

# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

## MODELAGEM

The background features a faint, light gray illustration of a compass and a grid. The compass is positioned in the upper right quadrant, with its legs extending downwards and outwards. The grid is a complex pattern of concentric circles and radial lines, resembling a polar coordinate system or a technical drawing grid, covering the left and central portions of the slide.

# MODELAGEM

Ferrari 488

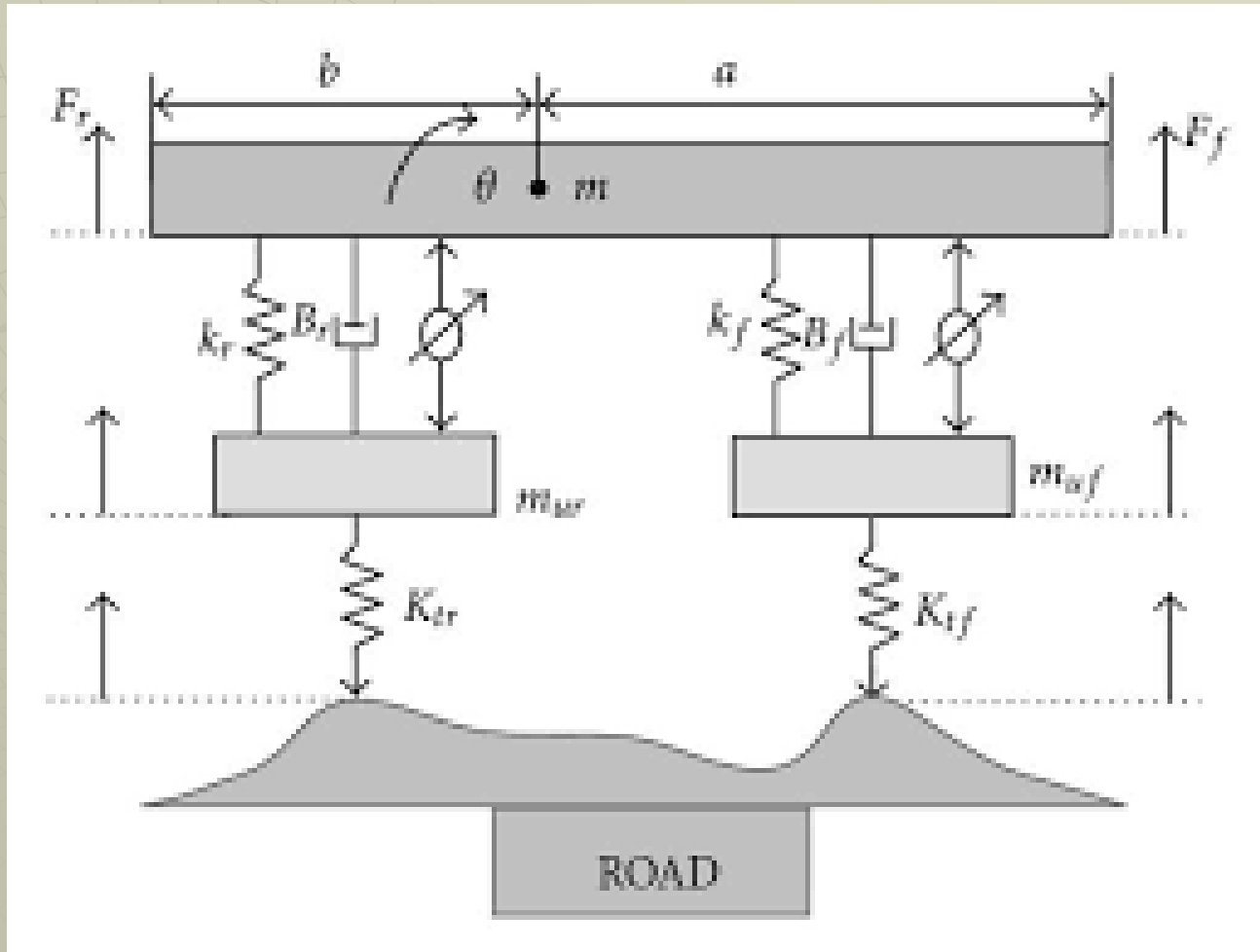


# MODELAGEM

## Fusca 1200 1966



# MODELAGEM





# MODELAGEM

## Airbus A380



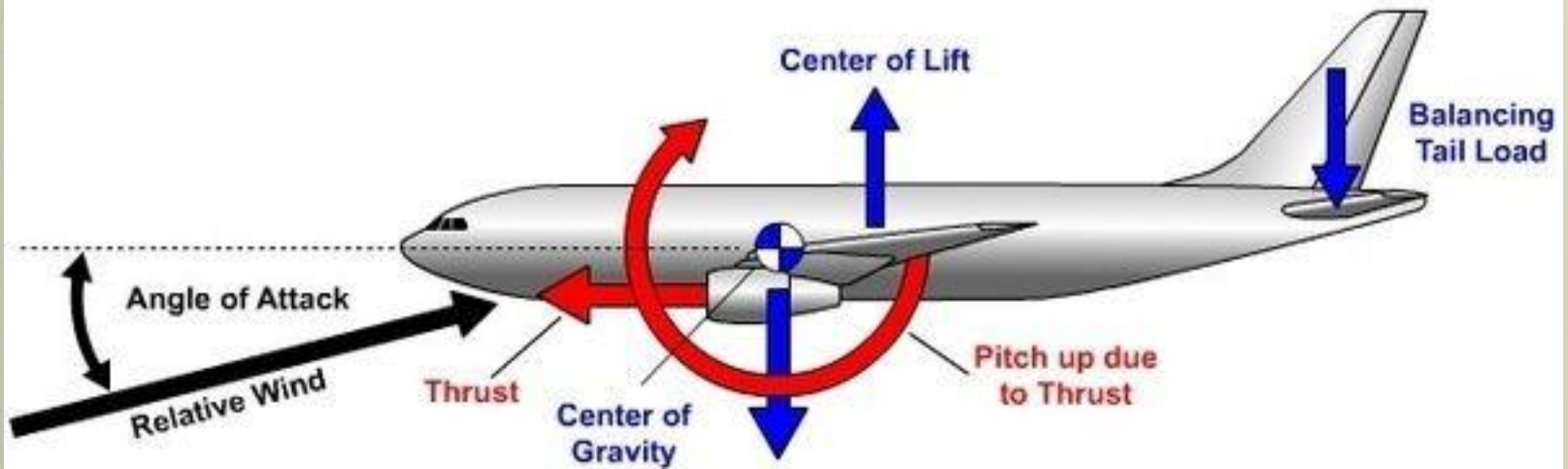
# MODELAGEM

## Cessna 172



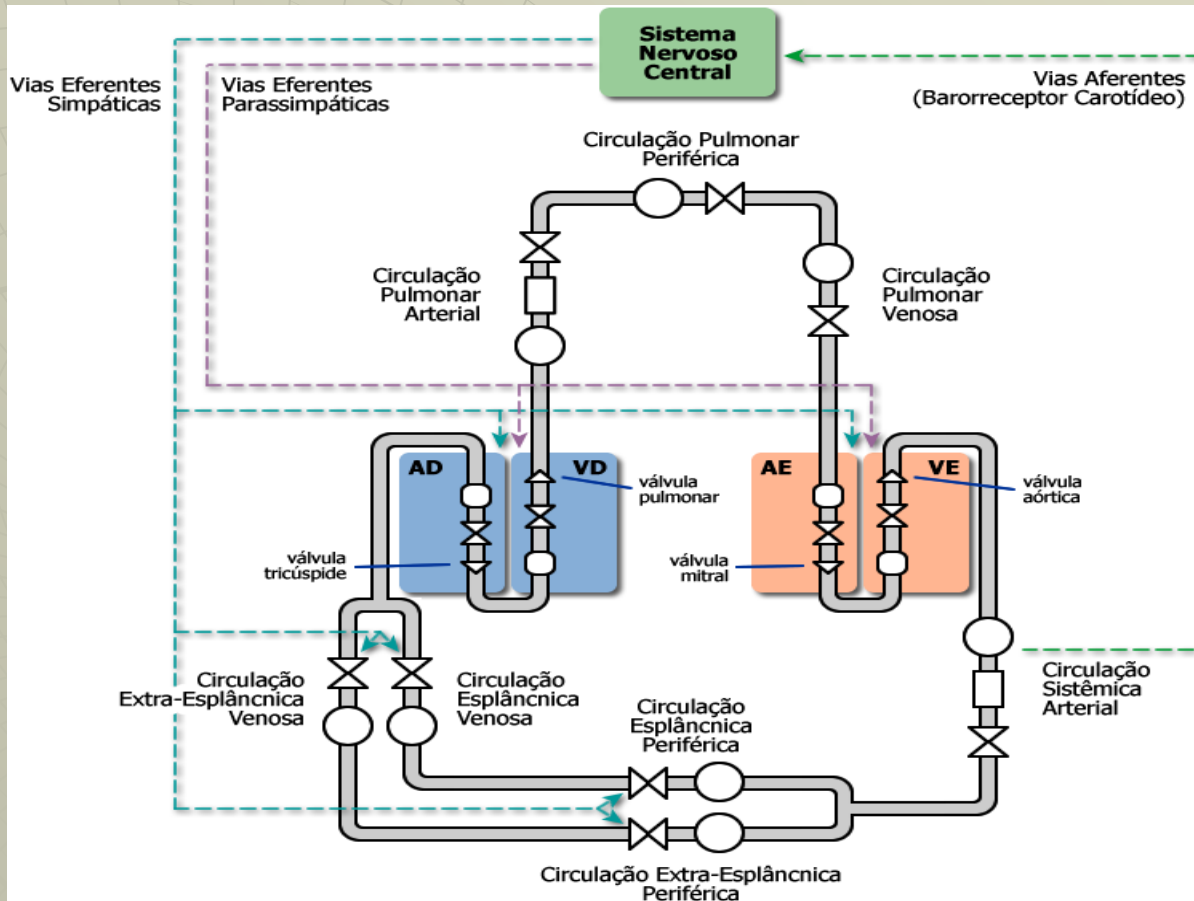
# MODELAGEM

## PITCH EFFECTS OF THRUST



# MODELAGEM

## Sistemas Biomecânicos



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ “Dizer que a Engenharia é uma ciência exata é, certamente, uma afirmação não exata”.
- ◆ Começamos a falar sobre Modelagem de Sistemas Dinâmicos com a brincadeira acima que reflete uma maneira diferente de encarar a Engenharia, fora dos livros-texto que mostram, na sua quase totalidade, os exemplos com uma única resposta ou um único encaminhamento. Quem pratica Engenharia sabe que projetar, desenvolver, construir, testar e colocar em operação um sistema qualquer (automóvel, avião, máquina, reator químico, forno siderúrgico, etc, etc) envolve, ao contrário da forma fechada dos problemas dados na graduação, tomar decisões.



