

## Relatório de Experimento Roda de Inércia

### INTRODUÇÃO

O experimento da Roda de Inércia tem como objetivo central promover ao estudante uma aproximação entre as vertentes teórica e prática no que diz respeito à física dos movimentos de rotação; e faz-se isso a partir de um arranjo que envolve rodas de inércia que são aceleradas pela queda de pesos presos à extremidade de um fio a elas enrolado.

Com base na física do arranjo, é proposta a comparação direta entre o que a teoria permite determinar com o que na prática somos capazes de medir e mensurar. De fato, a percepção da importância do atrito, bem como a familiarização com as grandezas cinemáticas das rotações e com os fenômenos dinâmicos nelas envolvidos mostram-se como metas primordiais do experimento.

### DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

O experimento foi realizado na modalidade virtual. Logo, além da montagem que envolveu a filmagem (filmadora, tripé etc.), os instrumentos utilizados no experimento foram uma base de madeira, um suporte de ferro, um fio de prumo, uma roda de inércia, um peso e um transferidor.

A base de madeira, apoiada ao chão, sustentou o suporte de ferro, ao qual o fio de prumo foi fixado para que o conjunto fosse ajustado de modo a permanecer na vertical local. O arranjo descrito consta na Figura 1:



Figura 1. Da esquerda para a direita: base de madeira, suporte de ferro e fio de prumo.

A roda de inércia (composta por dois discos acoplados, um de aço e outro de acrílico) foi presa ao suporte de ferro. O transferidor (graduado em graus) foi fixado ao centro da roda de inércia, direção para a qual a filmadora foi mantida para que as fotos fossem feitas. Finalmente, um peso (**objeto com massa considerável**) foi preso a um fio, e este por sua vez enrolado em torno de um dos discos (de aço ou acrílico) da roda de inércia. **Na modalidade considerada, o fio foi enrolado ao disco de aço.** A Figura 2 mostra esses instrumentos:



Figura 2. Da esquerda para a direita: roda de inércia, transferidor e peso pendurado à roda de inércia.

O experimento consistiu em acelerar a roda de inércia através da queda do peso (a ela preso através de um fio). Com a filmadora direcionada no transferidor e com o cronômetro ativado, fotografias sucessivas foram registradas, de modo que as posições angulares de um raio-vetor de referência (marcado na roda de inércia) pudessem ser determinadas.

## ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS OBTIDOS

A partir da sequência de fotos disponibilizada na situação A4 da modalidade virtual do experimento, a Tabela 1 reúne os tempos  $t_i$  de tiragem das fotografias e as posições angulares  $\theta_i$  do raio-vetor de referência, medidas a partir da leitura devida do transferidor:

Nº da Foto (i)	$t_i$ (s)	$\theta_i$ (°) ( $\pm 0,5^\circ$ )
0	27,661	22,8
1	27,728	23,0
2	27,794	23,8
3	27,861	25,0
4	27,928	26,2
5	27,995	28,7
6	28,061	31,3
7	28,128	34,9
8	28,195	38,7
9	28,262	43,2
10	28,328	48,1
11	28,395	54,0
12	28,462	60,1
13	28,528	67,1
14	28,595	74,3

**Tabela 1.** Listagem de  $t_i$  (valor do relógio) e  $\theta_i$  (posição angular do raio vetor de referência) de cada foto.

A partir dos dados da Tabela 1, o instante médio  $\bar{t}_i$  de cada intervalo de tempo  $[t_{i-1}; t_{i+1}]$  foi calculado a partir da Equação 1. Com a suposição de que a velocidade angular no instante  $\bar{t}_i$  seja igual à velocidade angular média no intervalo  $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ , a primeira foi calculada de acordo com a Equação 2. A incerteza dessa velocidade angular é expressa pela Equação 3 (a incerteza da leitura do transferidor ( $\sigma_\theta$ ) foi considerada  $0,5^\circ$ , e o intervalo de tempo é  $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$ ). Essas três grandezas constam na Tabela 2.

