

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

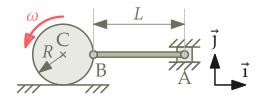
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA I – Atividade E2.1 – Reoferecimento 2023

- Esta atividade é composta por 1 questão e deve ser realizada individualmente.
- Antes de realizar sua submissão, o aluno deve ler as regras para a realização das atividades remotas.
- Além da pontuação indicada em cada um dos itens, o aluno poderá receber até **0,2 ponto** no quesito "Apresentação e Diagramação", conforme avaliação que receber de seus colegas.

Enunciado

O mecanismo plano ilustrado na figura abaixo é constituído por um disco rígido de raio R que rola sem escorregar sobre uma superfície plana horizontal fixa, uma barra rígida AB de comprimento L e um bloco A que pode deslizar livremente no interior de uma guia horizontal fixa. As extremidades A e B da barra encontram-se articuladas ao centro do bloco e ao bordo do disco, respectivamente. Considere a base ortonormal positiva $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ indicada, solidária à base fixa, e assuma que o disco mantém velocidade angular constante igual a $\omega \vec{k}$.



Para a resolução dos itens (a), (b), (c) e (d), considere que o mecanismo se encontra na posição indicada na figura fornecida acima.

- a) (0,2) Identifique o centro instantâneo de rotação (CIR) do disco.
- b) (0,8) Determine as velocidades \vec{v}_B do ponto B e \vec{v}_C do ponto C.
- c) (1,2) Faça a construção geométrica que permita determinar o centro instantâneo de rotação (CIR) da barra AB.
- d) (1,2) Obtenha as expressões do vetor rotação $\vec{\omega}_{AB}$ da barra AB e da velocidade \vec{v}_A do ponto A.

Para a resolução dos itens (e) e (f), considere que o mecanismo se encontra em uma posição distinta da indicada na figura fornecida acima.

- **e)** (1,0) Desenhe o mecanismo na posição em que a barra AB instantaneamente descreve um ato de translação.
- f) (0,4) Nesta nova posição, determine a velocidade \vec{v}_A do ponto A.

Resolução comentada

(a) O disco rola sem escorregar sobre a superfície plana horizontal fixa. Desta forma, seu centro instantâneo é o ponto D de contato do disco com esta superfície.

Atribua uma nota na escala 0/1 (resposta incorreta) ou 1/1 (resposta correta) para a solução de seu colega. Note que o eventual nome que seu colega tenha atribuído ao ponto de contato não influi na resolução do problema, basta que a identificação tenha sido correta.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

(b) As velocidades dos pontos B e C podem ser obtidas a partir da aplicação da equação de campo de velocidades ao disco:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{B}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{D}} + \omega \wedge (\mathbf{B} - \mathbf{D}) = \vec{\mathbf{0}} + \omega \vec{\mathbf{k}} \wedge R(\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}}) \qquad \Rightarrow \qquad \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{B}} = \omega R(-\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}})$$

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{C}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{D}} + \omega \wedge (\mathbf{C} - \mathbf{D}) = \vec{\mathbf{0}} + \omega \vec{\mathbf{k}} \wedge R\vec{\mathbf{j}} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{C}} = -\omega R\vec{\mathbf{i}}$$

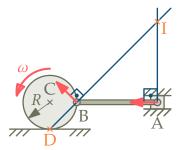
Atribua uma nota na escala 0/4 a 4/4 para a solução de seu colega. **Cada uma das respostas corretas vale até 2/4**, sendo:

2/4: resposta inteiramente correta;

1/4: raciocínio correto, sem erro dimensional, porém com algum erro de cálculo.

0/4: demais casos.

(c) O CIR da barra AB é obtido como a interseção das retas passantes por A e B (linhas em azul marinho), construídas perpendiculares às respectivas velocidades (indicadas em vermelho):



Atribua uma nota na escala 0/1 (resposta incorreta) ou 1/1 (resposta correta) para a solução de seu colega. Note que o eventual nome que seu colega tenha atribuído ao CIR não influi na resolução do problema.

