PME3100 - MECÂNICA I

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS - CINEMÁTICA

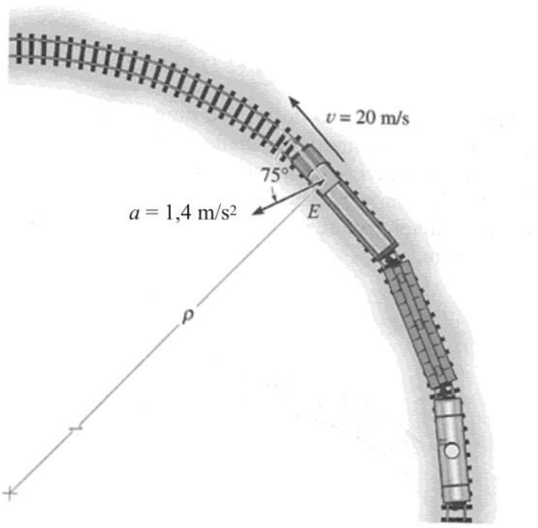
LISTA DE EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES AO LIVRO TEXTO (Cap. 6 e 7)

(FRANÇA, L. N. F.; MATSUMURA, A. Z. Mecânica Geral. Ed. Edgard Blücher, 2ª ed., 2004)

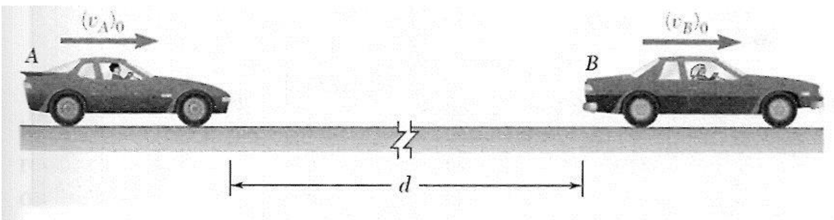
Exercícios - Cinemática do Ponto

(CP.1) Dispara-se verticalmente para baixo, com velocidade inicial de 60 m/s, um pequeno projétil contra um meio fluido. Desprezando-se a aceleração da gravidade, e devido à resistência do fluido, o projétil experimenta uma desaceleração $a = (-0{,}4v^2)$ m/s^2, onde a velocidade é dada em m/s. Determine a velocidade e a posição do projétil 4s após ter sido disparado.
Resposta: $v = 0{,}62\ m/s$ e $s = 11{,}4\ m$

(CP.2) Num dado instante, a locomotiva em E tem uma velocidade de 20 m/s e uma aceleração de 1,4 m/s2 orientada como indicado na figura.
Determine:
(a) a taxa de aumento de velocidade nesse instante;
(b) o raio de curvatura da trajetória.
Dados:
sen 75º = 0,965926; cos 75º = 0,258819

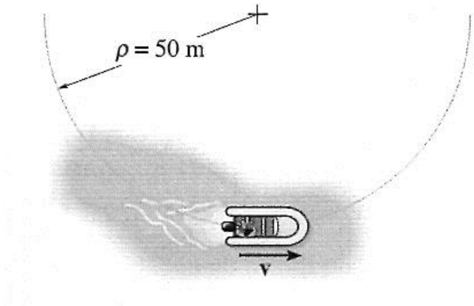


(CP.3) Os carros A e B estão viajando respectivamente com as velocidades escalares constantes de $(v_A)_0$ = 35,2 km/h e $(v_B)_0$ = 20,8 km/h em uma estrada coberta de gelo. Para evitar ultrapassar o carro B, o motorista do carro A aplica seus freios de modo que seu carro desacelera a uma taxa constante de 4,2 cm/s^2. Determine a distância d entre os carros na qual o motorista do carro A deve pisar no freio para evitar a colisão com o carro B.