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Decisões podem ser tomadas com base na intuição (assim evitamos falar em “chute”), com base nas experiências prévias (se existirem) ou com base em modelos, muitos deles advindos das experiências prévias. Isso vale para os sistemas da Engenharia, mas vale também para toda e qualquer atividade humana:
- ◆ O Big Bang e a criação do Universo?
- ◆ A lei da atração dos corpos (Newton) e as forças que variam com o inverso da distância ao quadrado? Isso não é exato, mas, essencialmente funciona razoavelmente dentro dos limites que conseguimos imaginar e, eventualmente, medir...
- ◆ .A medicina usa sintomas para chegar a um diagnóstico; a psicologia classifica as pessoas pela observação de seus comportamentos. São modelos empíricos, baseados na experiência e só eventualmente quantificados, mas são modelos.



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Para o Engenheiro, no sentido estrito do termo, conhecer e ser capaz de criticar as limitações dos modelos que deverá usar para desenvolver um projeto é requisito essencial. Para se diferenciar como Engenheiro, terá também que ser capaz de criar modelos para as situações não encontradas e/ou não disponíveis. Não é uma tarefa fácil.
- ◆ Escolas de Engenharia, em qualquer parte do globo, não estimula pensar em como os sistemas, no mundo real, se encadeiam ou podem se encadear.
- ◆ Para não parecer puro delírio, é importante destacar que ao menos duas iniciativas multinacionais estão em curso na Europa partindo das mesmas premissas:

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Projeto **Dynlab**, que tem sua sede na Universidade Tcheca de Tecnologia, em Praga, capital da República Tcheca, e envolve outras 5 universidades e indústrias na Alemanha, Inglaterra, Irlanda e Suécia, suportado pela Comunidade Européia;
- ◆ Projeto **Modelica**, sediado no conceituadíssimo Instituto Lund de Tecnologia, na Suécia, já com uma comunidade cativa de associados.
- ◆ Os dois projetos se propõe a criar e desenvolver cursos e linguagens de Modelagem, Simulação e Controle que permitam unificação e ensino à distância num assunto que seus idealizadores reputam crucial para o desenvolvimento acadêmico e industrial da Europa como um todo.

# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

“O tema Dinâmica e Controle permeia todos os aspectos da tecnologia moderna e desempenha papel determinante na competição global pelo mercado de produtos de engenharia. Sua importância aumenta com as exigências sempre crescentes por velocidade operacional, eficiência, segurança, confiabilidade ou proteção ambiental. Várias autoridades nacionais e empresários na Europa, entretanto, mencionam falta de pessoal bem qualificado nesses campos assim como o crítico declínio global do interesse em estudos de engenharia entre os jovens. Associações profissionais solicitam mudanças radicais no currículo de engenharia e abordagens inovativas no treinamento vocacional.

Os cursos existentes são criticados nominalmente por desencorajar os jovens em relação à engenharia pela excessiva sobrecarga em teorias e/ou em matemática, à custa da redução da ênfase nos aspectos práticos da profissão. Dinâmica é ministrada em diversos cursos separados ao longo das fronteiras entre as disciplinas tradicionais da engenharia apesar do fato de que a maioria dos produtos atuais da engenharia são de natureza multidisciplinar. Cursos de Controle são criticados por apresentarem apenas problemas tipo “livro-texto”, manipulados para encaixar a teoria sem levar em conta a modelagem realista dos sistemas sob controle.



# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

Computadores são quase sempre usados para trabalhar velhos exercícios sem modificações profundas do currículo de forma a incorporá-los de maneira a explorar totalmente suas capacidades computacionais atuais.”

**Herman Mann, coordenador do Projeto Dynlab**

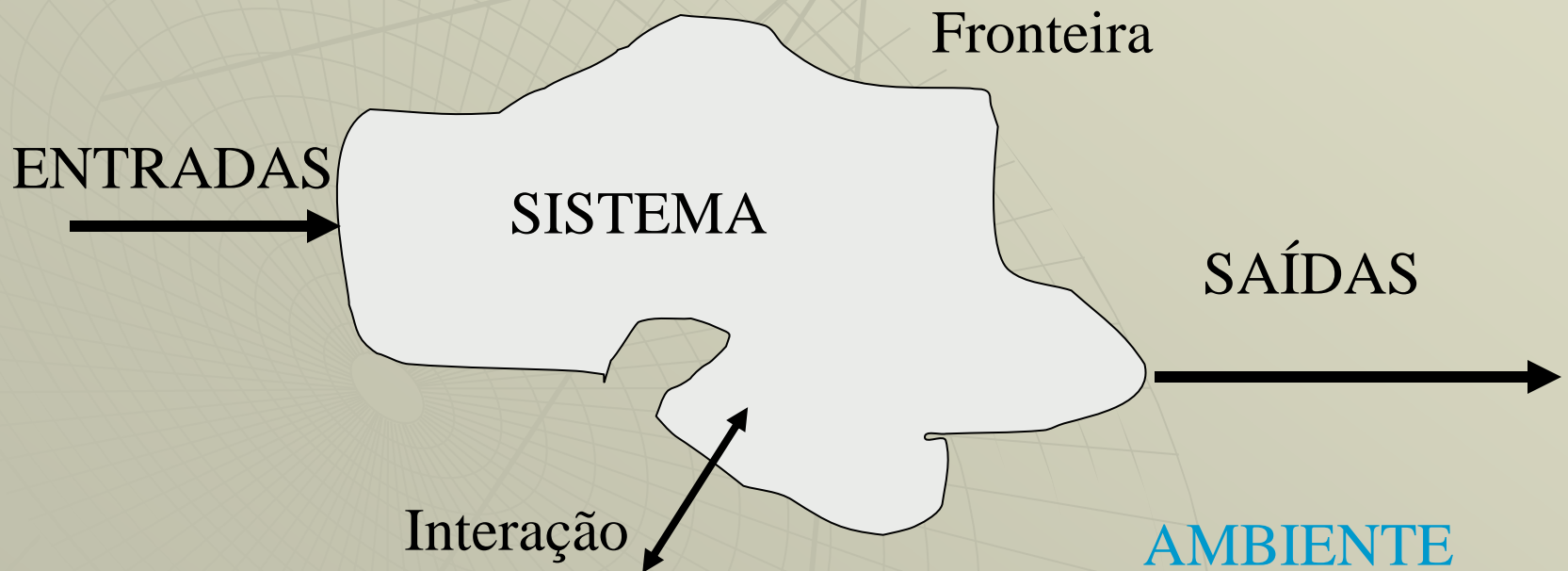
- ◆ **O QUE EU PRECISO MODELAR?**
- ◆ Um automóvel, um avião ou uma máquina de usinagem são exemplos de sistemas em que vários subsistemas são afetados por diferentes formas de *acúmulo, fluxo e troca de energias* provenientes de *diversas fontes*. No entanto, se o interesse estiver centrado no projeto de um sistema, como uma nova suspensão de um veículo de passeio, a dinâmica de trocas de calor ou de variações de temperatura dentro do motor podem ser desprezadas. Em outras palavras, acúmulos, fluxos ou trocas de energia térmica do motor e de outras partes do automóvel têm pouco ou nenhum significado na dinâmica da suspensão

# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Da mesma maneira, trocas de calor dentro da cabine têm pouca ou nenhuma influência sobre a dinâmica da trajetória, em translação e rotação, de um avião comercial.
- ◆ Por outro lado, a superfície (pista) por onde o veículo deve trafegar é fundamental para o projeto da suspensão, seja a suspensão ativa ou passiva, para um carro de passeio ou um fora de estrada. Também, a dinâmica da atmosfera tem de ser levada em conta na forma de modelos de rajadas no projeto do avião, no seu chamado envelope de vôo.
- ◆ O primeiro passo no processo de Modelagem (*crucial, fundamental, indispensável*) é identificar o sistema, separar entradas e saídas e levantar os processos externos que podem ser desprezados. Isso corresponde a propor um **MODELO FÍSICO** do sistema ou do fenômeno que se pretende estudar.

# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Uma conceituação de SISTEMA





## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

### **Formas de interação sistema-ambiente:**

- ◆ **Entradas** (do ambiente para o sistema)
- ◆ **Saídas** (do sistema para o ambiente)

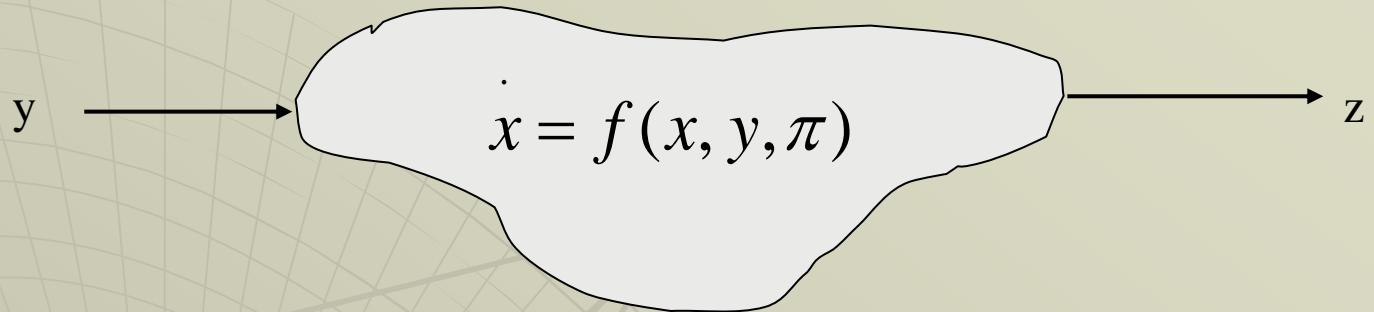
Saídas correspondem às respostas do sistema às entradas.