(d) Como a barra AB descreve movimento plano, sabemos que $\vec{\omega}_{AB} = \omega_{AB}\vec{k}$. Além disso, o ponto A descreve um movimento retilíneo paralelo ao versor \vec{i} . Assim, $\vec{v}_A = v_A \vec{i}$. Da equação de campo de velocidades para a barra AB, temos:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{B}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{A}} + \vec{\omega}_{\mathrm{AB}} \wedge (\mathbf{B} - \mathbf{A}) = v_{\mathrm{A}}\vec{\mathbf{i}} + \omega_{\mathrm{AB}}\vec{\mathbf{k}} \wedge (-L\vec{\mathbf{i}}) = v_{\mathrm{A}}\vec{\mathbf{i}} - \omega_{\mathrm{AB}}L\vec{\mathbf{j}}$$

Igualando esta expressão para \vec{v}_B à anteriormente obtida no item (b), componente a componente:

$$\begin{array}{lll} v_{\rm A} = -\omega R & \Longrightarrow & \vec{\rm v}_{\rm A} = -\omega R \vec{\rm i} \\ \\ -\omega_{\rm AB} L = \omega R & \Longrightarrow & \omega_{\rm AB} = -\omega \frac{R}{L} & \Longrightarrow & \vec{\omega}_{\rm AB} = -\omega \frac{R}{L} \vec{\rm k} \end{array}$$

Alternativamente, o CIR da barra AB poderia ser utilizado para a solução do problema:

$$|\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{B}}| = |\vec{\omega}_{\mathrm{AB}}||\mathbf{B} - \mathbf{I}| \quad \Rightarrow \quad \omega R \sqrt{2} = |\vec{\omega}_{\mathrm{AB}}|L\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad |\vec{\omega}_{\mathrm{AB}}| = \omega \frac{R}{L} \quad \Rightarrow \quad |\vec{\omega}_{\mathrm{AB}}| = -\omega \frac{R}{L} \vec{\mathbf{k}}$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Para realizar a última passagem acima, devemos observar que, a partir da construção feita no item (c), a barra AB gira no sentido horário, o que corresponde à orientação $-\vec{k}$. Ainda, observando que a velocidade do ponto A tem a orientação do versor $-\vec{i}$:

$$|\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{A}}| = |\vec{\omega}_{\mathrm{AB}}||\mathbf{A} - \mathbf{I}| = \omega \frac{R}{L} L = \omega R \quad \Rightarrow \quad \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{A}} = -\omega R \vec{\mathbf{I}}$$

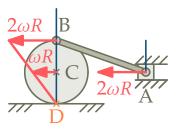
Atribua uma nota na escala 0/4 a 4/4 para a solução de seu colega. **Cada uma das respostas corretas vale até 2/4**, sendo:

2/4: resposta inteiramente correta;

1/4: raciocínio correto, sem erro dimensional, porém com algum erro de cálculo.

0/4: demais casos.

(e) Para que a barra AB descreva uma translação, é necessário que as velocidades dos pontos A e B sejam vetores paralelos. Como a velocidade de A é sempre paralela ao versor \vec{i} , deve-se buscar uma posição em que \vec{v}_B também seja paralelo a \vec{i} . Considerando que B também pertence ao disco de centro C e que C tem velocidade $\vec{v}_C = -\omega R\vec{i}$, em uma posição em que B estiver sobre a reta DC (com D sendo o CIR do disco) as velocidades de B e C serão paralelas entre si. Obtém-se assim a posição desejada:



Atribua uma nota na escala 0/1 (resposta incorreta) ou 1/1 (resposta correta) para a solução de seu colega. Basta que seu colega tenha desenhado o mecanismo com os pontos A, B e C nas posições corretas para que sua resposta seja considerada correta. Todo o restante das indicações da figura pode ser considerado opcional.

(f) Neste nova configuração do sistema, temos para o disco:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{B}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{D}} + \vec{\boldsymbol{\omega}} \wedge (\mathbf{B} - \mathbf{D}) = \vec{\mathbf{0}} + \boldsymbol{\omega} \vec{\mathbf{k}} \wedge (2R\vec{\mathbf{j}}) = -2\boldsymbol{\omega}R\vec{\mathbf{i}}$$

Ainda, considerando que, nesta nova configuração a barra AB se encontra em translação:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{A}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{B}} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{A}} = -2\omega R\vec{\mathbf{i}}$$

Atribua uma nota na escala 0/2 a 2/2 para a solução de seu colega, sendo:

2/2: resposta inteiramente correta;

1/2: raciocínio correto, sem erro dimensional, porém com algum erro de cálculo.

0/2: demais casos.