PID por alocação de Polos

- *Sistema de 1ª Ordem com PI*
- *Sistema de 2ª Ordem com PID*
- *Sistemas de Ordem Superior*

PID por alocação de Polos

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{GcG}{1+GcG}$$

Equação Caract.:

$1+GcG=0 \rightarrow$ na Malha Fechada com o PID (incógnita : P, I, D) (1)

Equação Caract. dos polos desejados:

Sistema de ordem n:

$$(s-p_1)(s-p_2).......(s-p_n)=\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)=0 \qquad (2)$$

Equação de parâmetros conhecidos!

As constantes de Gc vem da igualdade: (1)=(2)

$$1+GcG=\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)$$

PID por alocação de Polos

- Plantas de 1ª Ordem + ***PI*** ➔ MF 2ª Ordem

➔ alocar dois polos através das constantes ***P*** e ***I***

- Plantas de 2ª Ordem + ***PID*** ➔ MF 3ª Ordem

➔ alocar três polos através das constantes ***P***,***I*** **, D**

- Plantas de Ordem superior + ***PID***

➔ sistemas indeterminados: mais equações do que incógnitas. Usar o procedimento de Mínimos Quadrados para determinar P, I e D ou incluir mais controladores P, D, PI, PD ou PID na malha (criar novas incógnitas).

Alocação com planta de 1ª Ordem

Controlador PI →

$$Gc = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$0bs: \frac{K_p}{K_i} = T_i \qquad \frac{K_p}{T_i} = K_i$$

Planta de 1ª Ordem →

$$G = \frac{5}{0,5s+1}$$

Equação Característica →

$$1+G_c G = 0 \Rightarrow 1+\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{5}{0,5s+1}\right) = 0$$

$$\therefore s^2 + \left(\frac{5K_p+1}{0,5}\right)s + 10K_i = 0 \qquad \text{(a)}$$

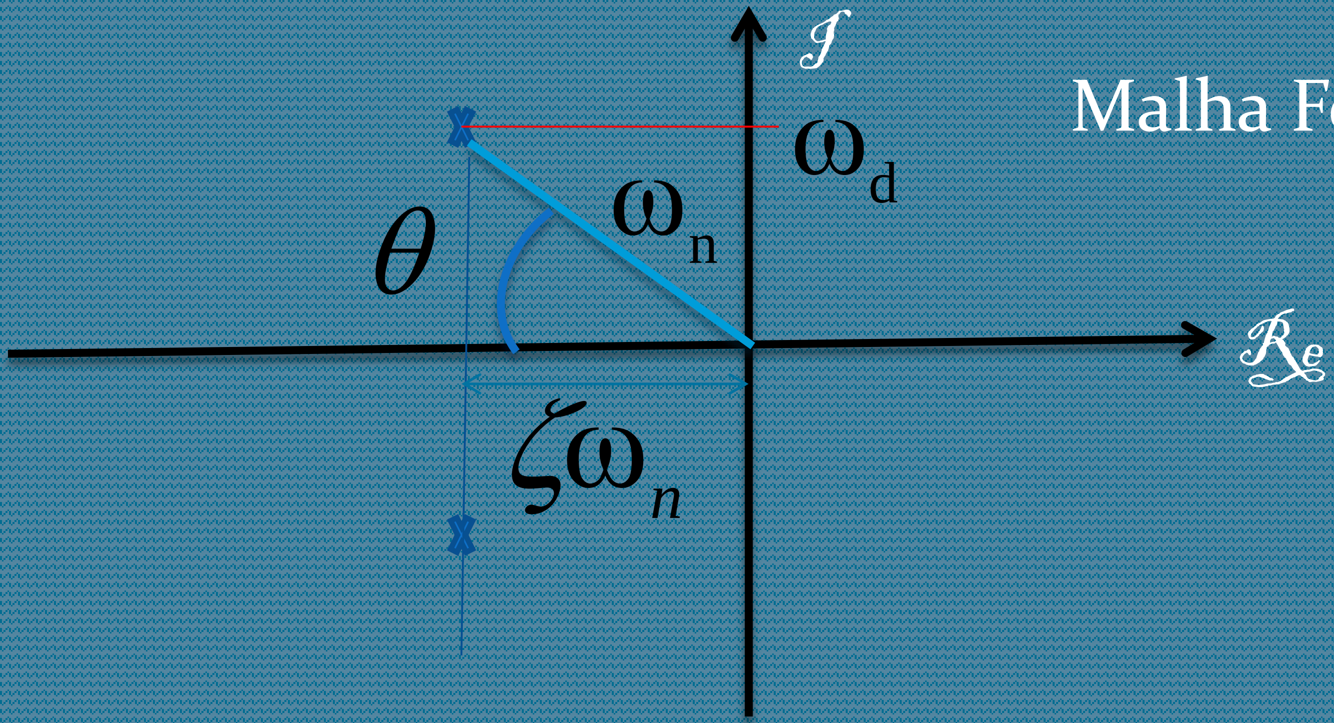
$$\text{Seja sistema controlado com}: \zeta = 0,8 \;\; \omega_n = 10$$