Com isso, diz-se que um **SISTEMA DINÂMICO** é aquele para o qual uma entrada variante no tempo implica modificação na forma da saída.

SISTEMA : parâmetros e estados

ENTRADAS : controle e perturbações

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS



### Aplicações:

- ◆ PROJETO: dados  $y$  e  $z$ , avaliar  $\pi$ ;
- ◆ PRÉ-OPERAÇÃO OU OPERAÇÃO (Simuladores): obter  $z$  dados  $y$  e  $\pi$ , ou, obter  $y$  dados  $z$  e  $\pi$  (é necessário modelo dinâmico, eqs movimento);
- ◆ CONTROLE DE PROCESSOS: dado  $\pi$ , manter  $y$  e  $z$  iguais a valores ou funções de referência;
- ◆ OTIMIZAÇÃO (ESTÁTICA OU DINÂMICA): achar  $y$  e  $z$  tais que a função objetivo  $\phi(x, y)$  seja máxima ou mínima, com  $g(x, y, z, \pi) < 0$ .

## ◆ O QUE É MODELO?

Síntese de todo o conhecimento que se dispõe sobre o fenômeno ou sistema em estudo (MODELO FÍSICO)

Equações diferenciais (cinética);

Funções de Transferência;

Redes Neurais Treinadas;

Conjuntos de Regras

não são Modelos Físicos. São a representação matemática ou lógica do Modelo Físico. Essa distinção é vital em Automação e Controle.

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ A ARTE DA MODELAGEM

Máxima Suprema no Projeto de Controle: “Todo controlador é tão bom quanto bom é o modelo que representa a dinâmica do sistema que se pretende controlar” (Friedland, 07; Eykhoff, 94, entre outros).

Em outras palavras:

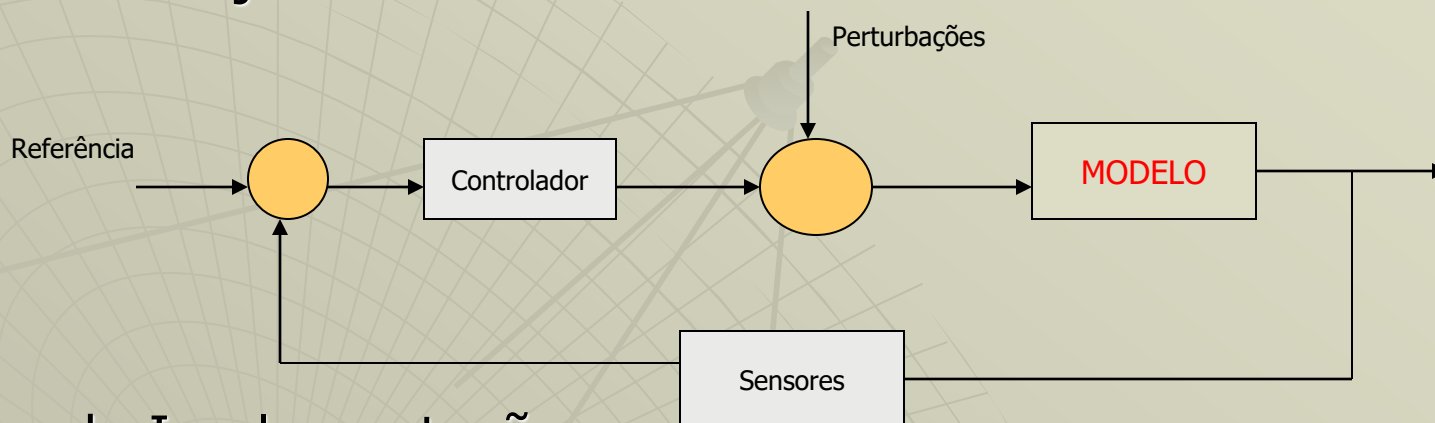
Modelo Bom → Possíveis bons controladores

