



# SINTONIA DE CONTROLADORES PID

## Métodos de Ziegler-Nichols

Curva de Reação (resposta em S)

Ganho limite (ultimate gain)

# ZIEGLER-NICHOLS (ZN)

- ZN desenvolveram dois métodos para a determinação dos ganhos de controladores P, PI e PID operando em malha fechada.
- Métodos foram desenvolvidos a partir da sintonia de um grande número de plantas diferentes, mas com características de respostas semelhantes.
- Método da curva de reação é desenvolvido a partir da resposta ao degrau em malha aberta.
- Método do ganho limite é desenvolvido a partir de uma malha fechada que coloca o sistema em oscilação harmônica

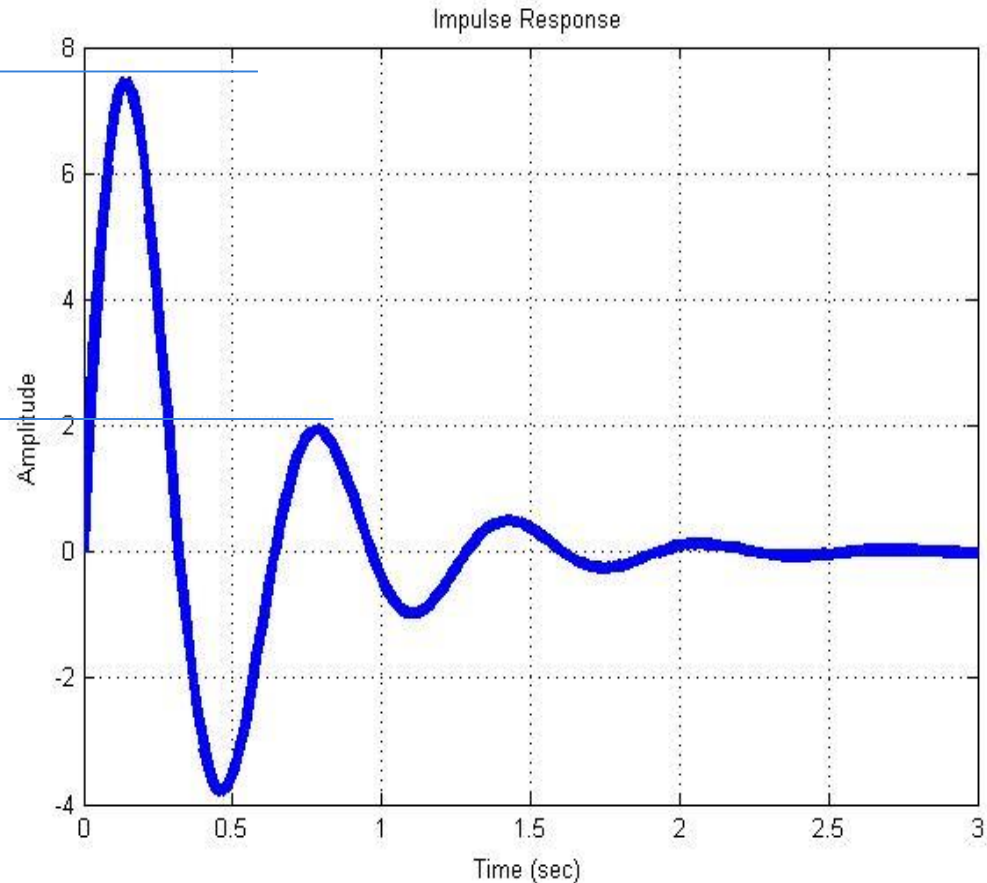
# ZIEGLER-NICHOLS (ZN)

- A escolha dos ganhos P, I e D é feita de modo a garantir que em malha fechada o sistema responda de forma oscilatória e amortecida com uma taxa de decaimento de 0,25, o que corresponde a um sistema de segunda ordem com constante de amortecimento  $\zeta=0,21$ .
- ZN simularam as equações de um sistema controlado em malha fechada e foram ajustando os ganhos P,I e D até obter a resposta desejada.

# ZIEGLER-NICHOLS (ZN)

- Resposta em Malha Fechada (MF) resultante:

1



0,25

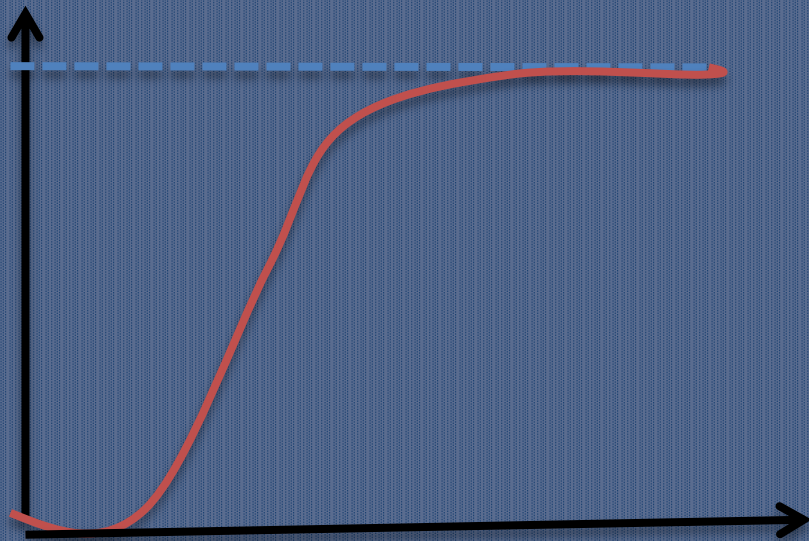
# MÉTODOS DA CURVA DE REAÇÃO

- ZN verificaram que um grande número de plantas, inclusive de ordem elevada, apresentava resposta em **malha aberta** na forma de um **S** para a entrada degrau.