Equação Característica Imposta →

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n{}^2 = 0 \Rightarrow s^2 + 16s + 100 = 0 \qquad \text{(b)}$$

$$\text{(a)} = \text{(b)} \Rightarrow K_i = 10 \qquad K_p = 7/5 = 1,4$$

Planta de 1ª Ordem + PI



Malha Fechada

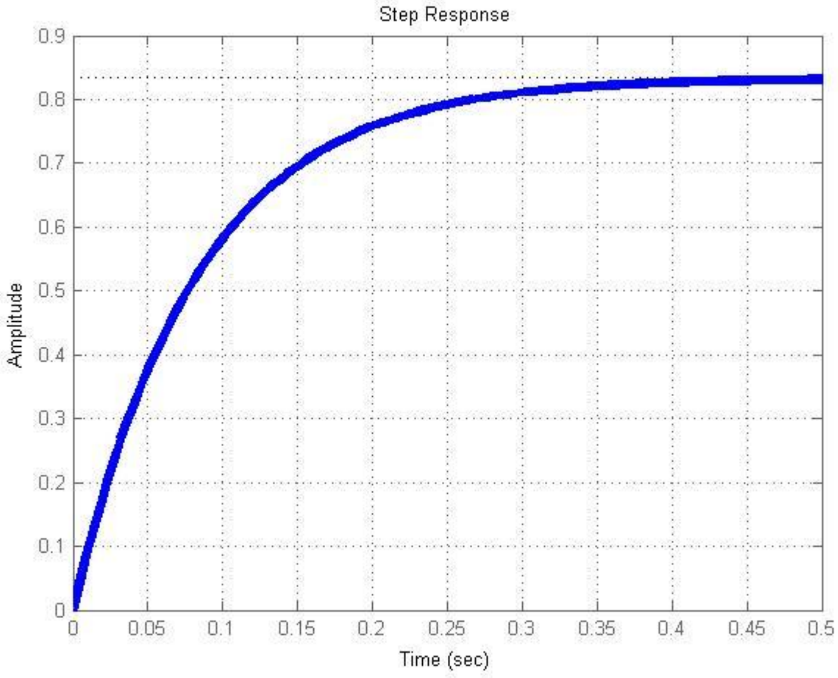
$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