Modelo Ruim → Controladores ruins

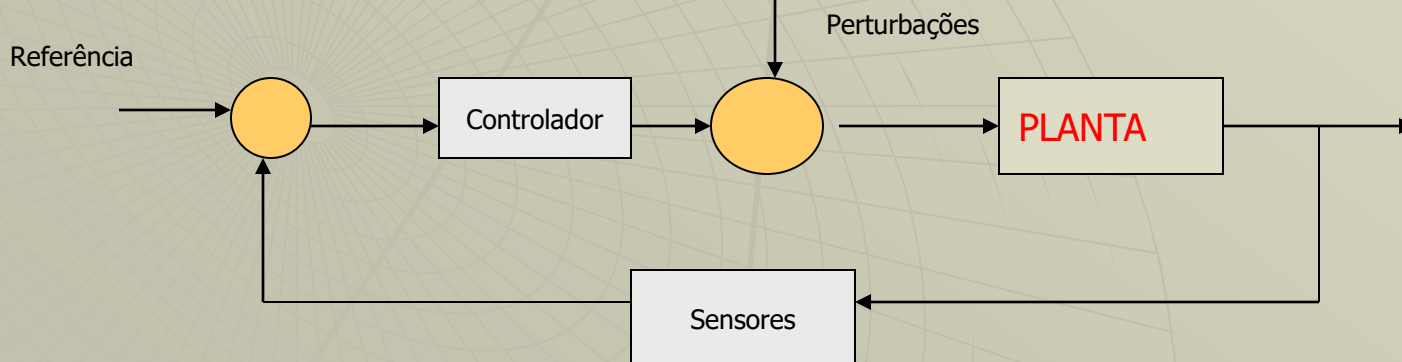


# Automação e Controle IPT 2008

## ◆ Fase de Projeto



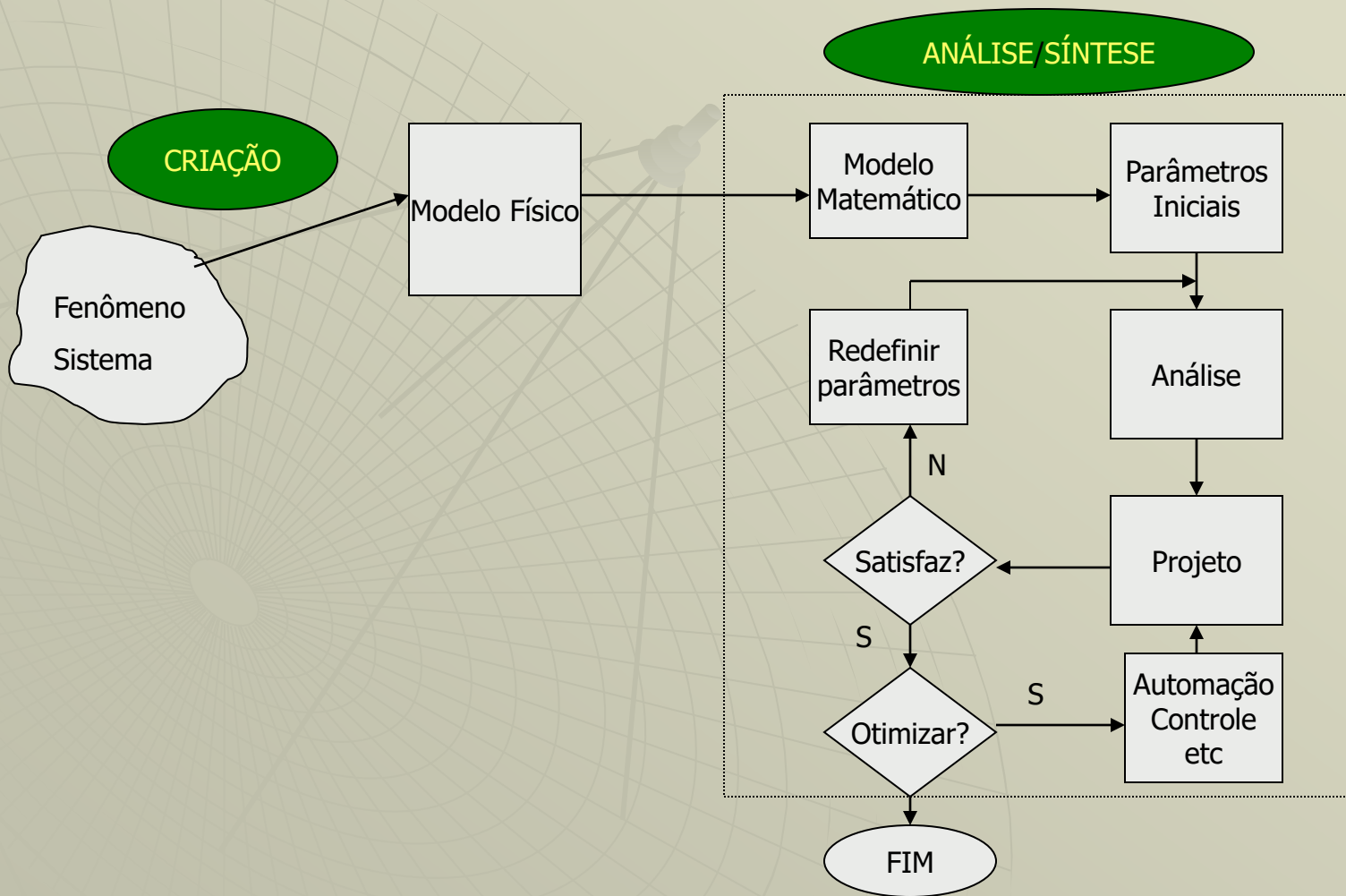
## ◆ Fase de Implementação



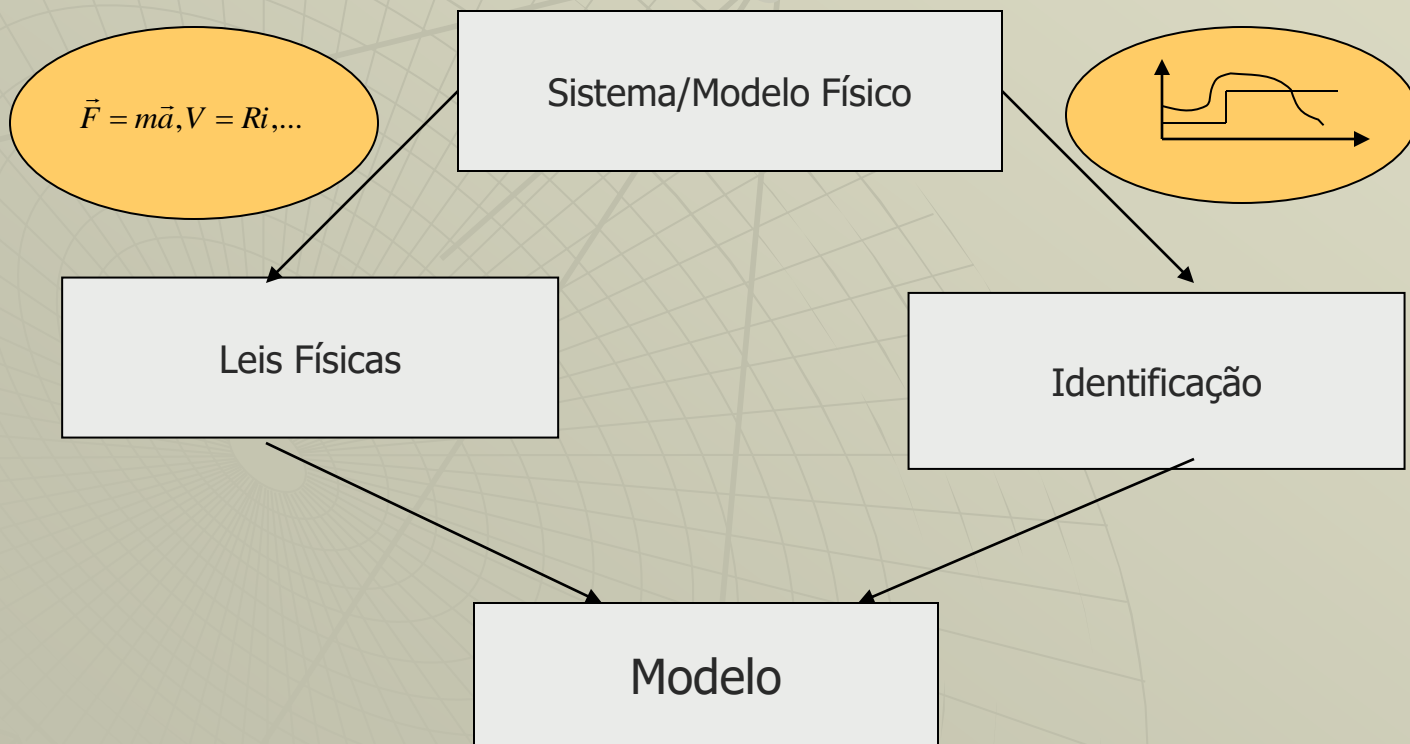
- ◆ Após projeto, o controlador implementado continua a enxergar o modelo da fase de projeto e não a planta. Se o modelo não for aderente à planta, não há o que fazer para conseguir convergência (estabilidade).
- ◆ Sofisticar a estratégia de controle é, em geral, inútil, a menos que haja um esquema de adaptação (aprender o modelo) acoplado.
- ◆ Onde está a arte de modelagem em projetos de Engenharia?



# Automação e Controle IPT 2008



## CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS



- ◆ Tipos de Modelos Matemáticos
  - Estáticos (Regime Permanente) X Dinâmicos
  - Contínuos (**Tempo** - Variáveis de Estado, Equações Diferenciais ou **Freqüências** - Transf. Laplace, Funções de Transferência) X Discretos (**Tempo** - Variáveis de Estado, Equações de Diferenças ou **Freqüências** - Transformada Z, Funções Amostradas)
  - Lineares X Não Lineares
  - Parâmetros Concentrados (EDO) X Parâmetros Distribuídos (EDDP)
  - Determinísticos X Probabilísticos
  - Eventos Discretos X Mudanças Orientadas

MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

**ALGUNS EXEMPLOS DE MODELAGEM  
DE SISTEMAS DA ENGENHARIA**

The background features a light gray grid pattern that is curved and perspective-distorted, resembling a dome or a large circular structure. Overlaid on this grid is a faint, semi-transparent illustration of a mechanical joint or a pivot point, with several lines radiating from a central point, suggesting a dynamic system or a structural analysis.

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

### ◆ SISTEMAS LINEARES - EXEMPLOS

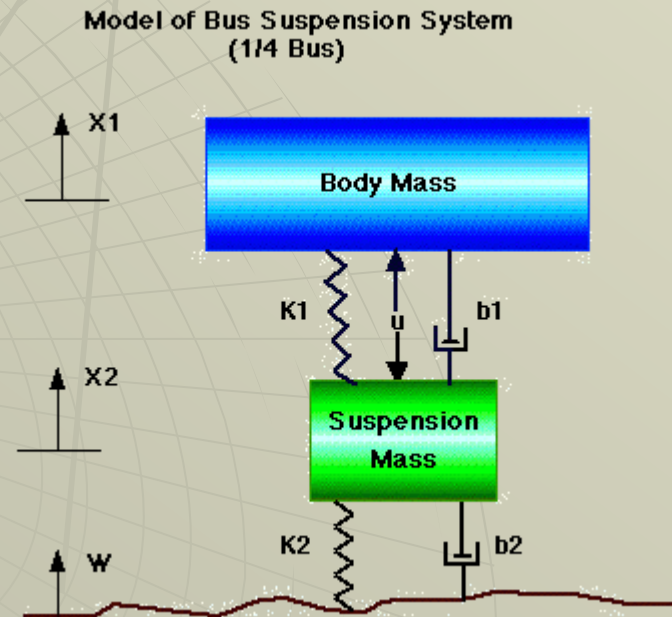
Suspensão Ativa - 1/4 ônibus - 2 Graus de Liberdade

Só Vertical!

Entradas? Saídas?

De onde vem molas?

E amortecedores?





## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Equações de movimento:

$$M_1 \ddot{x}_1 = -b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - K_1(x_1 - x_2) + U$$

$$M_2 \ddot{x}_2 = b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_1(x_1 - x_2) + b_2(\dot{w} - \dot{x}_2) + K_2(w - x_2) - U$$

- ◆ Variáveis de entrada:

$w$ , perfil da pista (perturbação);  $U$ , força de controle

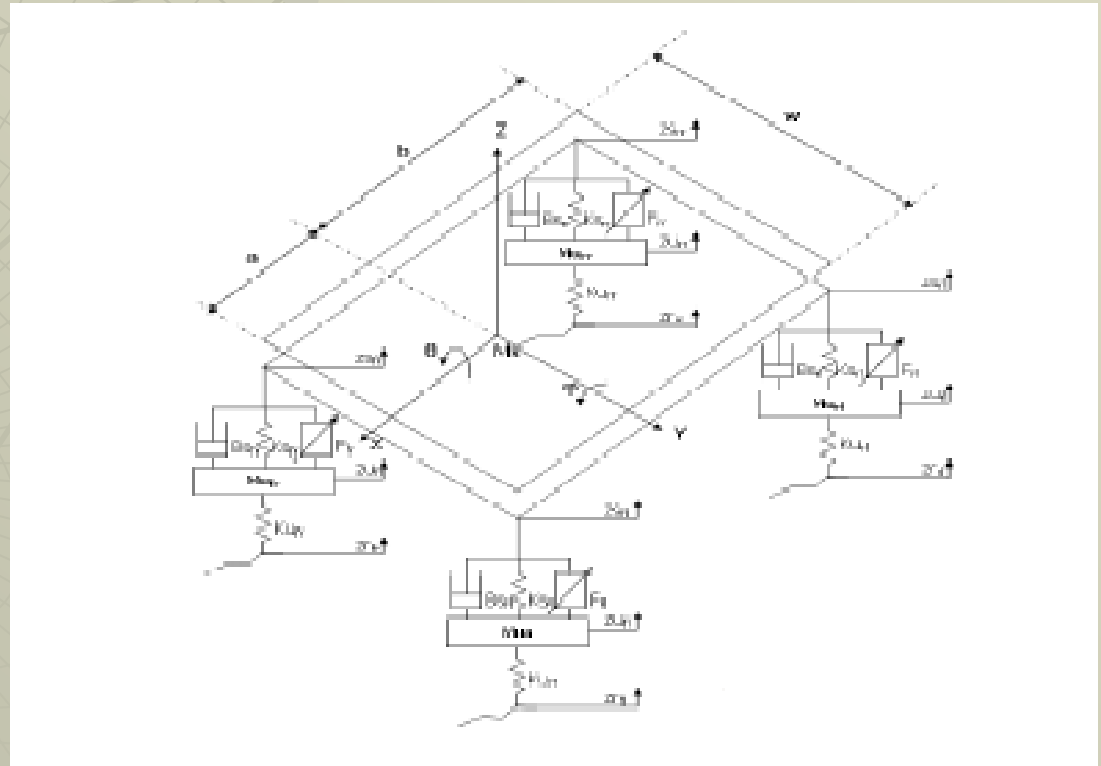
- ◆ Variáveis de saída:

deslocamentos no carro ou aceleração no chassis ou .... (escolher entre as 6 ou combinação delas!)



# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ SISTEMAS LINEARES - EXEMPLOS
- ◆ Carro inteiro
- ◆ Movimentos?



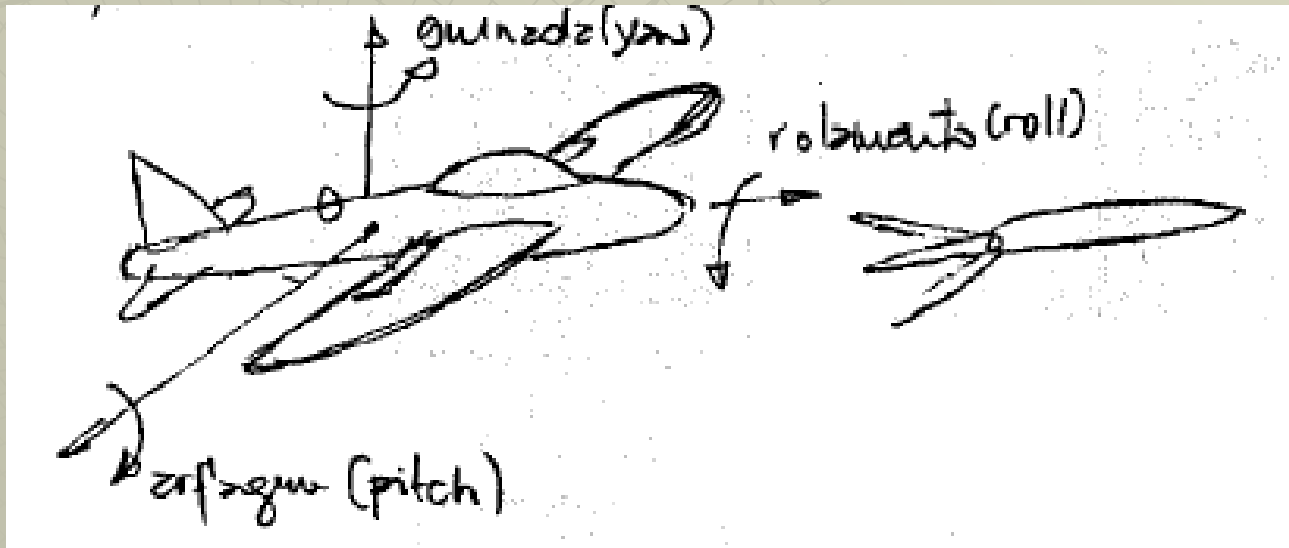
# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS EMBRAER E190



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

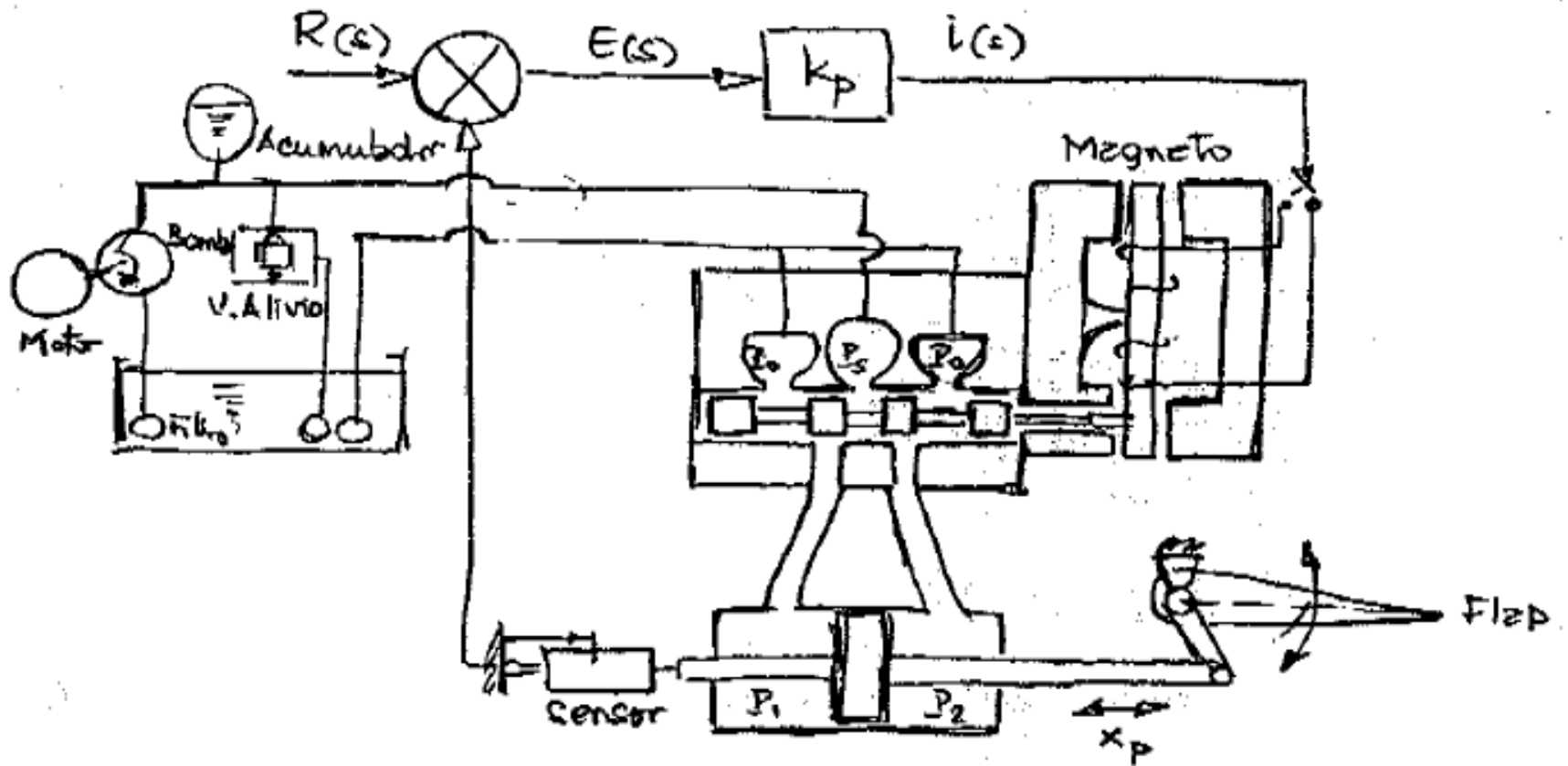
- ◆ SISTEMAS NÃO LINEARES

Movimento do avião é não-linear; tratamento em envelopes (cruzeiro, subida, descida, etc) com dinâmica linear



# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

## CONTROLE DO FLAP DE UM AVIÃO



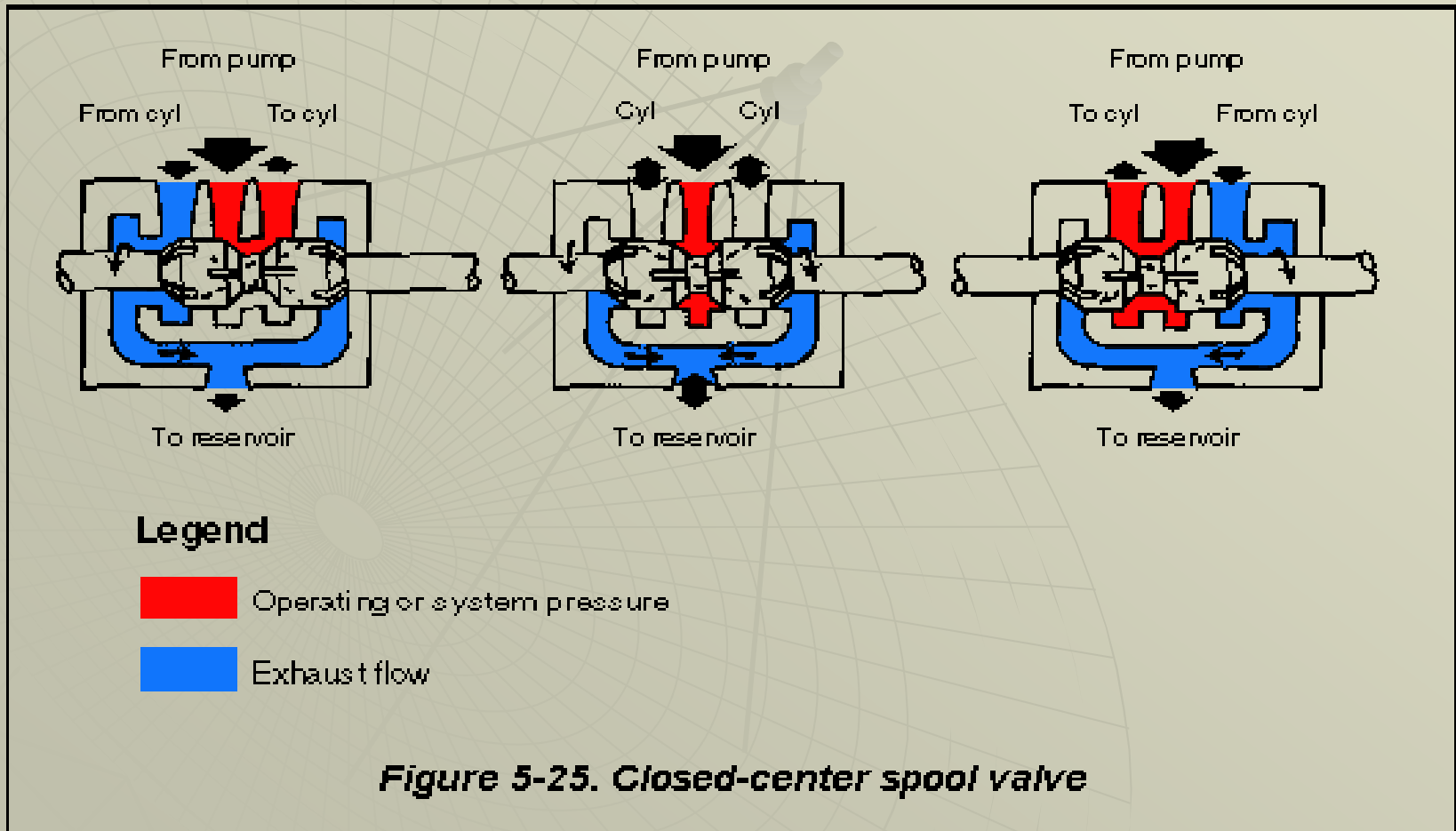


## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

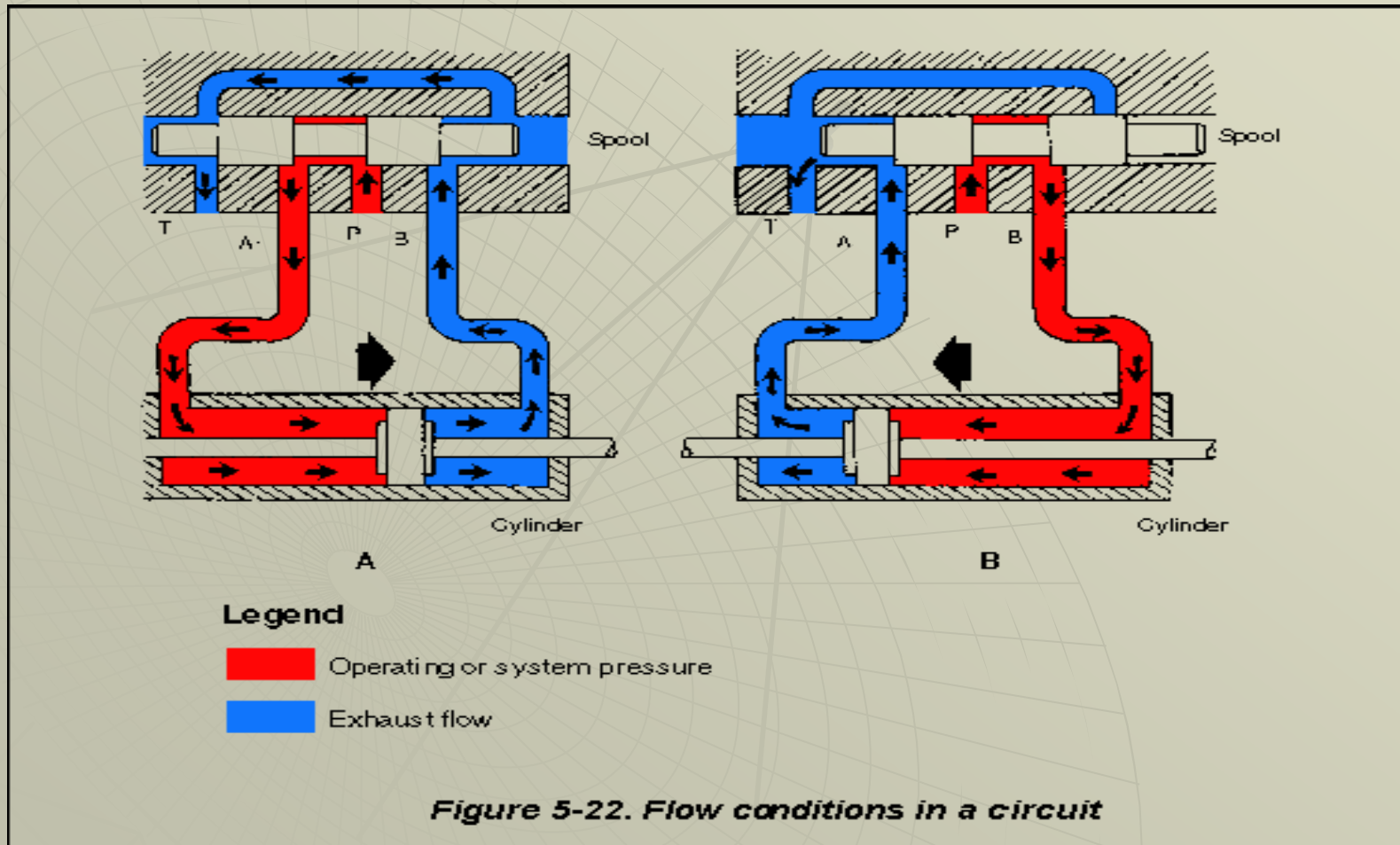
- ◆ A dinâmica do sistema hidráulico é muito mais rápida que a dinâmica do avião;
- ◆ Para o avião, a mudança no flap (entrada) pode ser considerada instantânea;
- ◆ O sistema de comando (manche) da cabine é muito mais rápida que o hidráulico;
- ◆ Na análise do sistema hidráulico, a dinâmica importante é a da válvula;
- ◆ Para a válvula, considera-se escoamento incompressível em orifício com área variável.

# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Corte de uma válvula hidráulica de controle

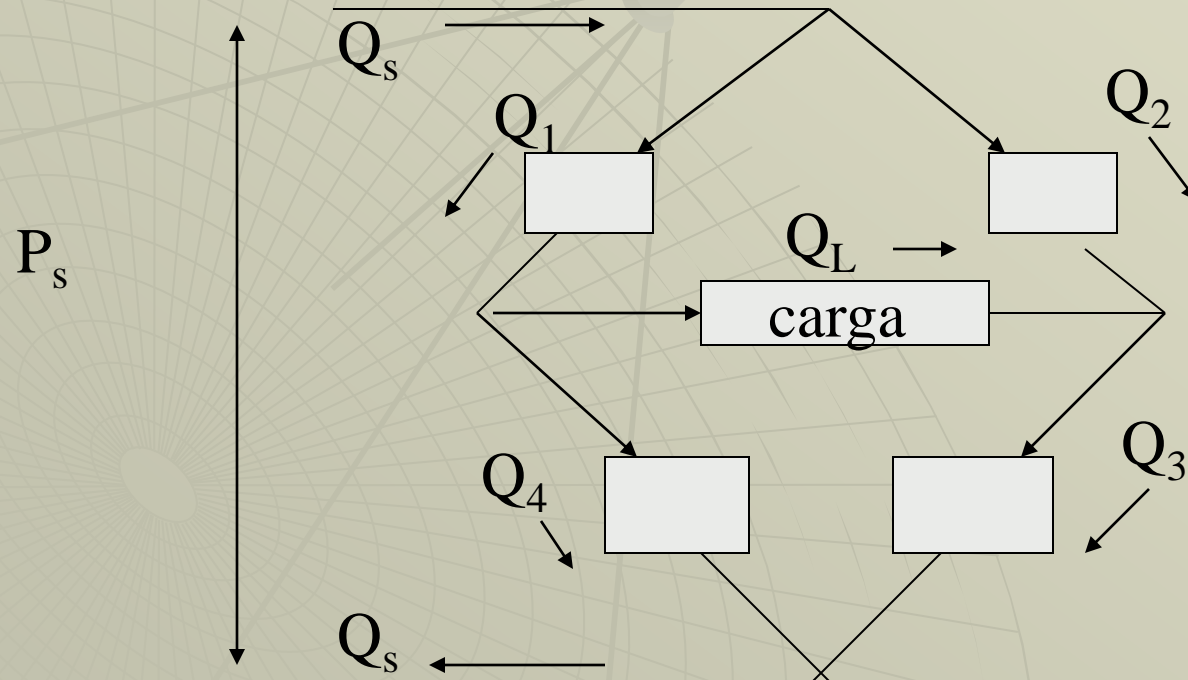


# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS



# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Analogia Elétrica - Ponte de Wheatstone





## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

Posição neutra:  $x_v=0$  - posição simétrica do carretel

Da análise da Ponte:

$$Q_L = Q_1 - Q_4 ; Q_L = Q_3 - Q_2$$

$$P_L = P_1 - P_2$$

Vazões nos orifícios:

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2(P_s - P_1)}{\rho}}$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2(P_s - P_2)}{\rho}}$$

$$Q_3 = \dots; Q_4 = \dots$$

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

As áreas dependem do deslocamento do carretel:

$$A_1 = A_1(x_v); A_2 = A_2(-x_v); A_3 = A_3(x_v); A_4 = A_4(-x_v)$$

Temos, então, 13 incógnitas e 11 equações (2 de vazão, 1 de pressão, 4 de escoamento e 4 de área). O que queremos é a EQUAÇÃO DA VAZÃO em função da posição da válvula e da pressão na carga, ié:

$$Q_L = Q_L(x_v, P_L)$$

Simplificações normalmente aceitas para solução do sistema:

- ♦ orifícios simétricos e acoplados:

$$A_1 = A_3; A_2 = A_4; A_1(x_v) = A_2(-x_v); A_3(x_v) = A_4(-x_v)$$

- ♦ as áreas variam linearmente com a posição do carretel:

$$A_i = \alpha x_v; i = 1, \dots, 4$$

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Com isso, resulta:

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{P_s - P_L}{\rho}} - C_d A_2 \sqrt{\frac{P_s + P_L}{\rho}}$$

- ◆ Para se fazer análise dinâmica, é necessário linearizar em torno de um ponto de operação conhecido (em geral,  $x_v=0$ ):

$$Q_L = Q_{L1} + \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \Delta x_v + \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \Delta P_L + o(2)$$