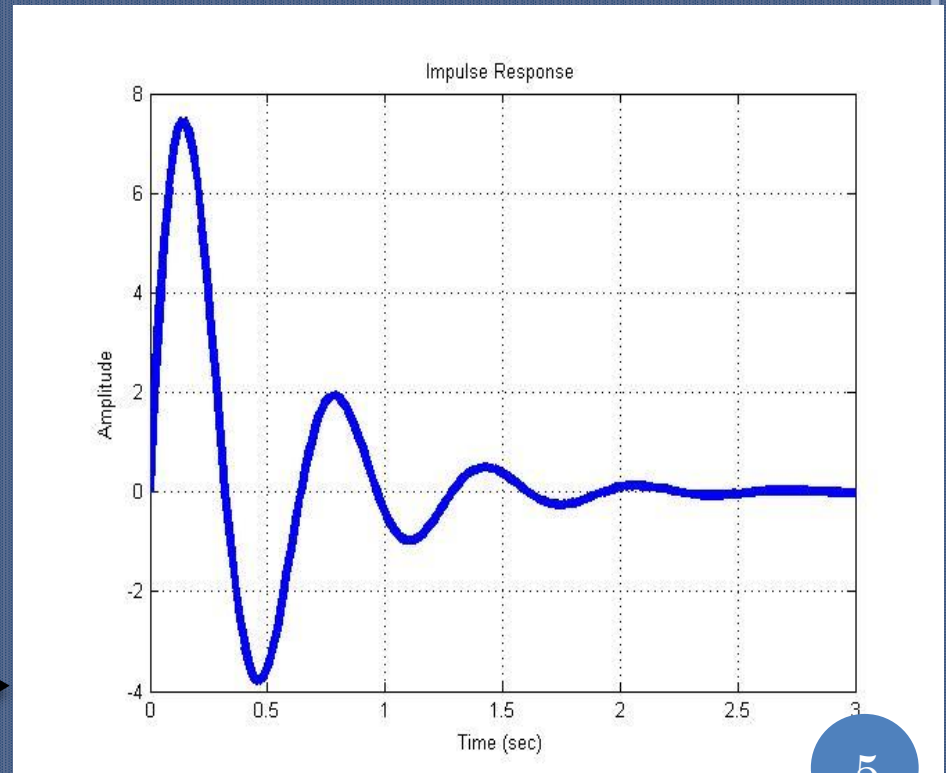


# ZN – CURVA DE REAÇÃO (CONT.)

*Antes : Malha Aberta*

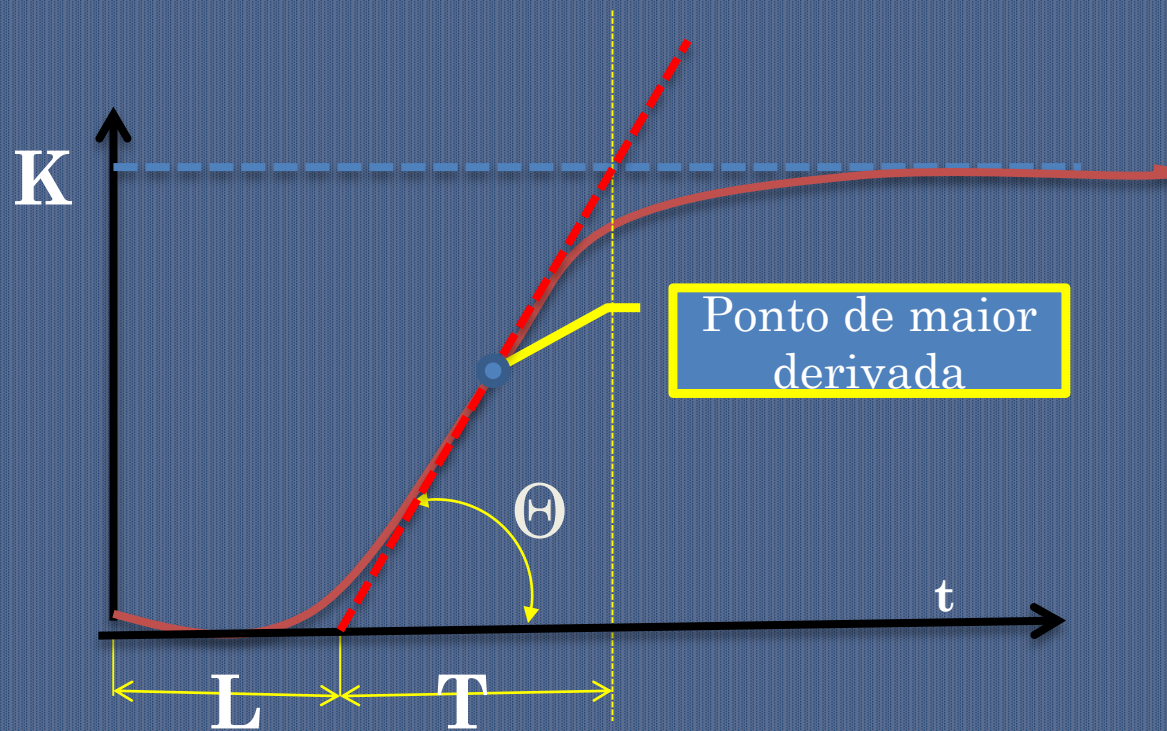


*Depois : Malha Fechada*



# ZIEGLER-NICHOLS (ZN): MÉTODO DA CURVA DE REAÇÃO

- Os ganhos P, I e D são determinados pelos parâmetros **L** e **T**



$$\tan \Theta = \frac{K}{T}$$



## *ZN – CURVA DE REAÇÃO (CONT.)*

- A função de transferência (MA) destes sistemas pode ser aproximada pela seguinte FT transcendental de primeira ordem:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}$$

Onde **L**, **T** e **K** são obtidos do gráfico. **L** é o atraso da resposta.