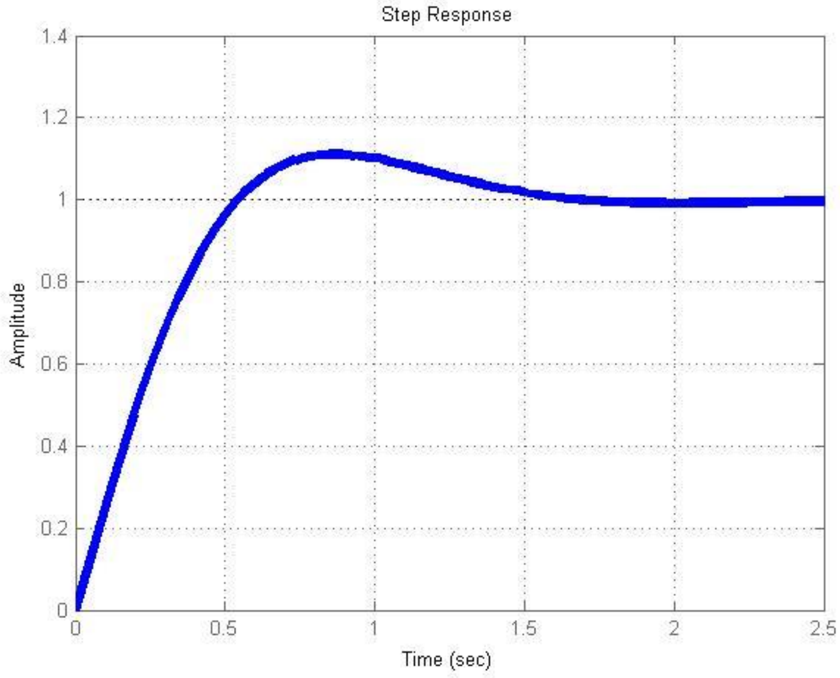
$$s^2 + 16s + 100 = 0$$

Alocação planta de 1ª Ordem

MF antes (Kp=1,0) ***MF depois (com PI alocado)***

mostrar Matlab alocafirst





Alocação planta de 2ª Ordem

$$G = \frac{1}{(1+s)(1+0,26s)} = \frac{1}{0,26s^2 + 1,26s + 1}$$ ← Planta de 2ª ordem

PID →

$$Gc = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) = K_p\left(\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s}\right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

$$\text{Eq. caract.: } 1 + GcG = 0$$

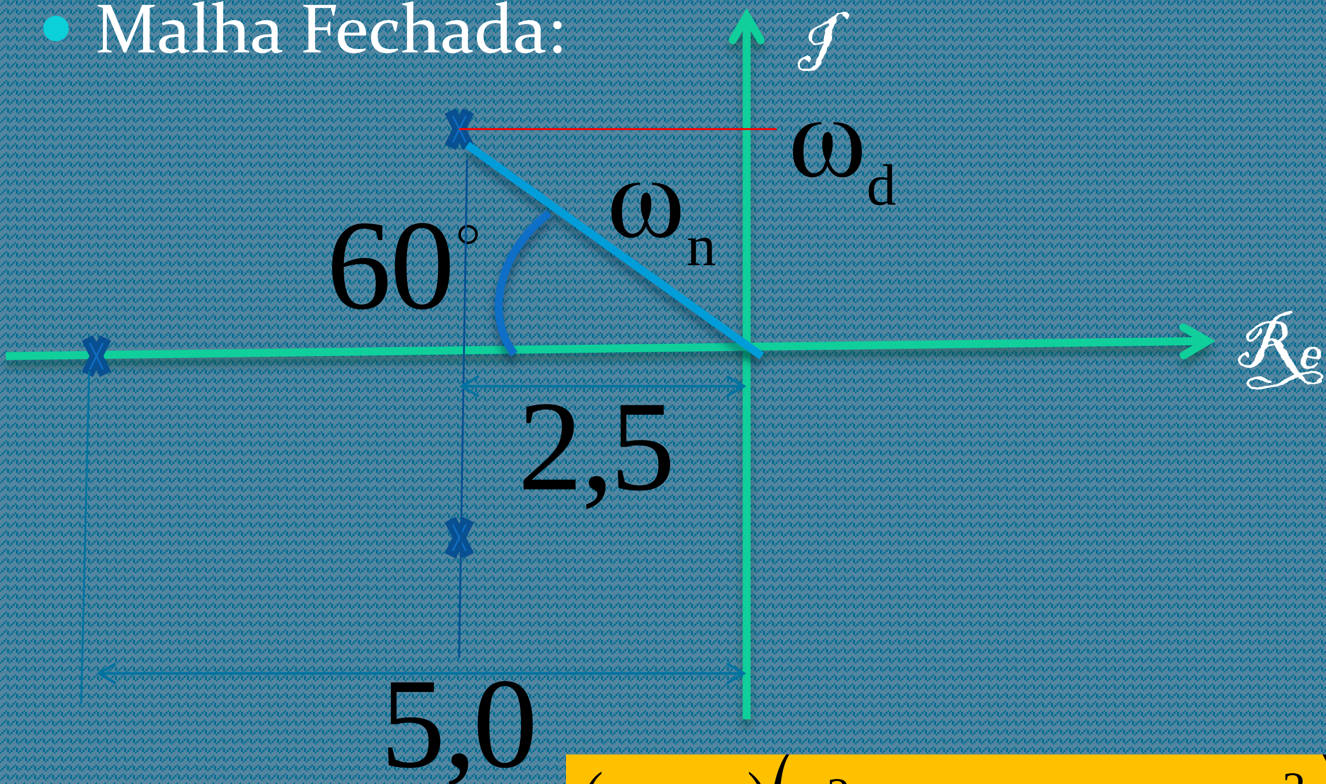
$$1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s\right)\left(\frac{1}{(1+s)(1+0,26s)}\right) = 0$$