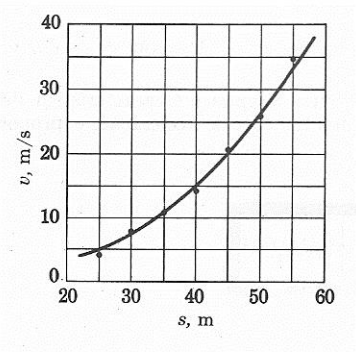
Resposta: $d = 190{,}5\ m$

(CP.4) Partindo do repouso, um bote segue uma trajetória circular ($\rho = 50$ m) a uma velocidade escalar $v = (0{,}2t^2)$ m/s, onde t é dado em segundos. Determine os módulos da velocidade e da aceleração do bote no instante t = 3 s.



(CP.5) Dados experimentais para o movimento de uma partícula ao longo de uma linha reta registraram valores medidos da velocidade v para vários deslocamentos s. Uma curva suave foi desenvolvida com os pontos assinalados no gráfico. Determine a aceleração da partícula, quando $s = 40$ m.

Resposta: $a = 12{,}5$ m/s^2



(CP.6) Um ponto P move-se, em relação ao sistema $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, segundo as equações:

$$x = t^3/3$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} t^2$$

$$z = t$$

Pedem-se, em função de t, mediante a decomposição dos vetores nas direções $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$:

a) as velocidades vetorial e escalar de P;
b) o vetor aceleração de P;
c) o raio de curvatura da trajetória;
d) o triedro de Frenet $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$;
e) As acelerações tangencial e normal de P.

Resposta:

a) $\boxed{\vec{v} = t^2 \vec{i} + \sqrt{2}\, t\, \vec{j} + \vec{k}}$

b) $\boxed{\vec{a} = 2t \vec{i} + \sqrt{2}\, \vec{j}}$

c) $\boxed{\rho = \dfrac{(t^2+1)^2}{\sqrt{2}}}$

d) $\boxed{\vec{t} = \dfrac{1}{t^2+1}\left(t^2 \vec{i} + \sqrt{2}\, t\, \vec{j} + \vec{k}\right)}$

$$\boxed{\vec{n} = \frac{1}{t^2+1}\left(\sqrt{2}\,t\,\vec{i} - \left(t^2-1\right)\vec{j} + \sqrt{2}\,t\vec{k}\right)}$$

$$\boxed{\vec{b} = \frac{1}{t^2+1}\left(-\vec{i} + \sqrt{2}\,t\,\vec{j} - t^2\vec{k}\right)}$$