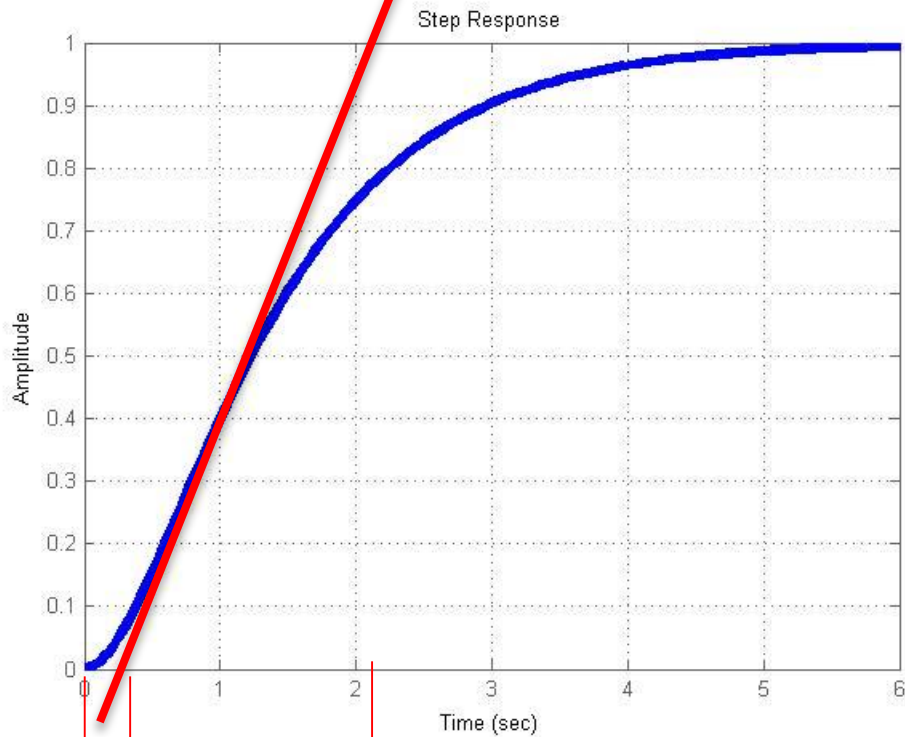
## ZN- TABELA DE GANHOS PARA CURVA DE REAÇÃO

Tipo de Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
$P$	$\frac{T}{L}$	$\infty$	$0$
$PI$	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{T}{0,3}$	$0$
$PID$	$1,2\frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

$$PID = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

# EX. CURVA DE REAÇÃO

$$\frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

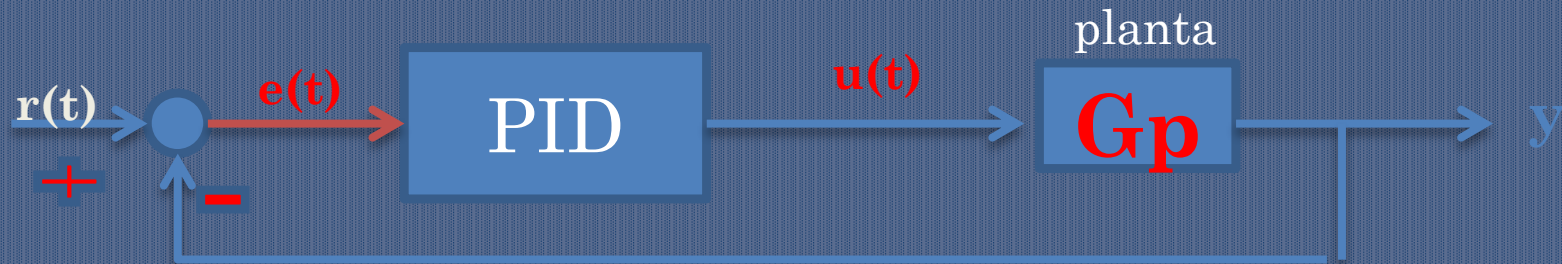


$$\left. \begin{array}{l} L=0,2 \\ T=2,1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} K_p=12,0 \\ T_i = 0,4 \\ T_d= 0,1 \end{array}$$