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_{i+1}}{2}$$

**Equação 1.** Instante médio do intervalo de tempo  $[t_{i-1}; t_{i+1}]$ .

$$\omega(\bar{t}_i) \cong \bar{\omega}_{[t_{i-1}; t_{i+1}]} = \frac{\theta_{i+1} + \theta_{i-1}}{t_{i+1} + t_{i-1}}$$

**Equação 2.** Aproximação para a velocidade angular em  $t = \bar{t}_i$ .

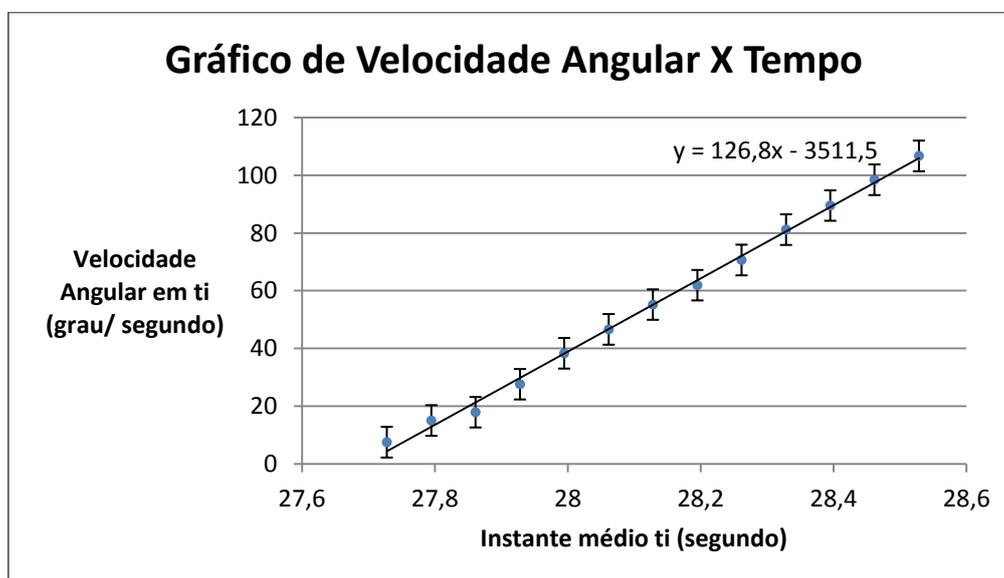
$$\sigma_{\omega(\bar{t}_i)} = \frac{\sqrt{2}}{\Delta t} \sigma_{\theta_i}$$

**Equação 3.** Incerteza da velocidade angular determinada na Equação 2.

Instante Médio	$\bar{t}_i$ (s)	$\omega(\bar{t}_i)$ (°/s)	$\sigma_{\omega(\bar{t}_i)}$ (°/s)
$\bar{t}_1$	27,7275	7,518796992	5,3166
$\bar{t}_2$	27,7945	15,03759398	5,3166
$\bar{t}_3$	27,861	17,91044776	5,2769
$\bar{t}_4$	27,928	27,6119403	5,2769
$\bar{t}_5$	27,9945	38,34586466	5,3166
$\bar{t}_6$	28,0615	46,61654135	5,3166
$\bar{t}_7$	28,128	55,2238806	5,2769
$\bar{t}_8$	28,195	61,94029851	5,2769
$\bar{t}_9$	28,2615	70,67669173	5,3166
$\bar{t}_{10}$	28,3285	81,20300752	5,3166
$\bar{t}_{11}$	28,395	89,55223881	5,2769
$\bar{t}_{12}$	28,4615	98,4962406	5,3166
$\bar{t}_{13}$	28,5285	106,7669173	5,3166

**Tabela 2.** Listagem dos dados obtidos a partir das Equações 1, 2 e 3.

A partir dos dados da Tabela 2 e com o auxílio do Microsoft Office Excel 2007, foi criado o Gráfico 1, que mostra a relação  $\omega(\bar{t}_1) \times \bar{t}_1$  (velocidade angular em função do tempo). A reta relativa ao conjunto de dados também foi ajustada e é mostrada no gráfico. Os dados da Tabela 2 foram mantidos com várias casas após a vírgula para que o gráfico fosse melhor demarcado e a reta melhor determinada pelo software.