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Definindo GANHO DE VAZÃO,  $K_c$ :

$$K_c = \frac{\partial Q_L}{\partial x_v}$$

- e o COEFICIENTE VAZÃO-PRESSÃO,  $K_p$ :

$$K_p = -\frac{\partial Q_L}{\partial P_L}$$

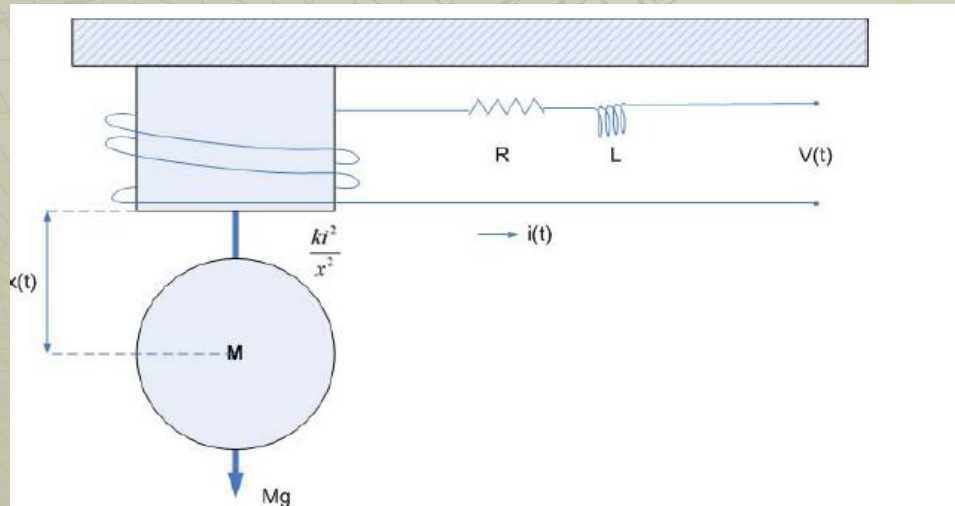
resulta a Equação da Válvula:

$$\Delta Q_L = K_c \Delta x_v - K_p \Delta P_L$$



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

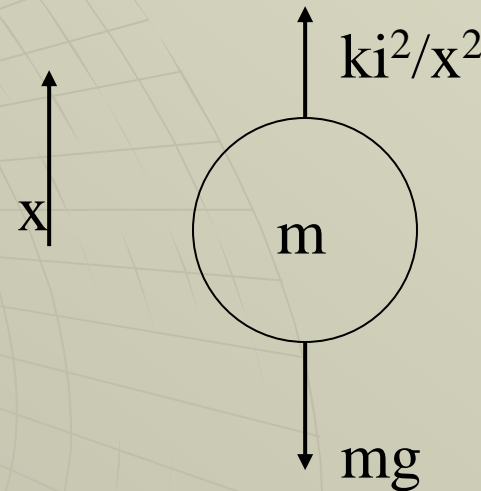
- ◆ SISTEMAS NÃO LINEARES - Um 2º exemplo
- ◆ Suspensão Magnética de uma Esfera



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Experimento muito utilizado no desenvolvimento de mancais magnéticos, trata da suspensão de uma esfera metálica. O sistema é não-linear e instável em malha aberta, isto é, só funciona se houver um controlador no sistema.
- ◆ As equações de movimento podem ser obtidas de:
  - Lei de Newton ou Teorema do Movimento do Baricentro para a esfera

$$m \ddot{x} = \frac{ki^2}{x^2} - mg$$

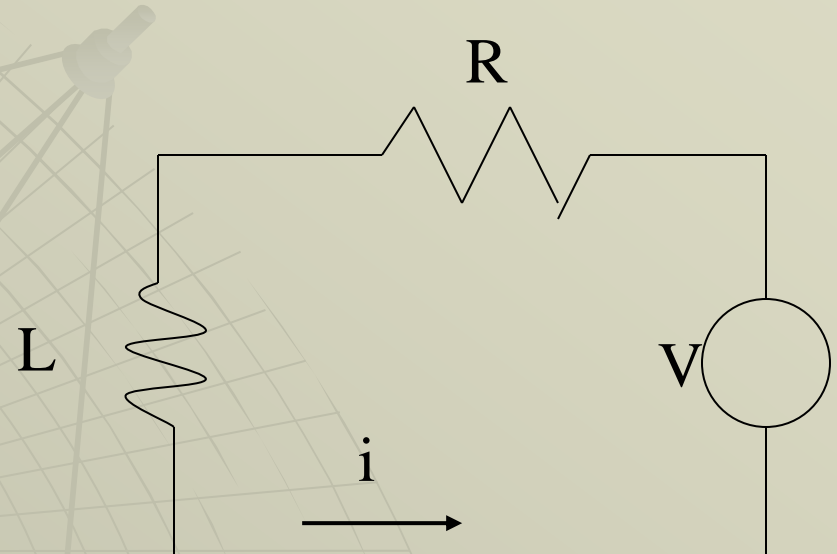


## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- Lei de Kirschoff para circuitos elétricos:

$$V_L + V_R = V(t)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V$$



A entrada desse sistema é a tensão elétrica  $V(t)$ . A saída de interesse é a posição da esfera  $x(t)$ . Nas equações de movimento,  $x$  e  $V$  estão relacionadas pela corrente  $i(t)$ .

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

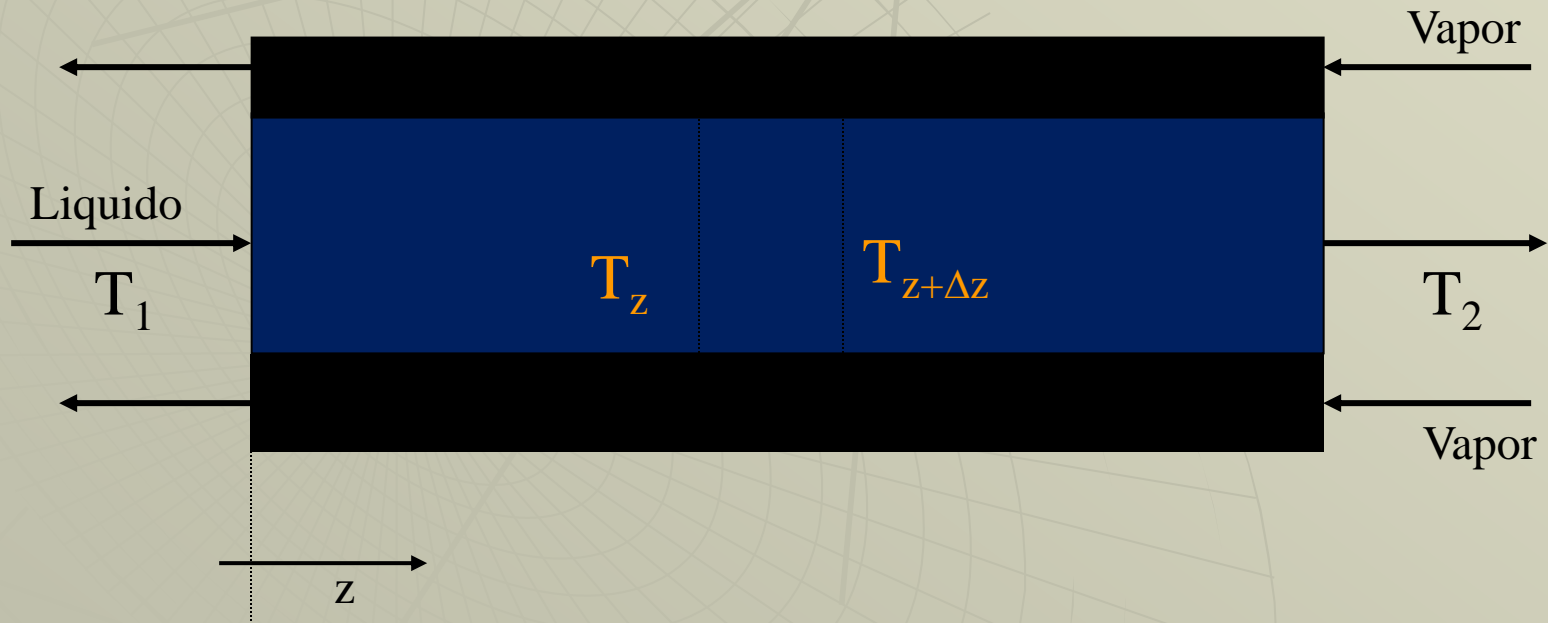
- ◆ Para se obter uma relação entre  $x$  e  $V$ , é preciso eliminar  $i$ . Como? No sistema não linear essa passagem é complicada!
- ◆ Se o sistema for linearizado, as relações ficam bem mais simples. Linearizando em torno de  $x_{1eq} = 0,5 \text{ m}$ ;  $x_{2eq} = 0$ ;  $x_{3eq} = (Mgx_{1eq})0,5$ , e considerando apenas pequenos deslocamentos da esfera, as equações de movimento, em Espaço de Estados, são:

$$\begin{Bmatrix} \delta \dot{x}_1 \\ \delta \dot{x}_2 \\ \delta \dot{x}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{g}{x_{1eq}} & 0 & -2\sqrt{\frac{g}{Mx_{1eq}}} \\ 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \delta V$$



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ SISTEMAS COM PARÂMETROS DISTRIBUIDOS  
- TROCADOR DE CALOR CASCO E TUBO



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Temperatura do fluido varia com o tempo e com a coordenada  $z$  entre as temperaturas de entrada e saída,  $T_1$  e  $T_2$ .
- ◆ Procura-se um modelo para a variação da temperatura  $T$  do fluido.
- ◆ Para simplificar, admite-se que não há variação de temperatura no sentido radial.

### BALANÇO DE ENERGIA:

$$\begin{array}{l} \text{Acumulação de} \\ \text{entalpia durante } \Delta t \end{array} = \begin{array}{l} \text{Fluxo de entrada de} \\ \text{entalpia durante } \Delta t \end{array} + \begin{array}{l} \text{Entalpia transferida do vapor para} \\ \text{o líquido através da parede} \end{array} - \begin{array}{l} \text{Fluxo de saída da} \\ \text{entalpia durante } \Delta t \end{array}$$

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

$$\rho C_p \Delta z [T(t + \Delta t) - T(t)] = \rho C_p V A T(z) \Delta t + Q \Delta t (\pi D \Delta z) - \rho C_p V A T(z + \Delta z) \Delta t$$

com: -  $Q$ , quantidade de calor do vapor para o líquido por unidade de tempo e por unidade de área de troca de calor;

-  $A$ , área da seção transversal do tubo interno;

-  $V$ , velocidade do líquido, admitida constante;

-  $D$ , diâmetro externo do tubo interno;

-  $\rho$ , densidade do fluido;

-  $C_p$ , calor específico a pressão constante.