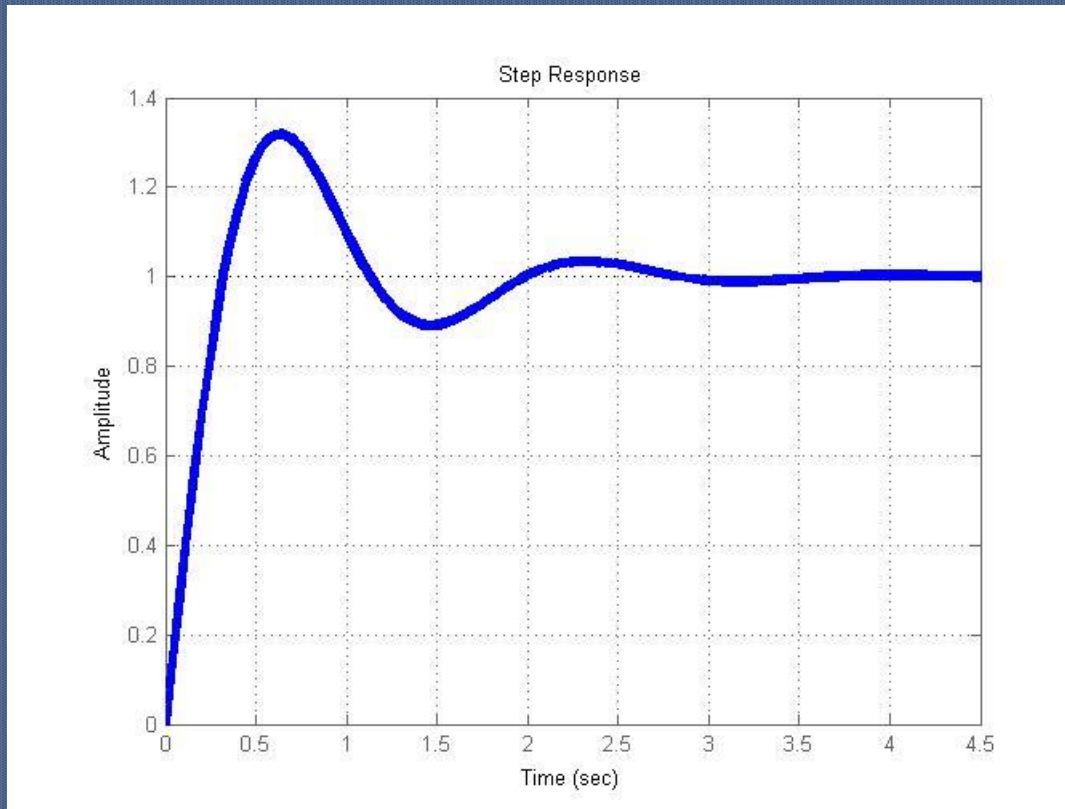
$$PID = 12 + \frac{30}{s} + 1,2s$$

$$PID = \frac{1,2s^2 + 12s + 30}{s}$$

# EX. CURVA DE REAÇÃO



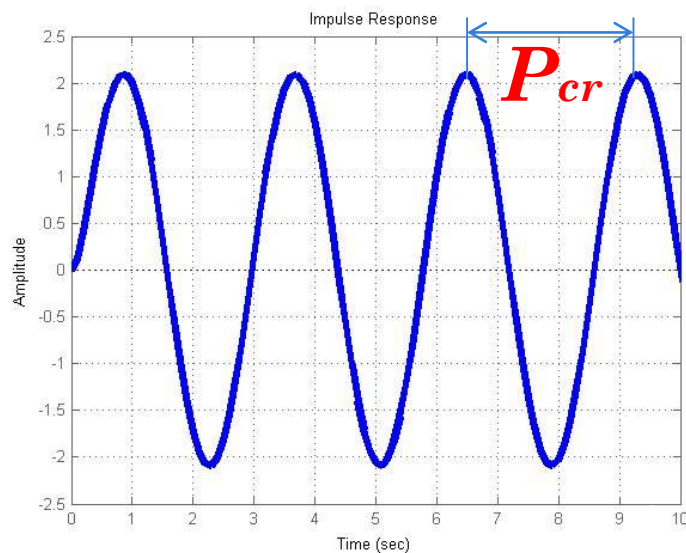
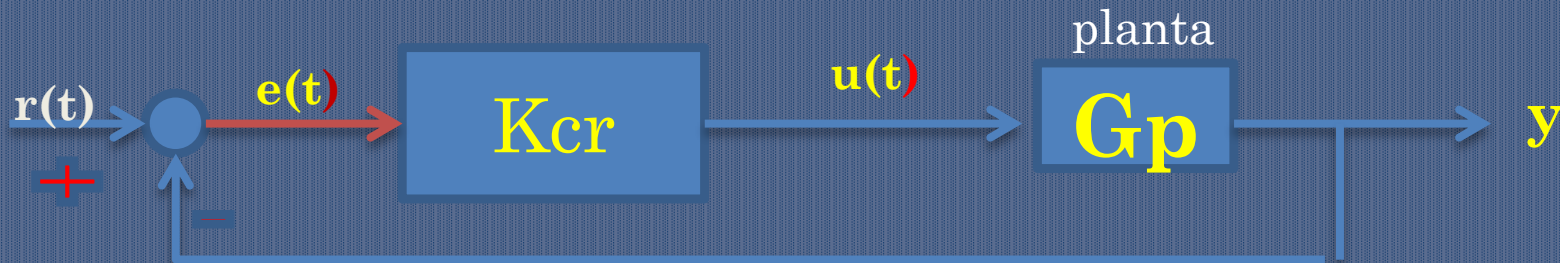
# EX. CURVA DE REAÇÃO