**Gráfico 1.** Gráfico da velocidade angular em função do tempo, de acordo com a Tabela 2. As barras de incerteza referem-se à incerteza do cálculo da velocidade angular, feito a partir das Equações 2 e 3. A incerteza do cronômetro foi desconsiderada nesta modalidade do experimento.

Considerando que a roda de inércia adquiriu aceleração angular  $\alpha$  constante ao sofrer o torque da força-peso do peso (torque suposto constante, portanto), a equação horária da sua velocidade angular é da forma  $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$ . Logo, a partir da equação de reta ajustada de *velocidade angular x tempo* do Gráfico 1, temos que  $\omega_0 = -3511,5$  °/s e que  $\alpha = 126,8$  °/s<sup>2</sup>.

Através da Equação 4 pode-se calcular a incerteza do valor experimental dessa aceleração angular.

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_{\omega} \sqrt{12}}{T \sqrt{N}}$$

**Equação 4.** Incerteza da aceleração angular experimental obtida a partir do Gráfico 1.

Calculando essa incerteza, uma vez que a incerteza da velocidade angular foi obtida através da média simples dos valores da Tabela 2, ou seja,  $\sigma_{\omega} = 5,3013$  %/s, e considerando o intervalo de tempo total  $T = 28,5285 - 27,7275 = 0,801$  s e o número de pontos experimentais  $N = 13$ , obtém-se  $\sigma_{\alpha} = 1,764$  %/s<sup>2</sup>. A partir da relação  $180^{\circ} = \pi$  rad, obtemos  **$\alpha = 2,213 \pm 0,031$  rad/s<sup>2</sup>**.

Tendo em mãos a aceleração angular experimental  $\alpha$ , prossegue-se para o cálculo da aceleração angular teórica  $\alpha'$ . Supondo um sistema ideal e sem atrito, a aceleração angular teórica da roda de inércia pode ser calculada a partir da Equação 5 e sua incerteza, a partir da Equação 6. Os dados requeridos na Equação 5 constam na Tabela 3 e as grandezas da Equação 6 são calculadas a partir das Equações 7, 8, 9 e 10.

$$\alpha' = \frac{\tau}{I_{total}} = \frac{Mgd}{\frac{m_{A\zeta} + R_{A\zeta}^2}{2} + \frac{m_{Ac} + R_{Ac}^2}{2}}$$

**Equação 5.** Expressão para a aceleração angular teórica da roda de inércia.

$$\sigma_{\alpha'} = \alpha' \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\tau}}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_{total}}}{I_{total}}\right)^2}$$

**Equação 6.** Fórmula para a incerteza da aceleração angular teórica da roda de inércia.

$$\sigma_{\tau} = \tau \sqrt{\left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2}$$

**Equação 7.** Fórmula para a incerteza do torque do peso.

$$I_{total} = I_{A\zeta} + I_{Ac}$$

**Equação 8.** Expressão para o momento de inércia total da roda de inércia

$$\sigma_{I_{total}} = I_{total} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_{A\zeta}}}{I_{A\zeta}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_{Ac}}}{I_{Ac}}\right)^2}$$

**Equação 9.** Fórmula para a incerteza do momento de inércia total da roda de inércia.

$$\sigma_I = I \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_R}{R}\right)^2}$$

