sendo a distância de  $\alpha$  a  $\beta$  = distância de  $\beta$  a  $\gamma$  = distância de  $\gamma$  a  $\delta$ .



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

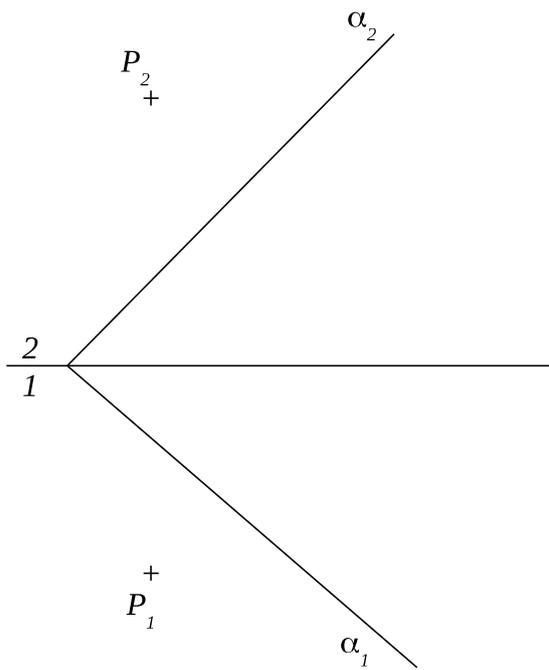
No. USP:

Turma:

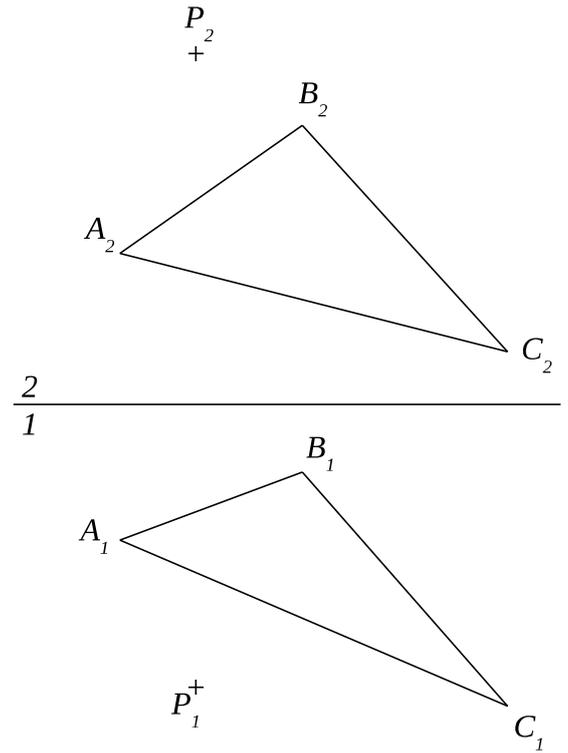
Professor:

**EX21**

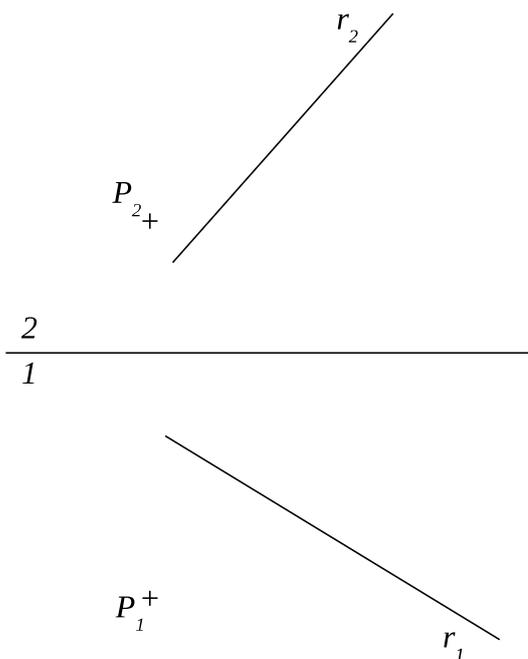
a. Construir por  $P$  a reta  $r$  perpendicular a  $\alpha$ .



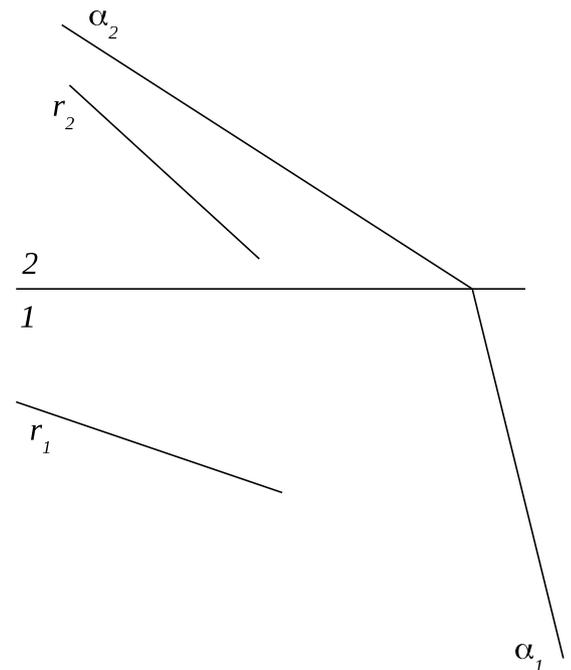
b. Construir por  $P$  a reta  $r$  perpendicular ao plano do triângulo  $A, B, C$ .



c. Determinar os traços de um plano  $\beta$ , passando por  $P$ , perpendicular a reta  $r$ .



d. Construir uma reta  $s$  concorrente com a reta  $r$ , tal que o plano definido por  $r$  e  $s$  seja perpendicular ao plano  $\alpha$ .



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

No. USP:

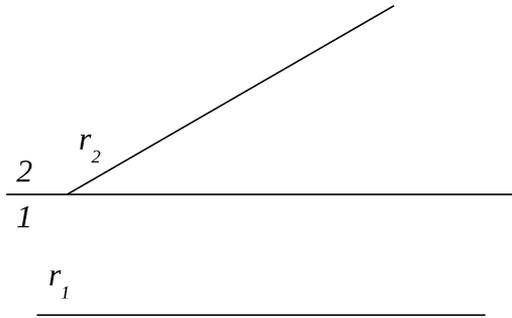
Professor:

Turma:

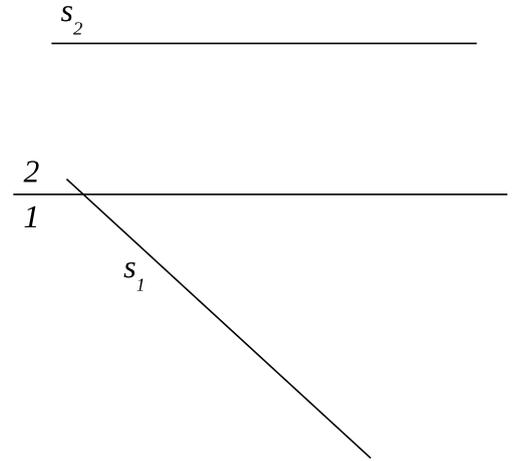
EX22

Determinar os traços de um plano perpendicular a reta dada.

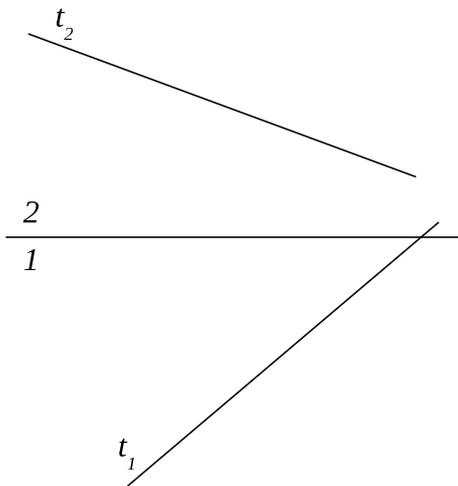
a.



b.



c.