mostrar Matlab: reaction.m

# MÉTODO DO GANHO LIMITE (ULTIMATE GAIN)

1. Determinar o ganho crítico  $K_{cr}$  de forma que o sistema em malha fechada produza uma resposta harmônica.



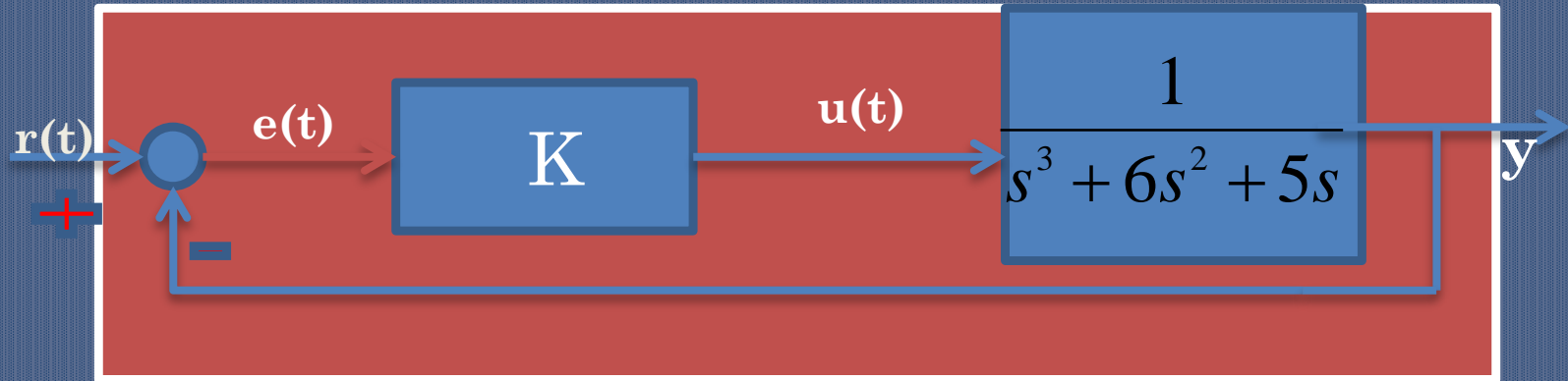
# ZN- TABELA DE GANHOS PARA GANHO LIMITE

Tipo de Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
$P$	$0,5K_{cr}$	$\infty$	$0$
$PI$	$0,45K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{1,2}$	$0$
$PID$	$0,60K_{cr}$	$0,5 P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

$$PID = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

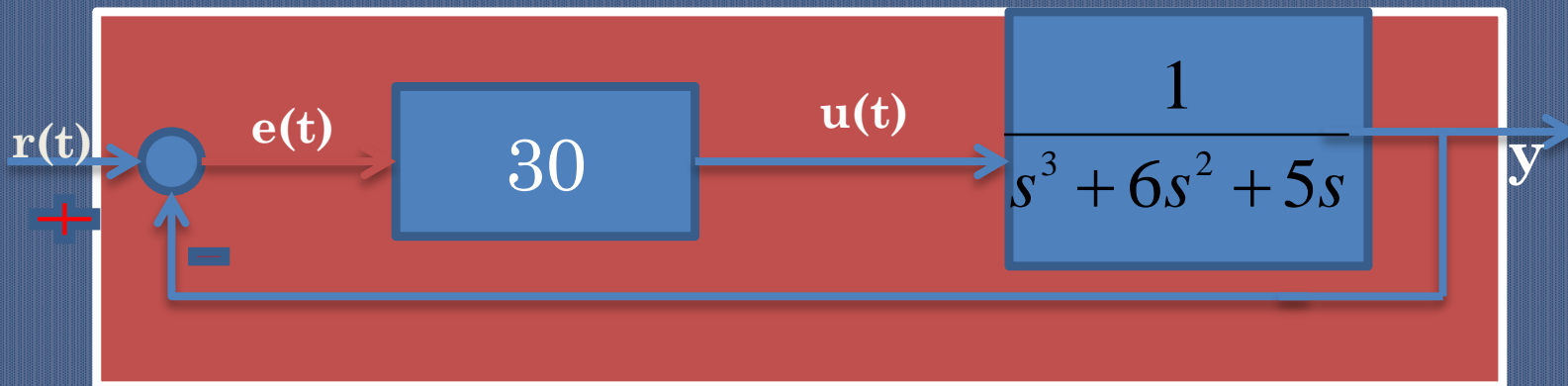
# EX. GANHO LIMITE

$T(s)$



$$T(s) = \frac{Y}{R} = \frac{K}{s^3 + 6s^2 + 5s + K}$$

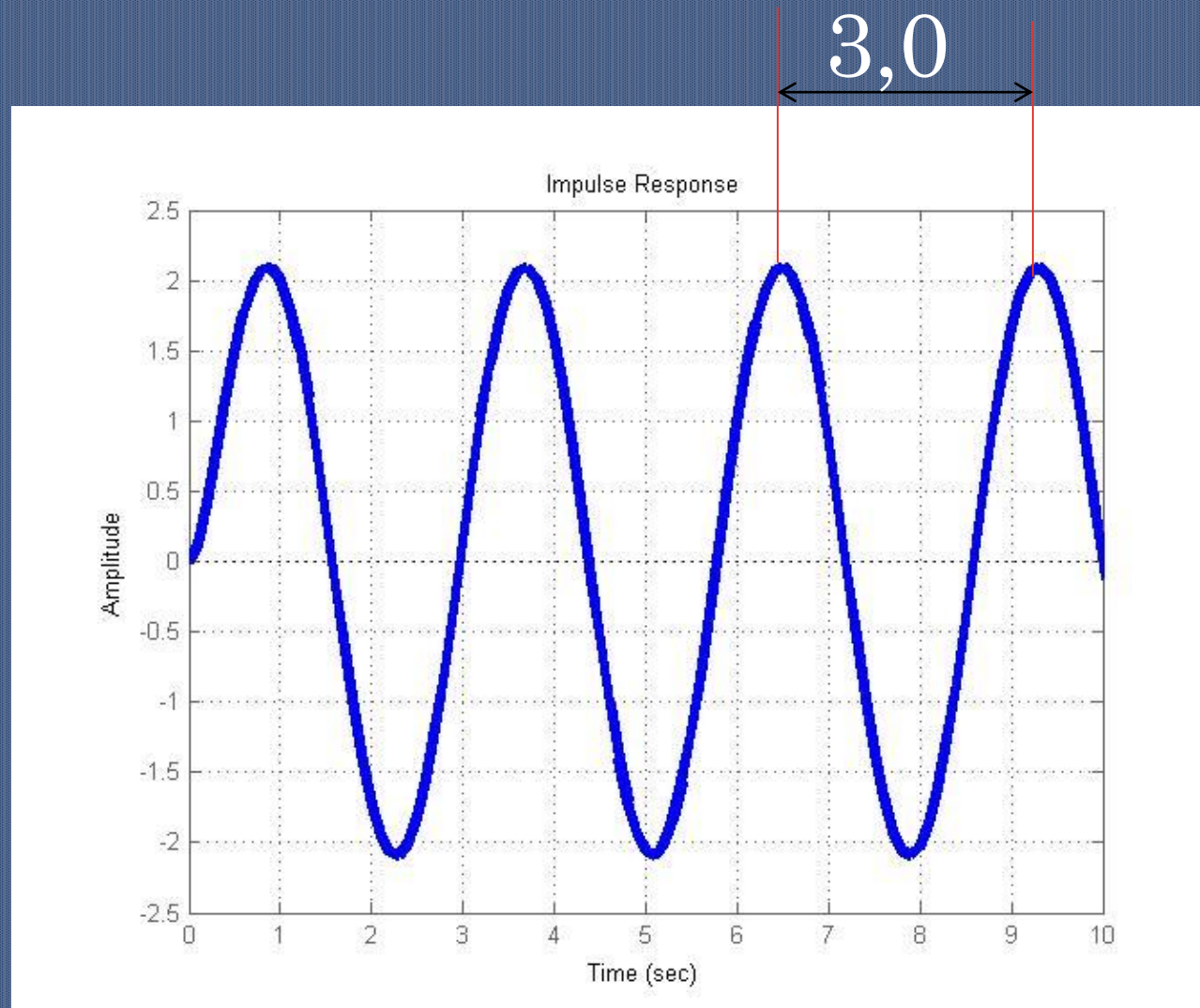
Por Routh - Hurwitz  $\Rightarrow K_{cr} = 30$