Dividindo os dois lados por  $\Delta z$ ,  $\Delta t$  e levando ao limite para  $\Delta z \rightarrow 0$  e  $\Delta t \rightarrow 0$ :

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

$$\rho C_p A \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p A V \frac{\partial T}{\partial z} = \pi D Q$$

- ◆ Usa-se aproximar:  $Q = U (T_{\text{vapor}} - T)$

onde  $U$ , coeficiente global de troca de calor entre vapor e líquido;

$T_{\text{vapor}}$ , temperatura do vapor saturado.

- ◆ Chega-se, então, a:

$$\rho C_p A \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p A V \frac{\partial T}{\partial z} = \pi D U (T_{\text{vapor}} - T)$$



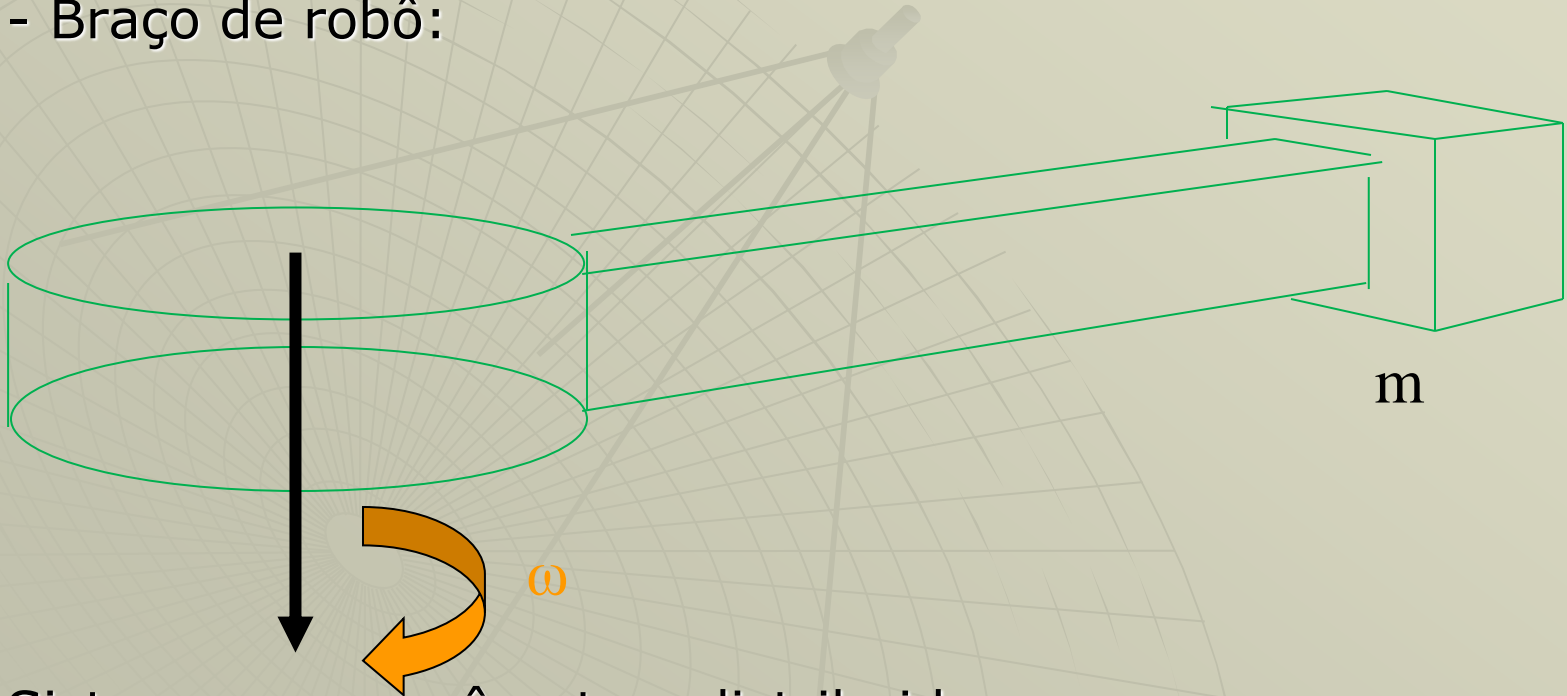
## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Essa é uma Equação Diferencial a Derivadas Parciais, de 1ª ordem, linear e não homogênea (existe um termo forçante);
- ◆ A solução de uma EDDP como essa sempre existe através de Separação de Variáveis;
- ◆ A solução se forma através de exponenciais negativas (o que diz a intuição?)
- ◆ Pode-se procurar soluções numéricas através de códigos de Volumes Finitos, Diferenças Finitas, CFD's, etc.



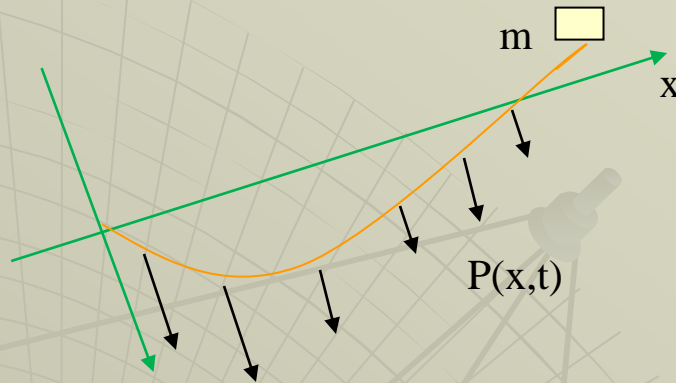
# MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ SISTEMAS COM PARÂMETROS DISTRIBUIDOS
  - Braço de robô:



Sistema com parâmetros distribuídos:

## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS



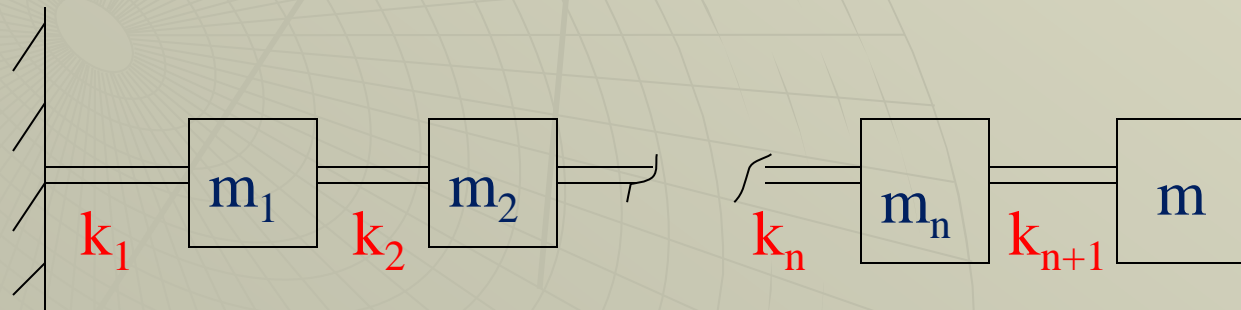
- ◆ Modelo de Euler-Bernoulli para uma viga: desconsidera inércia de rotação, deformação por cisalhamento e amortecimento estrutural

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + m_v(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = P(x,t)$$

com:  $E$ , módulo de elasticidade;  $I(x)$ , momento de inércia da seção transversal;  $m_v(x)$ , massa distribuída por unidade de comprimento

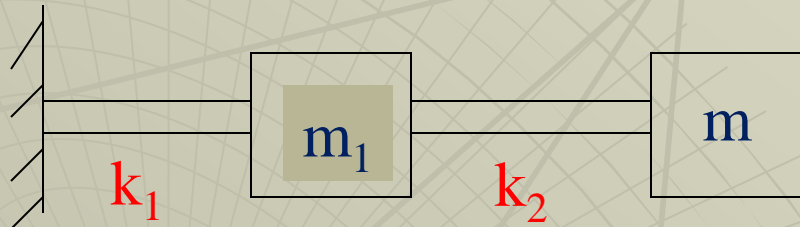
## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Claro que só se vai lidar com modelos desse grau de complexidade se houver necessidade de respostas muito precisas (controle de painéis e robôs em satélites, por exemplo).
- ◆ Aproximações:
  1. Técnicas sofisticadas como o Método dos Elementos Finitos;
  2. Concentração de parâmetros (lumping), por intuição:
    - Preservar o efeito da viga vibrando por massas e molas equivalentes

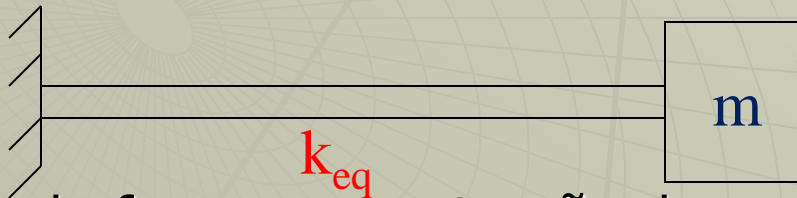


## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- Concentrar em pouquíssimas massas e molas



- Considerar apenas o efeito elástico da viga, vista como uma mola equivalente



- ◆ A forma de fazer concentração de parâmetros é totalmente dependente do problema em estudo e reflete na precisão dos resultados.



## MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

- ◆ Para encerrarmos este capítulo introdutório, é importante destacar novamente a associação da qualidade dos modelos com as precisões que se pretende atingir.
- ◆ LIMITE DE CONHECIMENTO  
Exemplo- Sistemas Inerciais (Giroscópios e Acelerômetros)  
O valor de cada leitura corresponde ao valor indicado no instrumento mais algo como 17 termos de correção (modelo); testes exaustivos
- ◆ DESCONHECIMENTO DO FENÔMENO FÍSICO  
Exemplo - Amortecedor de Nutação, transição de escoamentos
- ◆ IMPOSSIBILIDADE DE MEDIÇÃO  
Não há instrumentação disponível-> software sensors, sensorless  
Exemplo- Processos Bioquímicos