**Equação 10.** Fórmula para a incerteza do momento de inércia de cada disco

<b>Objeto</b> \ <b>Parâmetro</b>	<i>Diâmetro (cm)</i>	<i>Massa (g)</i>
<i>Disco de Aço</i>	$2R_{AC} = 25,49 \pm 0,01$	$m_{AC} = 3600 \pm 1\%$
<i>Disco de Acrílico</i>	$2R_{AC} = 7,940 \pm 0,002$	$m_{AC} = 65 \pm 1\%$
<i>Peso</i>	- - - - -	$M = 52,75 \pm 0,005$

**Tabela 3.** Dados de massa e dimensão dos discos e do peso.

A partir da Equação 5 - atentando para o fato de que  $g \approx 9,8\text{m/s}^2$  e de que  $d$  é a distância entre o eixo de rotação da roda de inércia e a linha de aplicação da força-peso do peso (ou seja, é o raio do disco de aço, uma vez que o fio ao qual o peso foi preso foi envolto ao disco de aço) - e da Tabela 3, obtém-se  $\alpha' = 2,249 \text{ rad/s}^2$  e  $\sigma_{\alpha'} = 0,032 \text{ rad/s}^2$ . Assim, obtém-se  **$\alpha' = 2,249 \pm 0,032 \text{ rad/s}^2$** .

De acordo com os valores de  $\alpha$  (experimental) e  $\alpha'$  (teórico), existem dois comentários plausíveis de serem feitos.

Primeiramente, o fato de termos encontrado  $\alpha' > \alpha$  indica uma premissa razoável de aceitação, uma vez que na situação ideal ( $\alpha'$ ), a roda de inércia desenvolveria sim uma aceleração angular maior que na experimental ( $\alpha$ ). Isso ocorreria, pois na situação experimental existe atrito entre a roda de inércia e o fio que prende o peso, e é notável esse atrito causa um torque contra o sentido do torque da força-peso do peso, fazendo com que o torque resultante seja menor que o da situação ideal. Por consequência do torque resultante ser menor na presença do atrito, a aceleração angular desenvolvida foi menor em comparação à situação teórica.

Outra premissa factível é em relação aos valores encontrados de  $\alpha$  e  $\alpha'$ . Dentro do intervalo das incertezas de cada um dos valores, existe um intervalo grande de coincidência entre eles. Uma vez que isso ocorre, a depender da precisão que se quer num experimento, especialmente quando ela é puramente qualitativa, pode-se considerar sim o atrito do fio com a roda de inércia desprezível.

---

## CONCLUSÃO

O experimento atendeu seus objetivos principais, no sentido de ter permitido uma aproximação entre as vertentes experimental e teórica relativas à situação analisada, sendo que essa aproximação se deu até o ponto de se poder afirmar que o atrito da roda de inércia com o fio que prende o peso é desprezível, dadas certas proporções de precisão.

No que diz respeito à familiarização com cinemática e dinâmica rotacionais, o experimento também teve devido sucesso, uma vez que envolveu a determinação, o cálculo, a análise e a reflexão de grandezas como posição angular, velocidade angular, aceleração angular, momento de inércia, torque etc.

As Equações 11 e 12 permitem correlacionar  $\alpha$  e  $\alpha'$  com o parâmetro  $k$  de comparação e sua incerteza.

$$k = \frac{\alpha}{\alpha'}$$

**Equação 11.** Expressão para o parâmetro  $k$  de comparação.

$$\sigma_k = k \sqrt{\left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\alpha'}}{\alpha'}\right)^2}$$

**Equação 12.** Fórmula para a incerteza do parâmetro  $k$  de comparação.

Aplicando os valores de  $\alpha$  e  $\alpha'$  nas Equações 11 e 12, obtemos  **$k = 0,984 \pm 0,02$** . Os limites inferior e superior de  $k$  são 0,964 e 1,004. Considerando a proximidade de ambos de 1, é plausível, finalmente, concluir que  $\alpha \approx \alpha'$ .