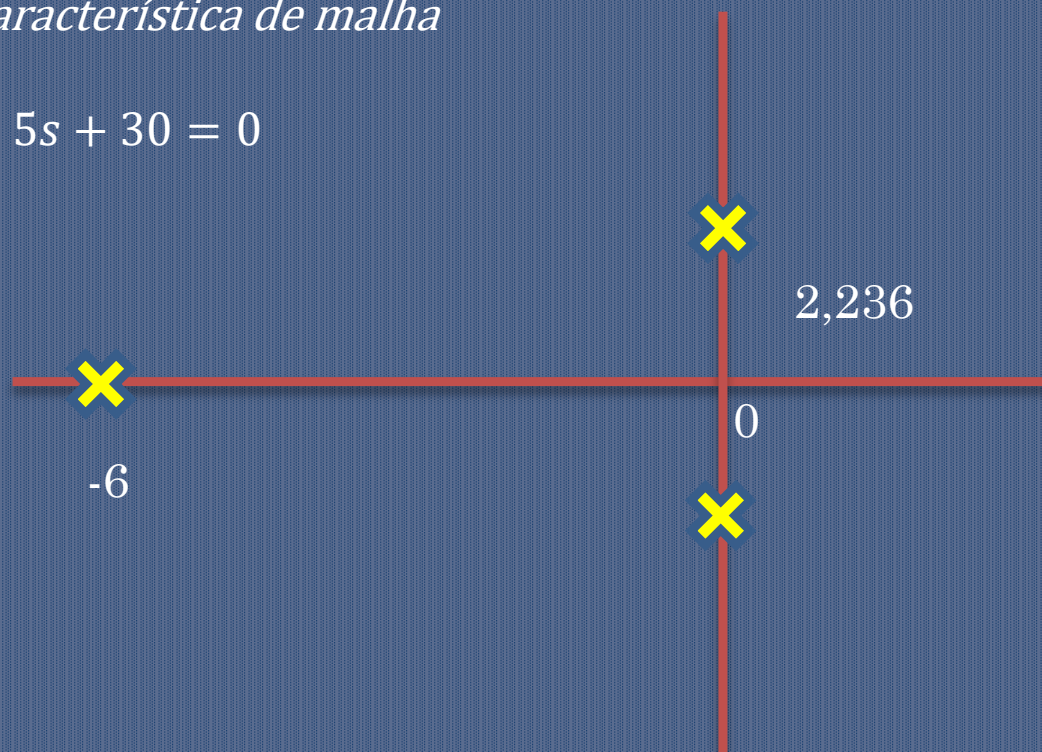
# EX. GANHO LIMITE



Obs: na verdade pelos polos complexos  $T = 2,81$  s

*Polos da Equação Característica de malha Fechada:*

$$s^3 + 6s^2 + 5s + 30 = 0$$



# EX. GANHO LIMITE

$$\left. \begin{array}{l} K_{cr}=30 \\ P_{cr}=3,0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} K_p=18,0 \\ T_i = 1,5 \\ T_d= 0,375 \end{array}$$