Equação Caracterís-tica →

$$s^3 + \left(\frac{1,26 + K_d}{0,26}\right)s^2 + \left(\frac{K_p + 1}{0,26}\right)s + \frac{K_i}{0,26} = 0 \qquad \text{(a)}$$

Planta de 2ª Ordem+PID

- Malha Fechada:



$$(s+5)\left(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2\right)=0$$

$$\zeta=0{,}5 \quad \omega_{\mathrm{n}}=5{,}0$$

$$s^3+10s^2+50s+125=0 \qquad \text{(b)}$$

Alocação planta de 2ª Ordem

- Igualando (a) e (b)

$$K_i = 32{,}5$$
$$K_p = 12$$
$$K_d = 1{,}34$$

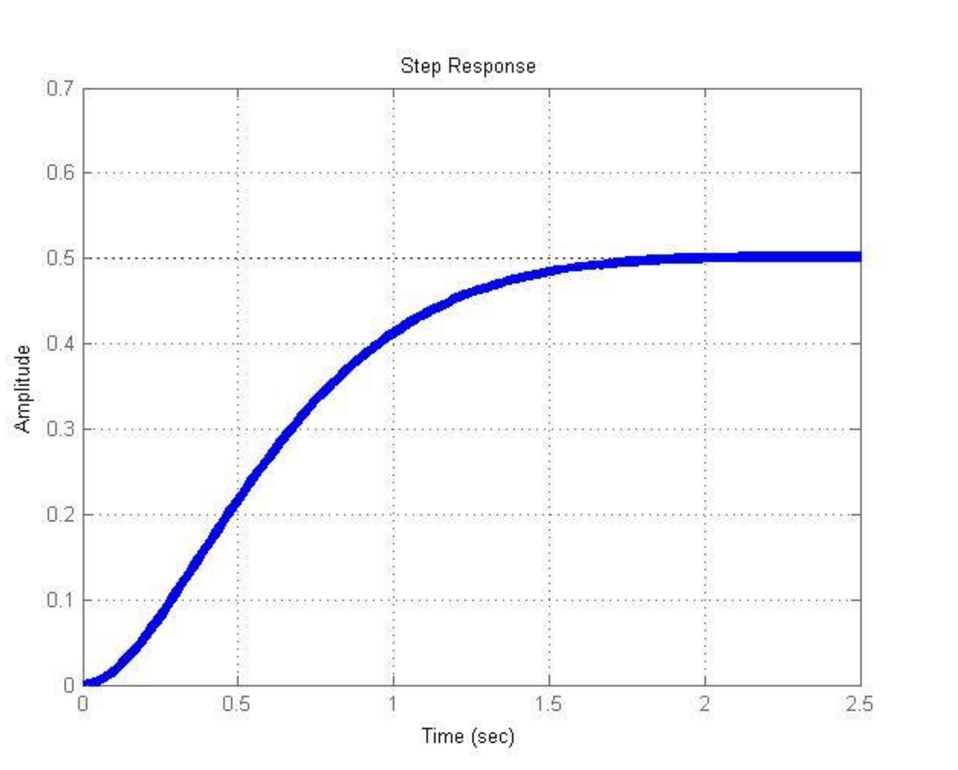
Programa em Matlab

```
Kp=12.0;
Ki=32.5;
Kd=1.34;
Gc=pid(Kp,Ki,Kd);
D=[0.26 1.26 1];
G=tf(1,D);
T=feedback(G,1);
G1=series(Gc,G);
T1=feedback(G1,1);
step(T);
figure
step(T1)
```