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

No. USP:

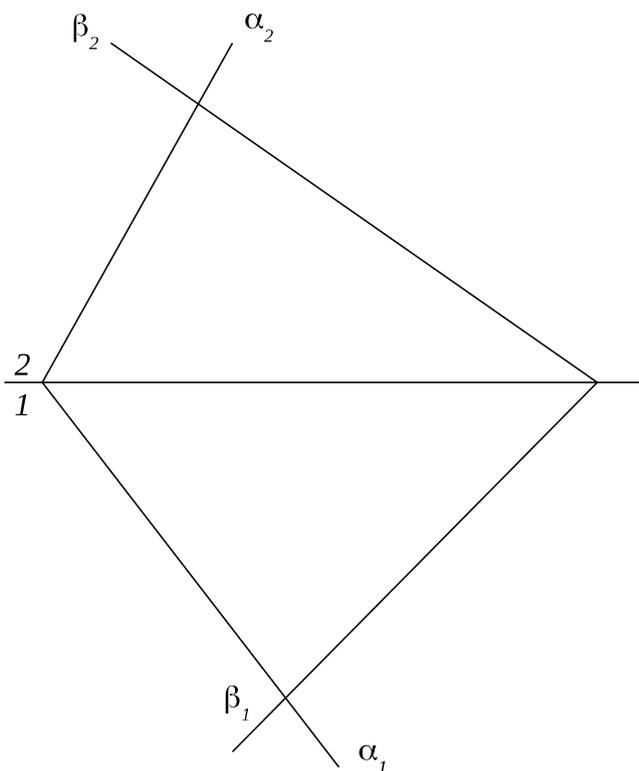
Professor:

Turma:

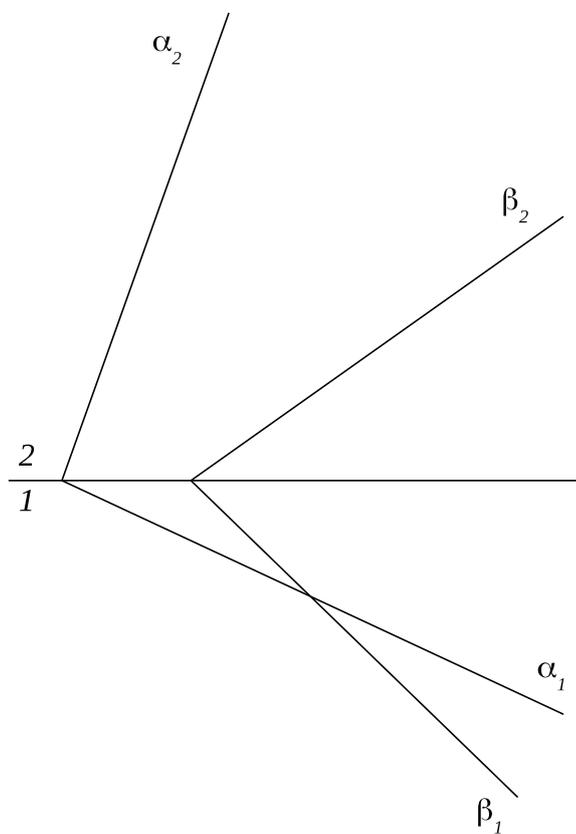
**EX23**

Determinar as intersecções dos planos dados nas épuras abaixo:

a.



b.



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

No. USP:

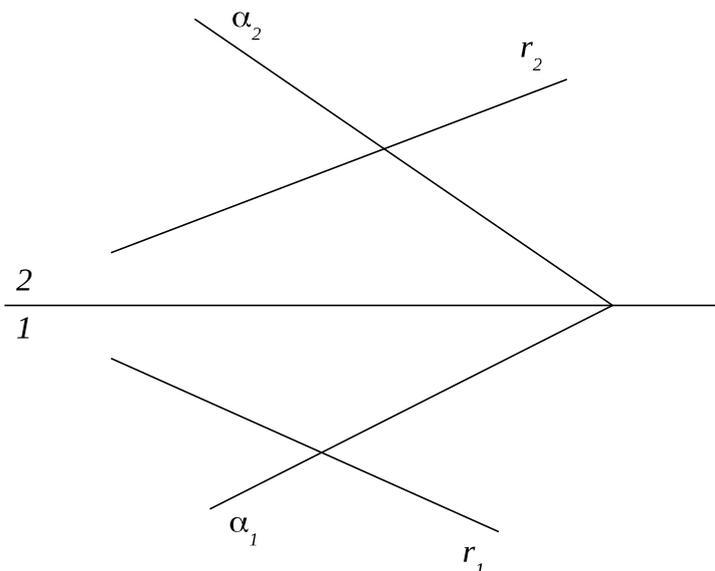
Professor:

Turma:

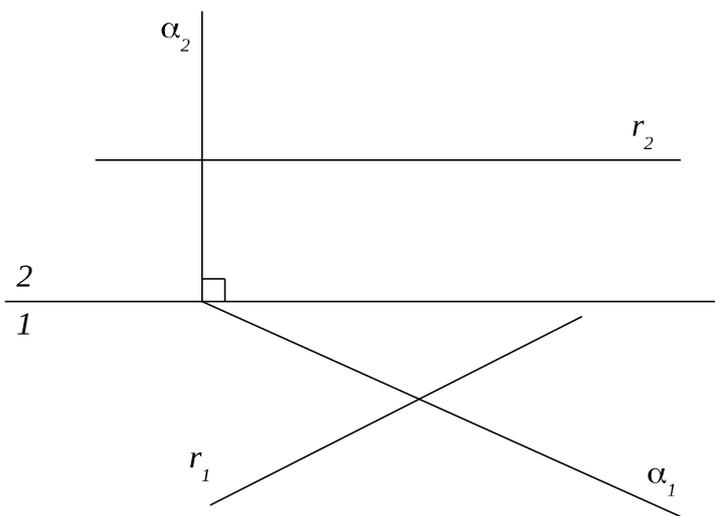
EX24

Determinar a intersecção entre a reta  $r$  e o plano  $\alpha$ .

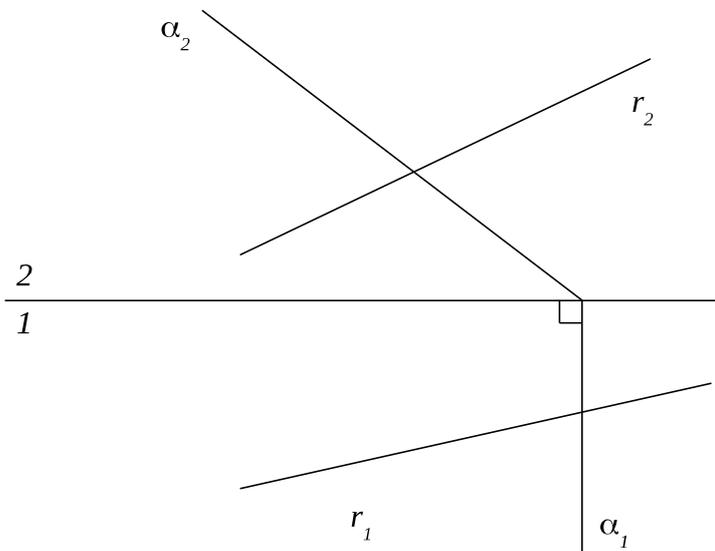
I.



II.



III.



Nome:

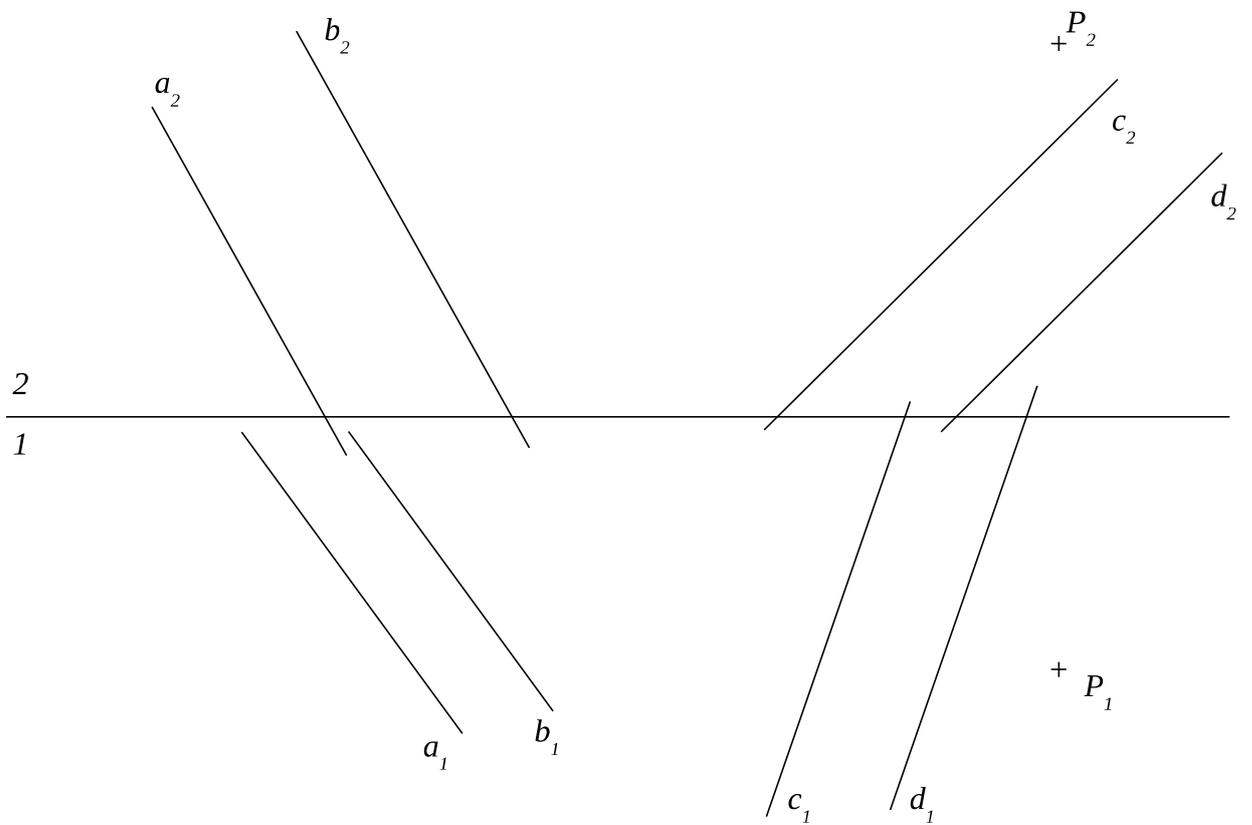
No. USP:

Professor:

Turma:

EX25

a. Construir as projeções da reta  $r$  passando pelo ponto  $P$ . A reta  $r$  é paralela aos planos  $\alpha=(a,b)$  e  $\beta=(c,d)$ .