$$PID = 18 + \frac{12}{s} + 6.75s$$

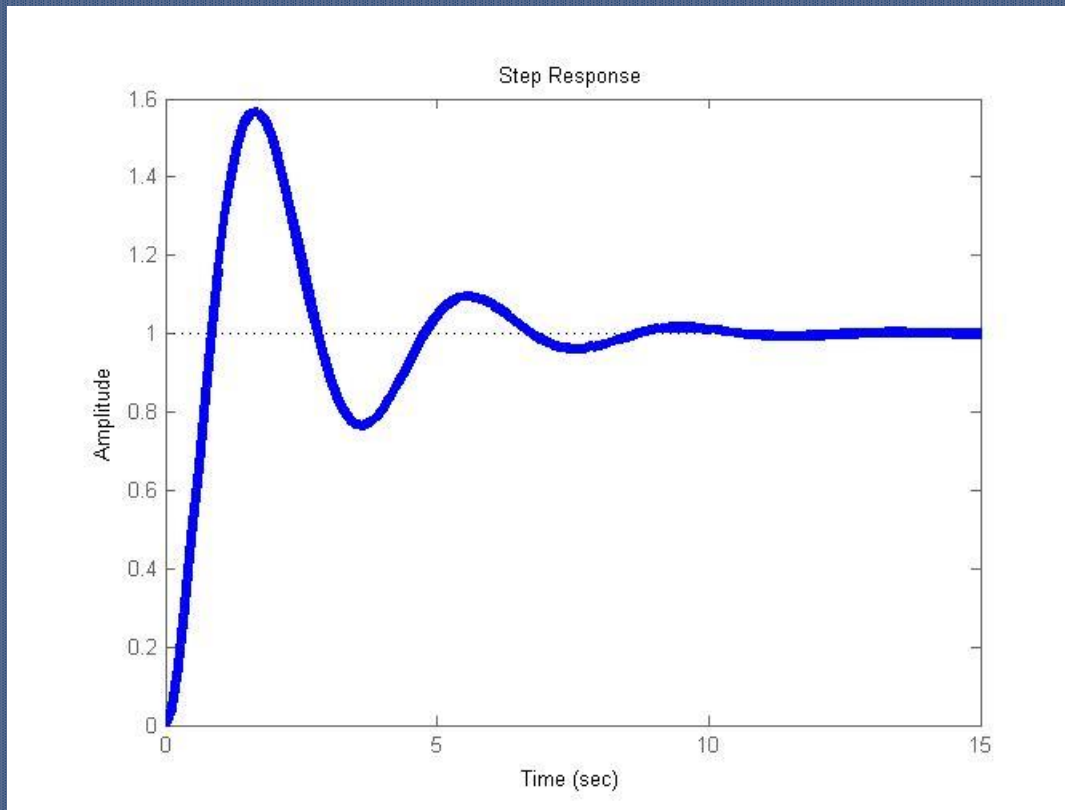
$$PID = \frac{6.75s^2 + 18s + 12}{s}$$

# EX. GANHO LIMITE

$K_p=18$

$K_i=12$

$K_d=6,75$

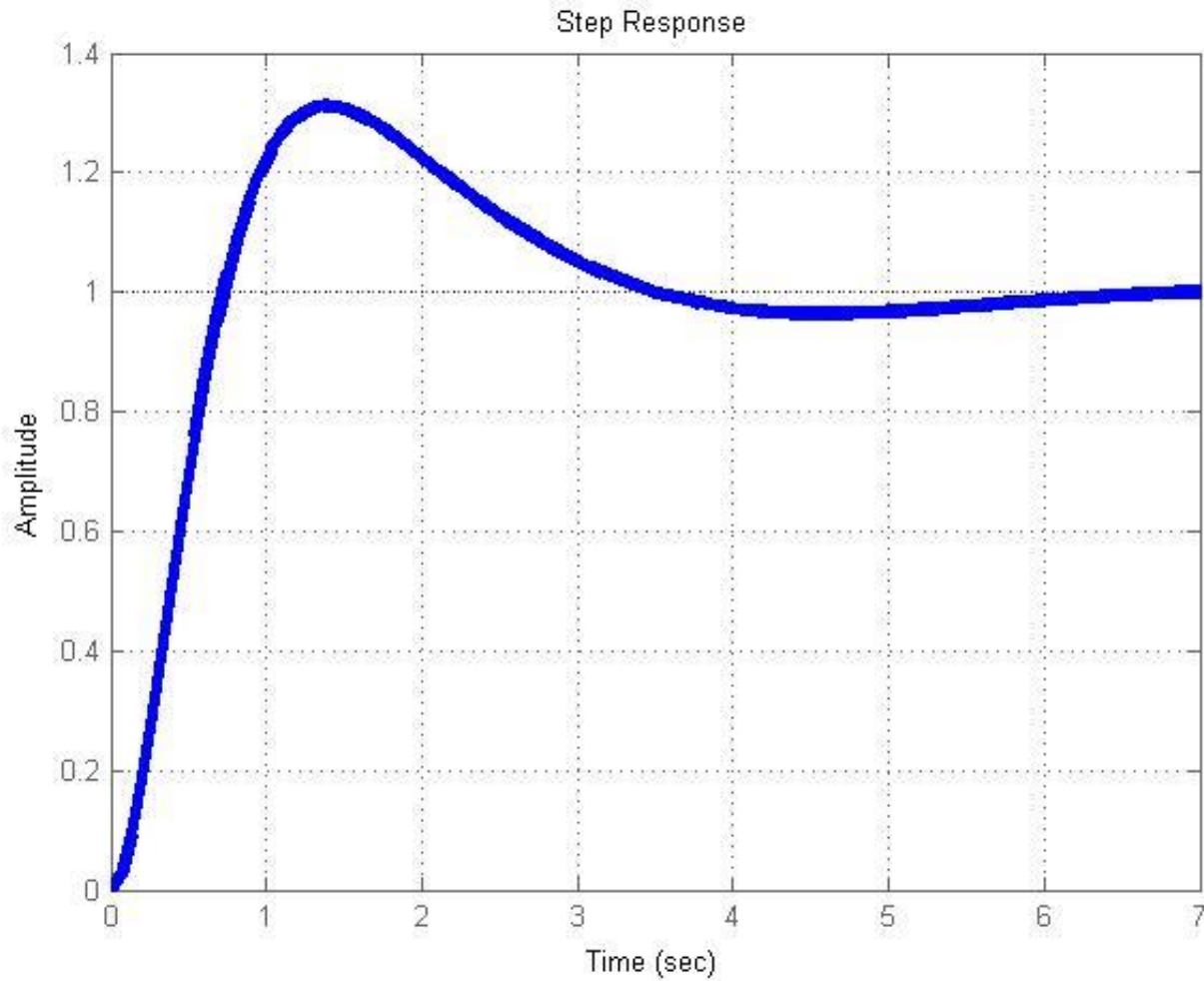


# EX. GANHO LIMITE

$K_p=18$

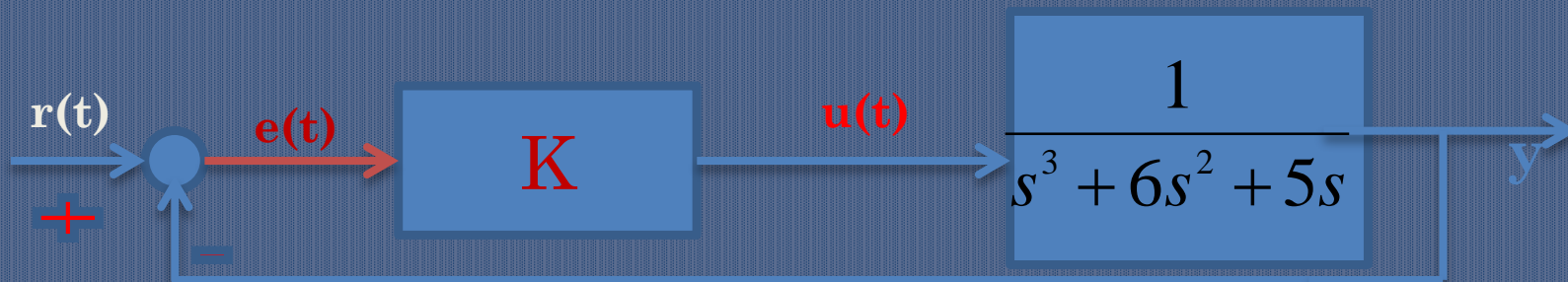
$K_i=12$

$K_d=12$



# GANHO LIMITE: ALTERNATIVA PARA ACHAR O GANHO CRÍTICO

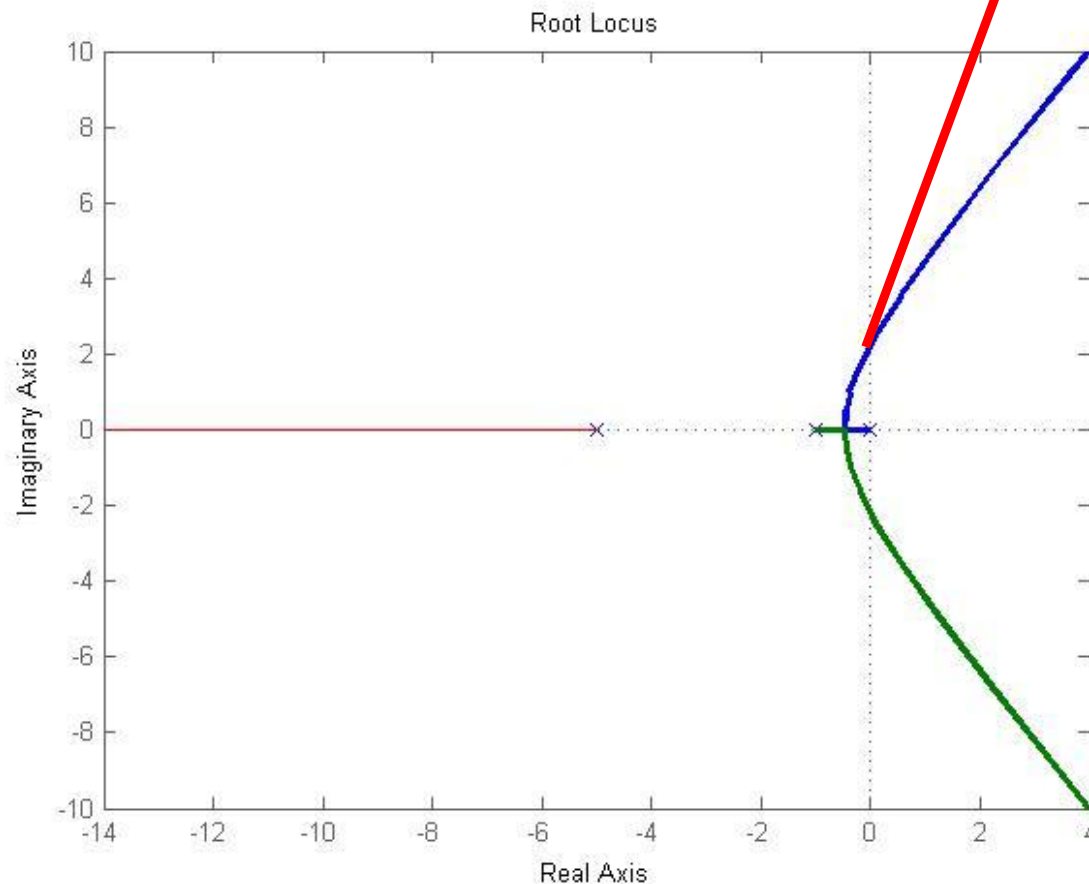
- Usar o root-locus (evans no Scilab, rlocus no Matlab)
- O comando varia  $0 < K < \infty$ , calcula os polos de malha fechada e faz um gráfico. Mostra o movimento dos polos de malha fechada conforme  $K$  varia.





# GANHO LIMITE: ALTERNATIVA PARA ACHAR O GANHO CRÍTICO

- Usar o root-locus (evans no Scilab)



Para este ganho  $K$  os polos estão sobre o eixo imaginário → O sistema em MF responde de forma harmônica.