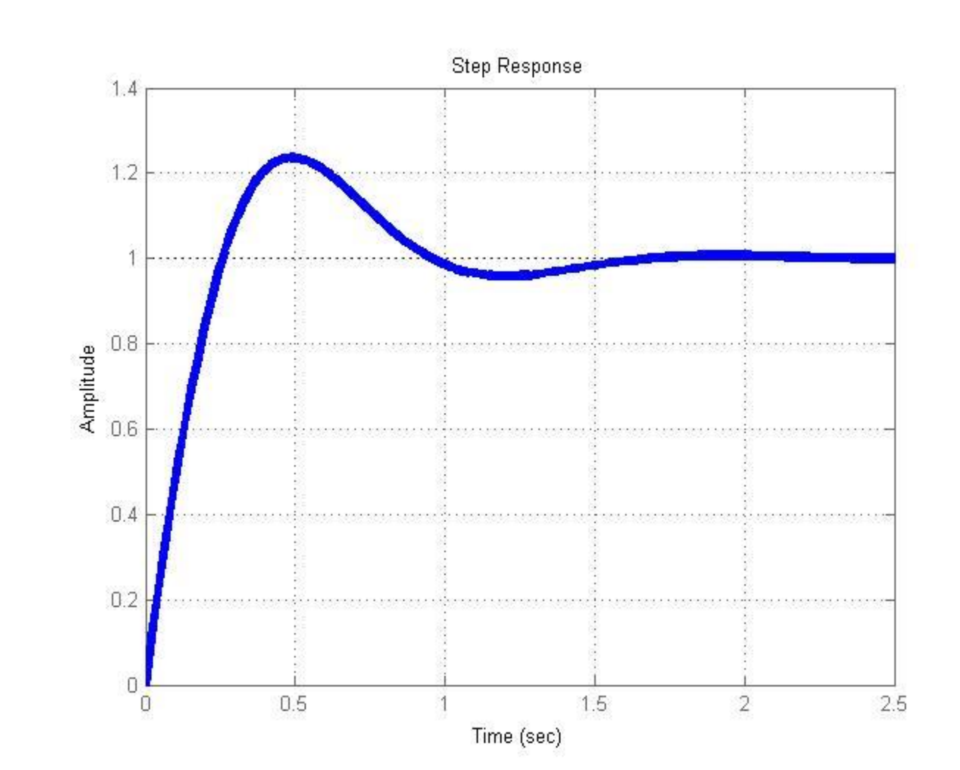
Programa alocasecond →

Alocação planta de 2ª Ordem

MF antes (Kp=1,0)



MF depois com PID alocado



mostrar alocasecond