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

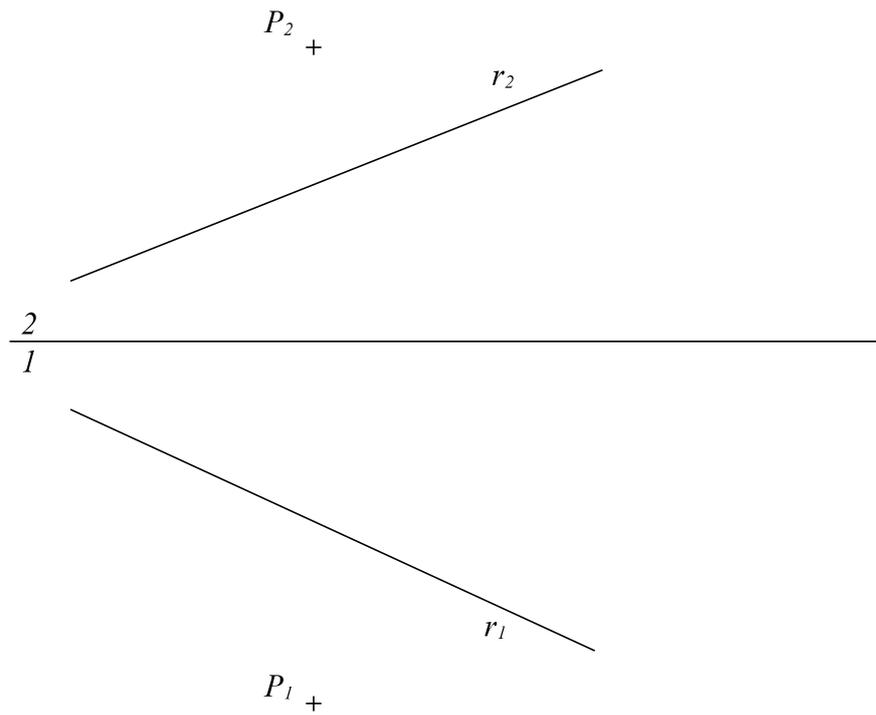
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX26**

a. Determinar a distância entre a reta  $r$  e o ponto  $P$  usando o método da mudança de Plano de Projeção.



Nome:

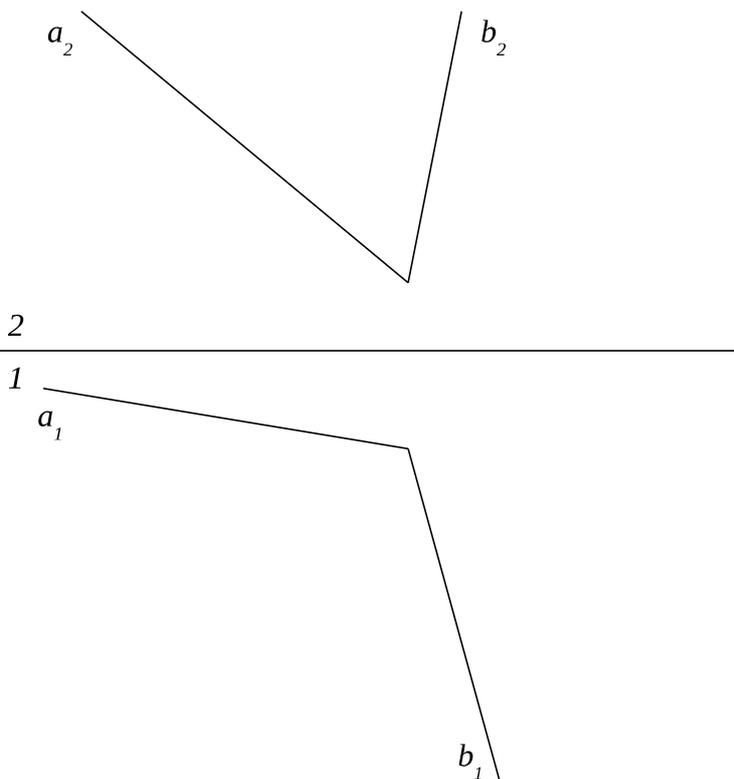
No. USP:

Professor:

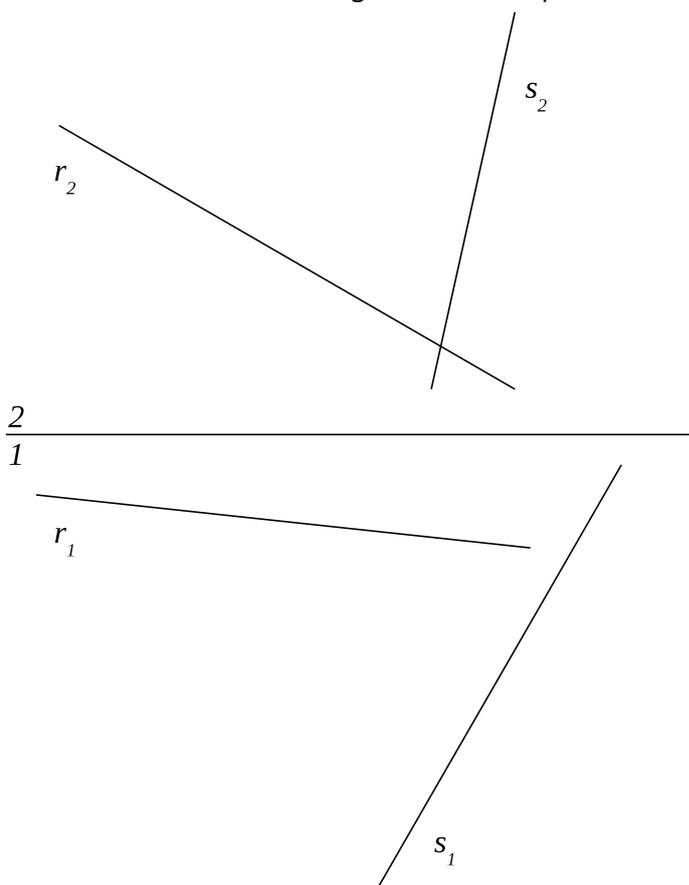
Turma:

EX27

a. Determinar o ângulo (VG) formado por  $a$  e  $b$ .



b. Determinar a VG do ângulo formado pelas retas reversas  $r$  e  $s$ .



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

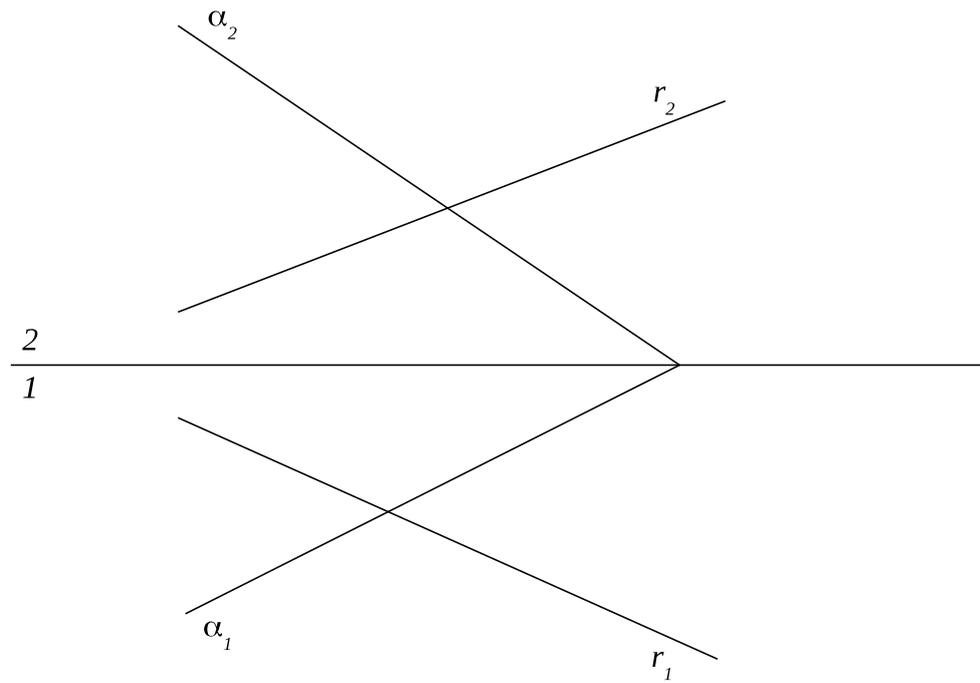
No. USP:

Turma:

Professor:

EX28

Determinar a intersecção entre a reta  $r$  e o plano  $\alpha$  usando mudança de planos.



Nome:

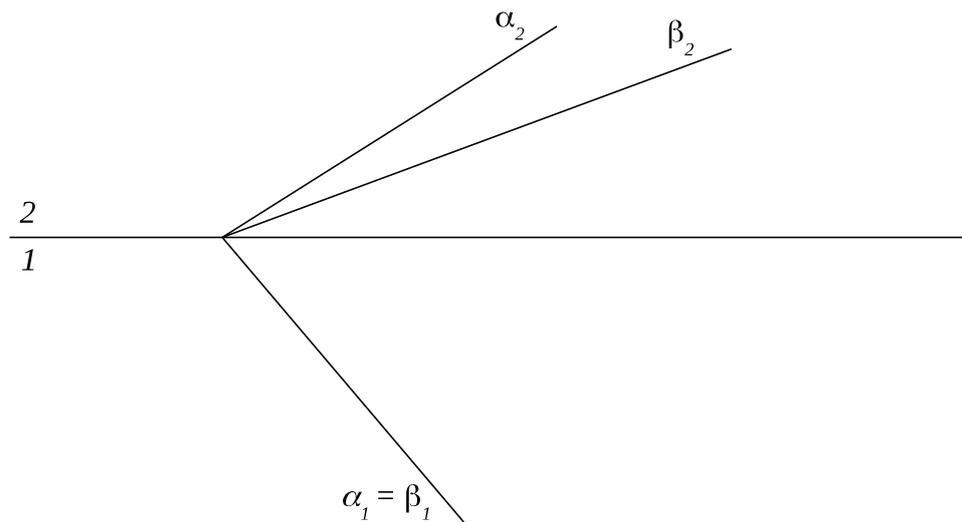
No. USP:

Turma:

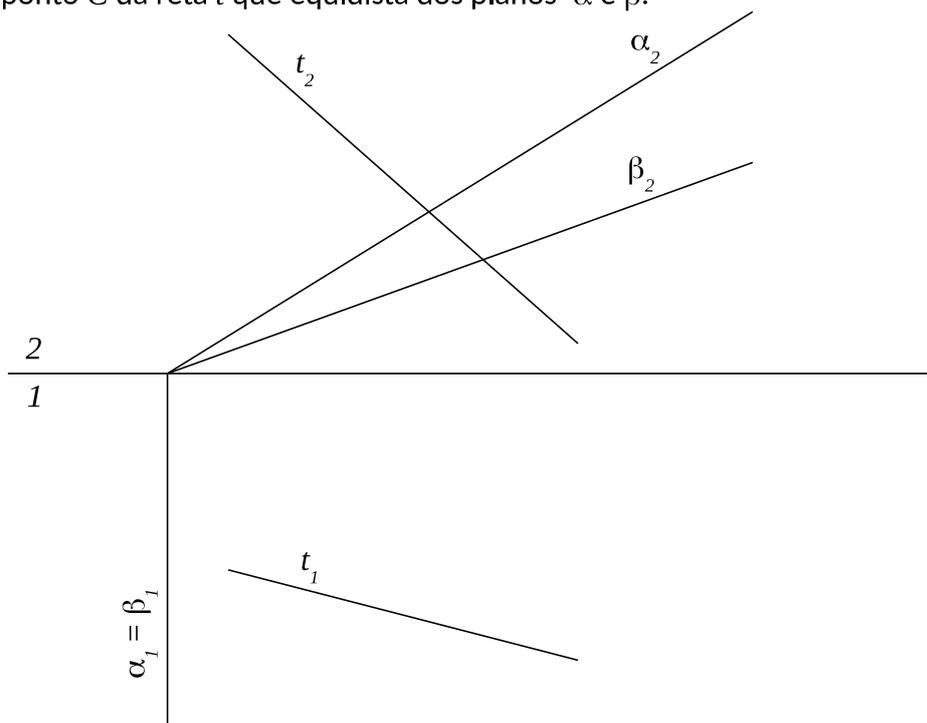
Professor:

**EX29**

a. Obtenha a VG do ângulo entre os planos  $\alpha$  e  $\beta$ .



b. Obtenha o ponto  $C$  da reta  $t$  que equidista dos planos  $\alpha$  e  $\beta$ .



Nome:

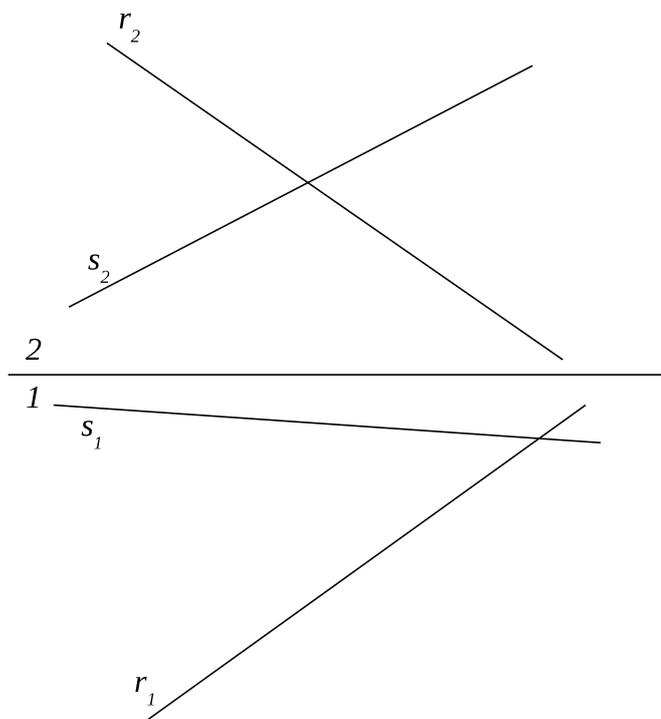
No. USP:

Professor:

Turma:

EX30

a. Determinar a distância (perpendicular comum) entre duas retas reversas  $r$  e  $s$ .



< Adaptado da Apostila de Exercícios do Professor Rubens Mamar >

Nome:

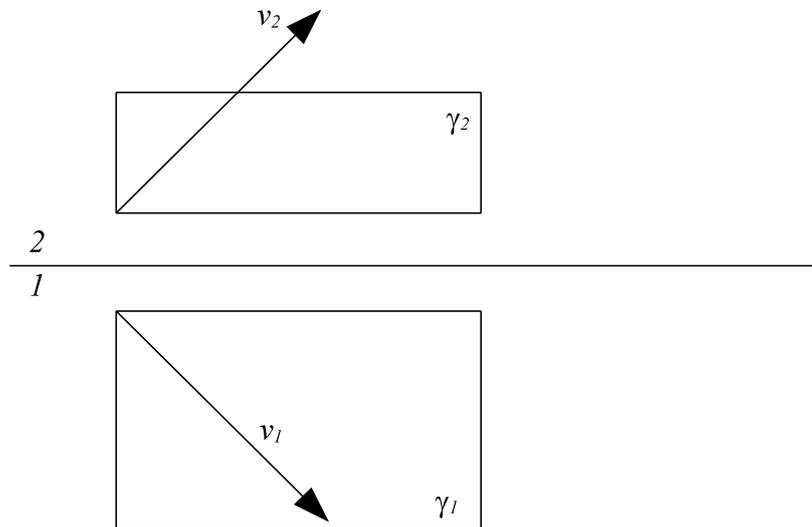
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX31**

a. Seja o paralelepípedo  $\gamma$ , e o vetor  $v = (1,1,1)$ . Use o método de mudança de planos de modo que  $v$  seja projetado como um ponto, e obtenha a projeção do paralelepípedo  $\gamma$ . Observe que na projeção resultante, estaremos vendo a projeção do paralelepípedo  $\gamma$  visto como se estivéssemos olhando na direção do vetor  $v$ .



Nome:

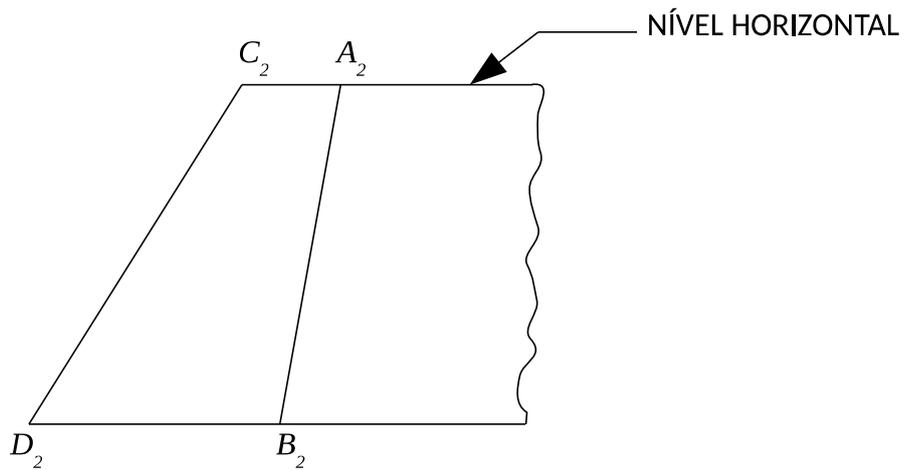
No. USP:

Professor:

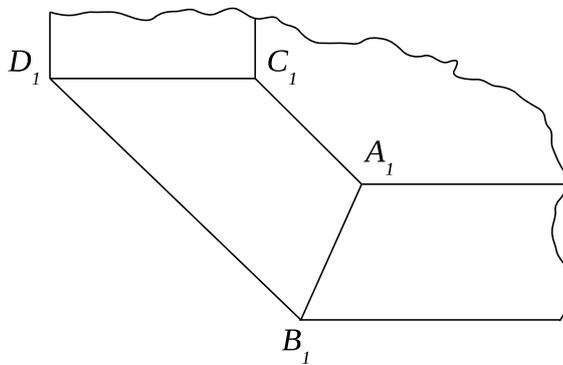
Turma:

**EX32**

a. Uma secção de um muro de concreto com um nível horizontal é mostrado abaixo. Os cantos  $AB$  e  $CD$  devem ser cobertos com perfis de aço para proteção ao impacto. Obter os comprimentos e ângulos verdadeiros dos cantos  $AB$  e  $CD$ . Escala: 1:50



$\frac{2}{1}$



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

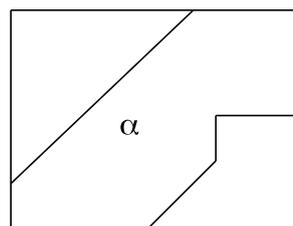
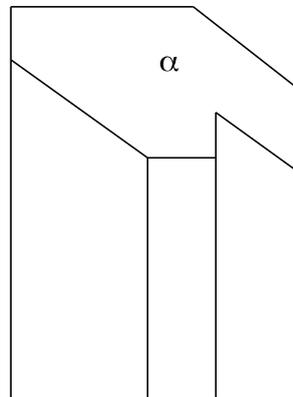
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX33**

a. As vistas superior e frontal de uma peça estão representadas abaixo. Obter a verdadeira grandeza da face  $\alpha$ . Para efeito de usinagem da peça, obtenha também o verdadeiro ângulo da face  $\alpha$ . Escala: 1:1



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

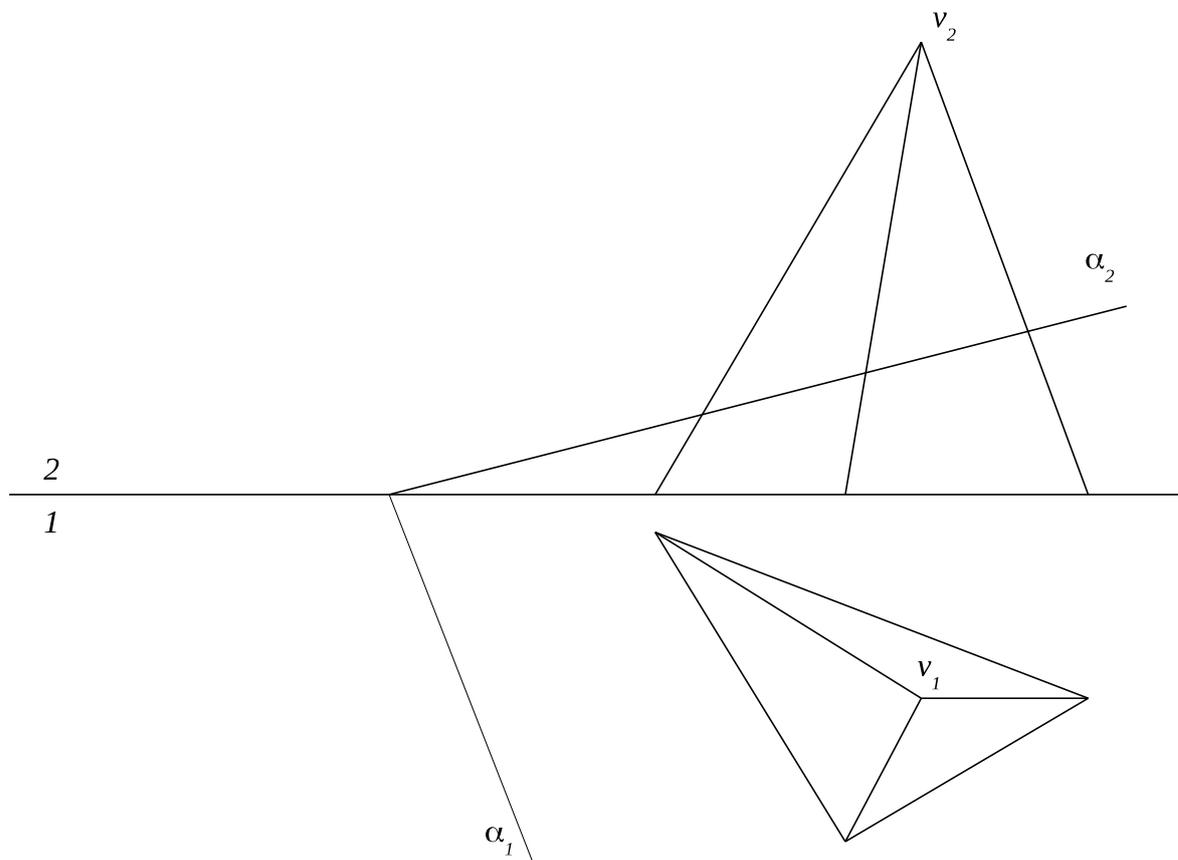
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX34**

- Considerando o problema de interseção de um plano  $\alpha$  com um sólido, conforme mostra a écura
- Determinar a projeção do sólido e o traço do plano  $\alpha$  no novo plano vertical de projeção, que é perpendicular ao plano  $\alpha$  (ou seja,  $\alpha$  plano de topo em relação ao novo plano vertical de projeção).
  - Determinar a verdadeira grandeza da figura resultante da interseção.
  - Determinar as projeções, no  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , da figura resultante da interseção entre o plano  $\alpha$  e o sólido.
  - Determinar a distância entre o vértice  $v$  e o plano  $\alpha$ .



Nome:

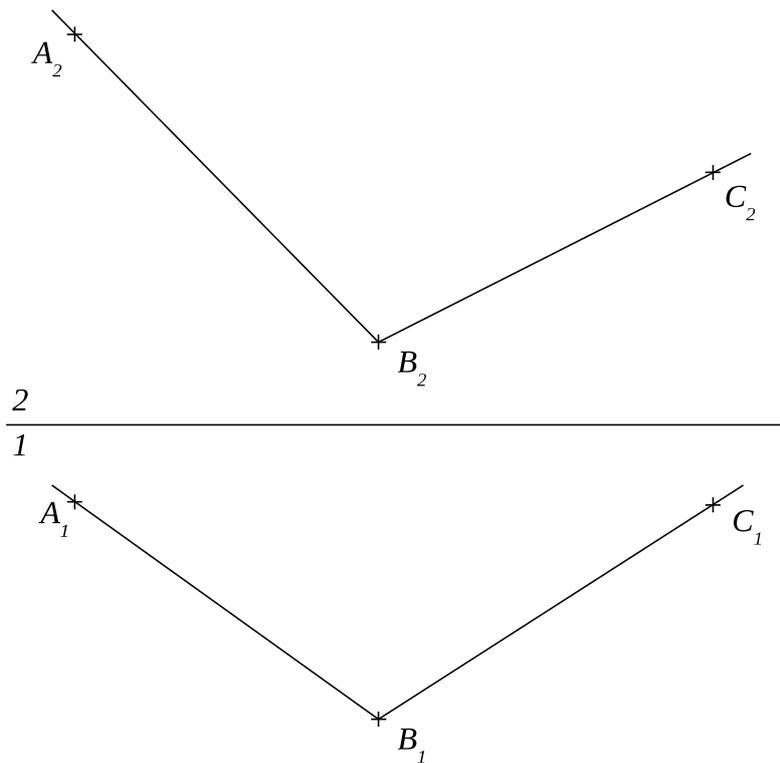
No. USP:

Turma:

Professor:

**EX35**

a. Na construção de dutos é frequentemente necessário determinar o ângulo verdadeiro das dobras da tubulação. Obter o verdadeiro ângulo entre as linha de centro dos tubos  $AB$  e  $BC$ . Construa uma conexão com raio de 0,9 m para ligar as tubulações e determine os pontos inicial e final da curva. Mostre a posição da conexão em todas as vistas. Escala: 1:50



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

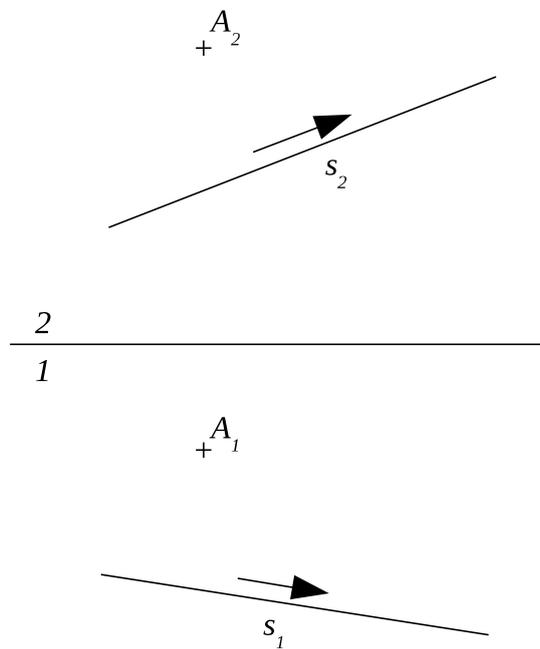
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX36**

a. Duas vistas da linha de centro do duto principal  $s$  são representadas abaixo. Posicionar uma vista da linha ramal partindo do ponto  $A$  que se conecta por meio de um perfil de  $45^\circ$  (no formato de Y) ao ramal principal  $s$ . Qual é o comprimento do duto do ramal do ponto  $A$  até o ponto de conexão? As setas indicam a direção do fluxo. Escala: 1:500



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

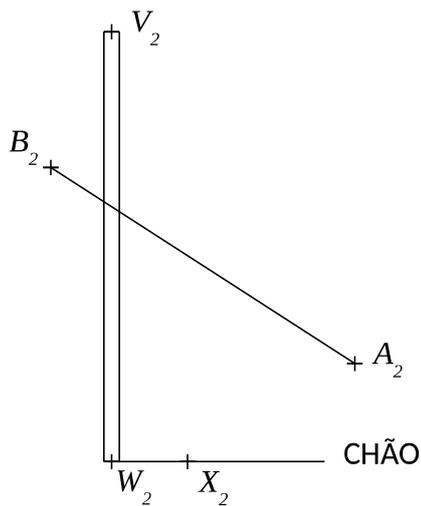
No. USP:

Professor:

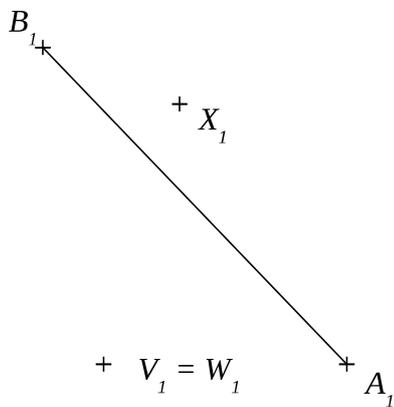
Turma:

**EX37**

a. Um mastro vertical,  $VW$ , com 5,5m de altura, e um cabo,  $AB$ , estão posicionados como representado abaixo. Uma cordoalha partindo do ponto  $X$  deve ser presa o mais alto possível no mastro no ponto  $Y$  e passando por baixo do  $AB$ , de modo que a cordoalha mantenha uma distância segura de 0,6m do cabo  $AB$ . Obter o ponto mais alto no mastro onde a cordoalha pode ser presa ( $Y$ ). Mostre a cordoalha  $XY$  em todas as vistas. Escala: 1:100



$\frac{2}{1}$



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

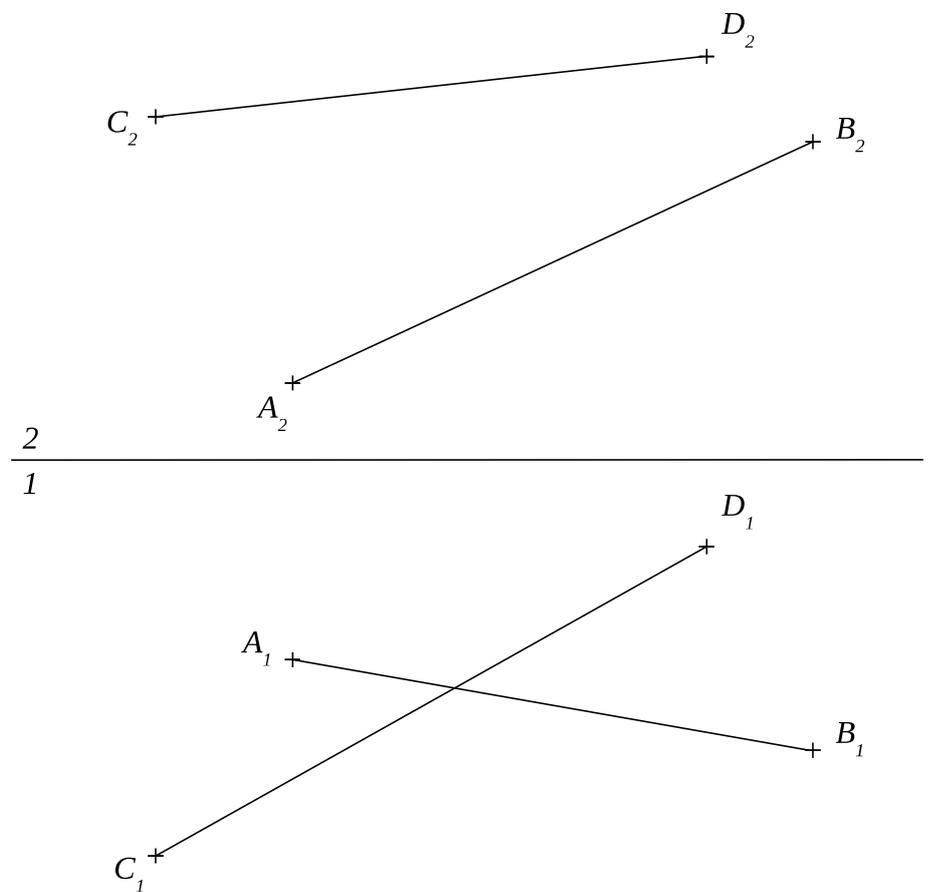
No. USP:

Turma:

Professor:

**EX38**

a. O espaço entre duas linhas de alta voltagem precisa ser no mínimo 1,5m. Se o espaço atual não for suficiente, o ponto  $B$  da linha  $AB$  deve ser movido verticalmente para baixo até que o espaço necessário seja alcançado. Mostre a nova linha  $AB$  em todas as vistas. (Nota: o comprimento atual de  $AB$  deve mudar.) Escala: 1:50



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

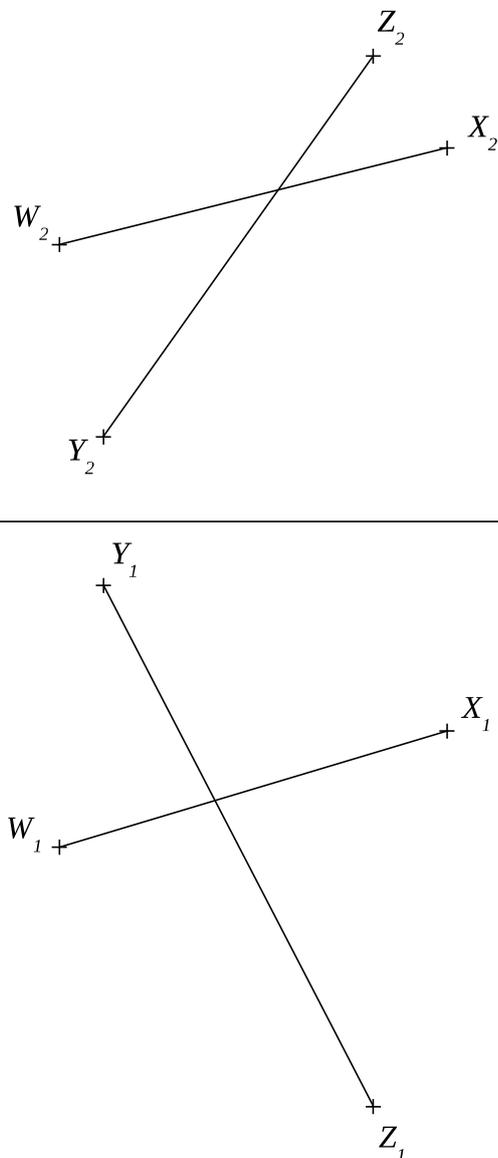
No. USP:

Turma:

Professor:

**EX39**

a. As retas  $WX$  e  $YZ$  são as linhas de centro de dois dutos de gás natural. Obter o tubo de conexão mais curto que liga  $WX$  com  $YZ$ . Mostre o tubo de conexão em todas as vistas. Esboce a solução para o problema. Escala: 1:50



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

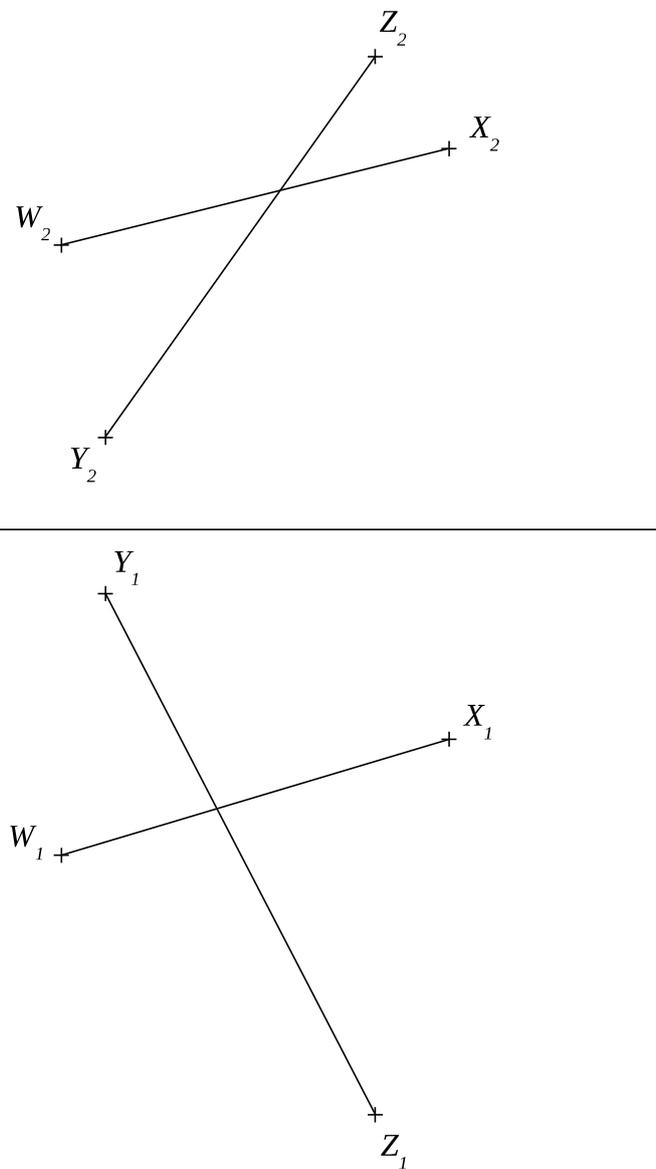
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX40**

a. As retas  $WX$  e  $YZ$  são as linhas de centro de dois dutos de gás natural. Obter o tubo de conexão mais curto que faz um ângulo de  $30^\circ$  com o plano horizontal e que liga  $WX$  a  $YZ$ . Mostre o tubo de conexão em todas as vistas. Esboce a solução para o problema. Escala: 1:50



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

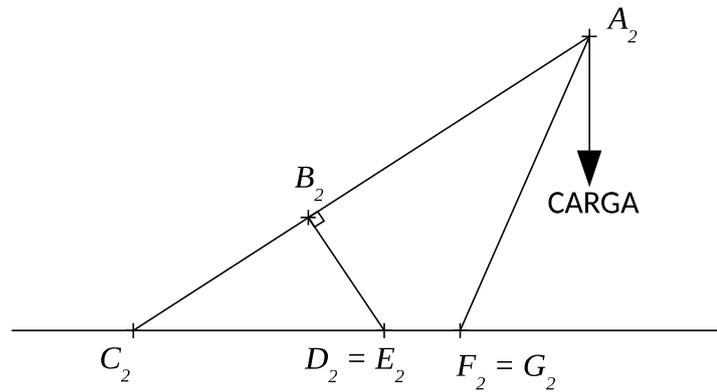
No. USP:

Turma:

Professor:

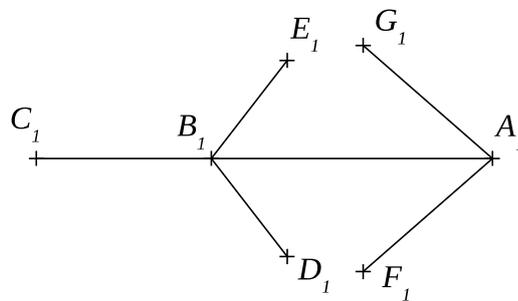
**EX41**

a. Uma estrutura metálica usada como um guindaste é representada abaixo. Quais são os comprimentos verdadeiros dos membros estruturais  $BD$  e  $AF$ ? Qual é o ângulo entre os suportes  $BD$  e  $BE$ ? (Dica: um ponto de vista de  $AC$  ajudaria com isso.) Escala: 1:50



2

1



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

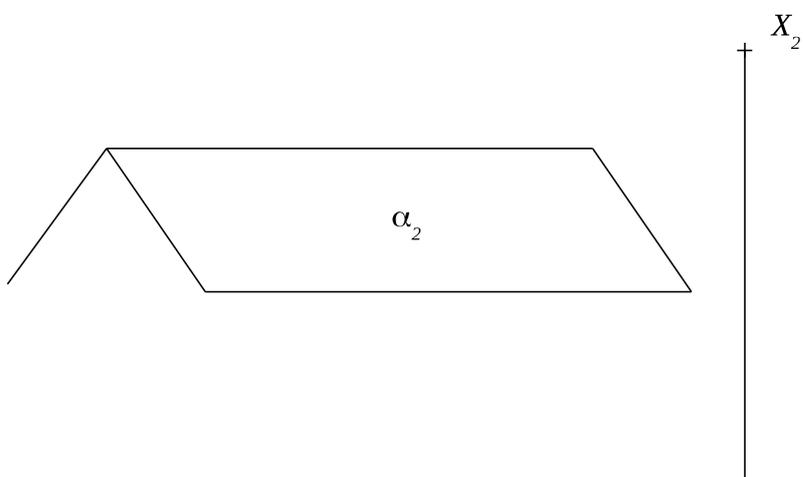
No. USP:

Professor:

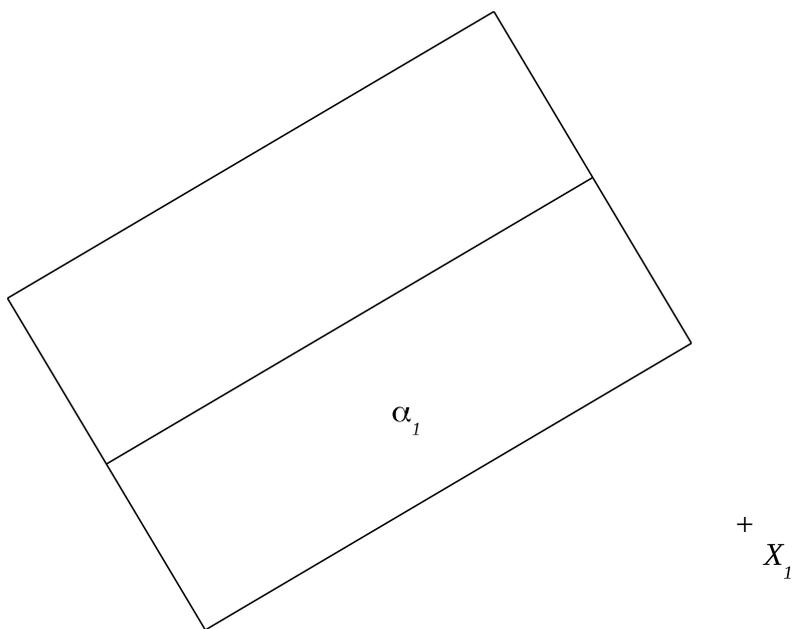
Turma:

**EX42**

a. O telhado de uma casa e um poste próximo são representados abaixo. Obter o cabo mais curto possível para ancorar o topo do poste (ponto  $X$ ) ao plano do telhado  $\alpha$ . Obter também o comprimento verdadeiro da cordoalha. Desenhe o cabo em todas as vistas. Escala: 1:100



$\frac{2}{1}$



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

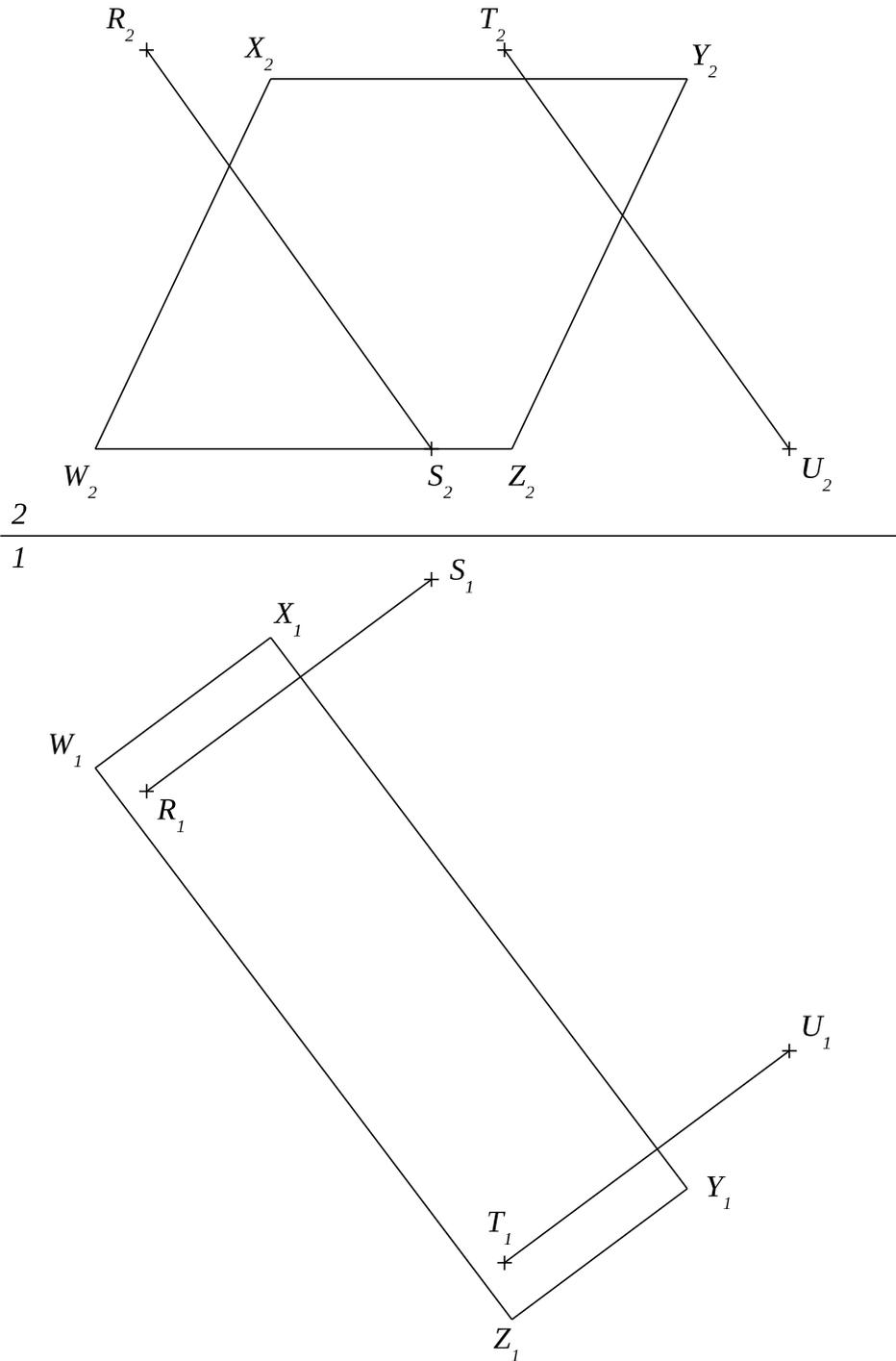
No. USP:

Professor:

Turma:

**EX43**

a. Uma estrutura retangular,  $WXYZ$ , é suportada por duas escoras de madeira,  $RS$  e  $TU$ . Obter os pontos onde as escoras atravessam o plano da estrutura. Quanto de cada escora deve ser cortado se elas não devessem se prolongar além do plano da estrutura. Escala: 1:50



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

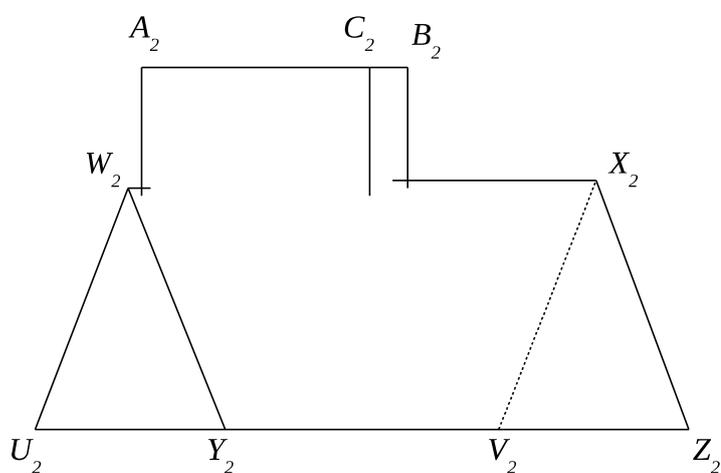
No. USP:

Turma:

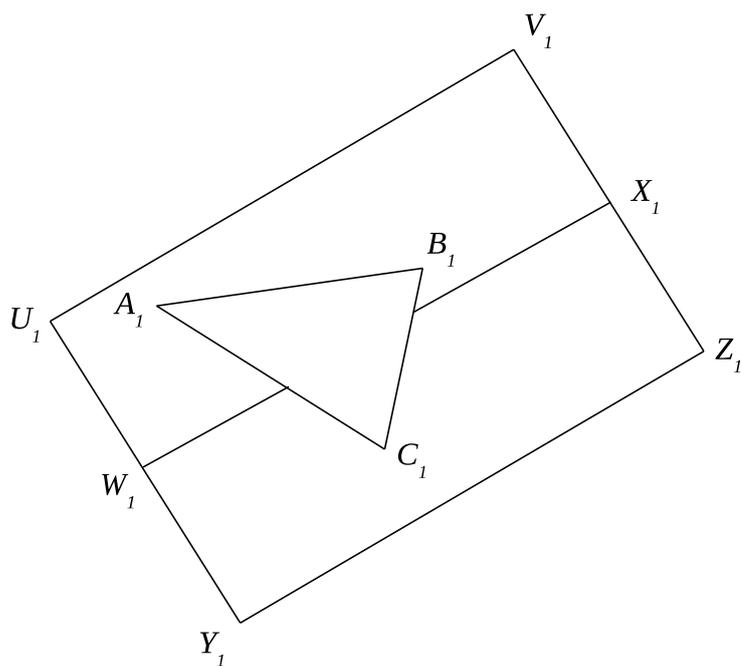
Professor:

**EX44**

a. Duas vistas de prismas que se interceptam são apresentados abaixo. Completar a vista frontal mostrando as linhas da intersecção. Permita que a construção seja vista e atente para a visualização correta.



2  
1



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

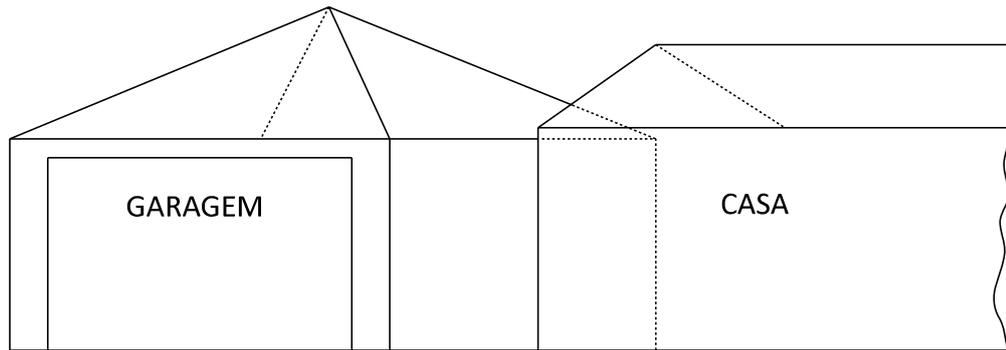
No. USP:

Turma:

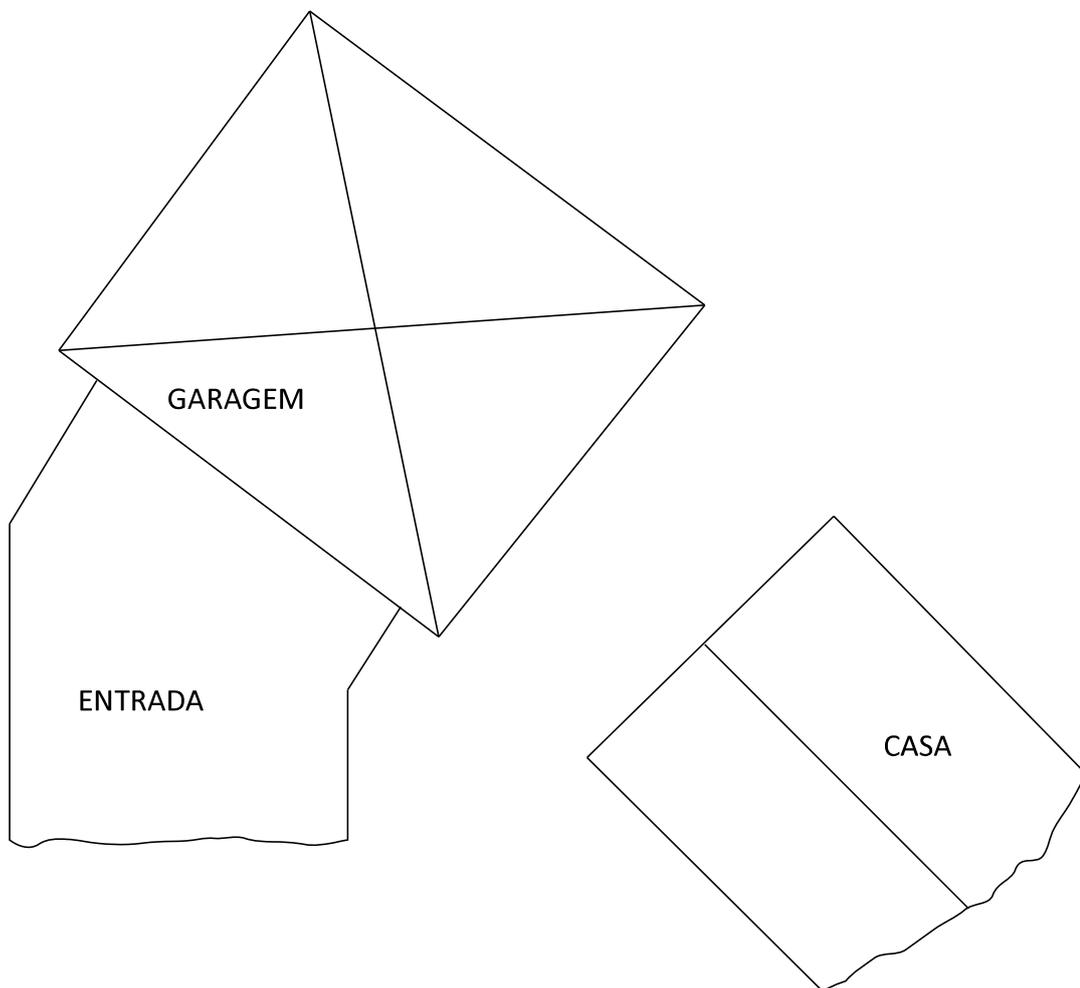
Professor:

**EX45**

a. Duas vistas de um casa e uma garagem separada são mostradas. A casa deve ser ampliada alcançando a garagem sem alterar as inclinações dos telhados de ambas construções. Obter as intersecções das extensões do telhado da casa e da garagem. Inclua a visualização correta em ambas vistas. Escala: 1:100



2  
1



< Adaptado do livro Applied Descriptive Geometry (1947) de Susan A. Stewart >

Nome:

No. USP:

Turma:

Professor:

**EX46**