e) $\boxed{\left|\vec{a}_n\right| = \sqrt{2}}$

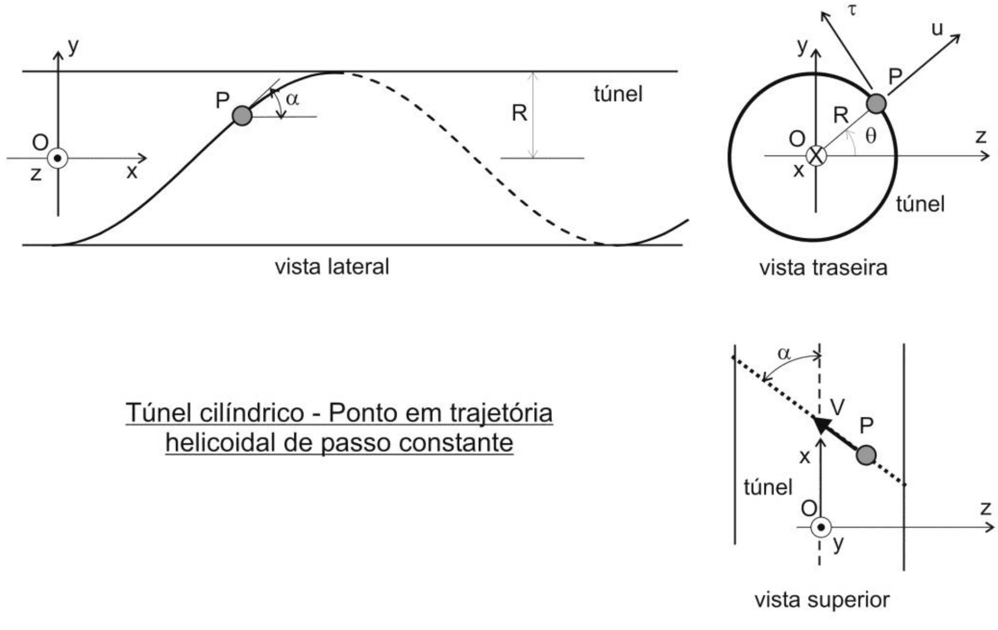
$\boxed{\left|\vec{a}_t\right| = 2t}$

(CP.7) Sendo $\vec{v}$ e $\vec{a}$, respectivamente, os vetores velocidade e aceleração de um ponto P numa dada posição, mostre que a curvatura c da sua trajetória nesta posição (= $1/\rho$, o inverso do raio de curvatura ρ) é dada por:

$$c = \frac{|\vec{v} \wedge \vec{a}|}{v^3} = \frac{1}{\rho}$$

(Sugestão: usar coordenadas intrínsecas.)

(CP.8) O vídeo “Tunel”, disponível no “site” da disciplina, mostra uma manobra acrobática com um automóvel dentro de um túnel. Vamos adotar um modelo físico simplificado para essa manobra, ilustrado na figura abaixo, com as seguintes hipóteses:



- o túnel será representado por uma superfície cilíndrica de raio R. Vamos adotar aqui um cilindro completo, embora não houvesse maiores dificuldades em adotar um cilindro truncado pela pista de rodagem, o que representaria melhor o caso real;
- o veículo será representado por um ponto material P de massa M;
- o movimento se inicia no ponto mais baixo do cilindro, com a direção do veículo fazendo um ângulo de entrada α com o eixo daquele;

- a trajetória se desenvolve na superfície cilíndrica do túnel. Supõe-se que o ângulo de avanço α seja constante, ou seja, a trajetória é helicoidal de passo constante – isso corresponde a supor que não existam deslizamentos laterais do veículo;

- o piloto, além de manter o volante fixo, não acelera nem freia o veículo durante toda a manobra, ou seja, não há dissipação nem fornecimento de energia ao veículo.

Nestas condições, pede-se:

a) obtenha as coordenadas do ponto P (ou seja, as componentes do vetor posição $(P - O)$) usando o sistema de coordenadas cartesiano (O, x, y, z) indicados na figura, em função do parâmetro (ângulo) θ e das constantes R e α.

b) obtenha as coordenadas do ponto P (ou seja, as componentes do vetor posição $(P - O)$) usando o sistema de coordenadas cilíndricas (O, R, θ, x) indicados na figura, em função do parâmetro (ângulo) θ e das constantes R e α.

c) obtenha o raio de curvatura da trajetória, nas posições em que o ângulo θ é igual a -90º, 0º, 45º e 90º.

d) obtenha as componentes do vetor velocidade $\vec{V}$ do ponto P, nos eixos x, y e z indicados na figura, em função do parâmetro (ângulo) θ.

e) obtenha as expressões da aceleração tangencial e da aceleração normal desse ponto em função da velocidade V, nas coordenadas intrínsecas $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$.

Respostas:

a) $(P - O) = \frac{R(\theta - \theta_o)}{tg\alpha}\,\vec{\imath} + Rsen(\theta - \theta_o)\,\vec{\jmath} + Rcos(\theta - \theta_o)\,\vec{k}$

b) $(P - O) = R\vec{u} + \frac{R(\theta - \theta_0)}{\tan\alpha}\vec{\imath}$

c) para todos os valores de θ pedidos: $\rho = \frac{R}{sen^2\alpha}$

d) $\vec{V} = V\cos\alpha\ \vec{\imath} + Vsen\alpha\ cos(\theta - \theta_o)\vec{\jmath} - Vsen\alpha\ sen(\theta - \theta_o)\,\vec{k}$

e) Aceleração tangencial: $\vec{a}_t = \dot{V}\vec{t}$; Aceleração normal: $\vec{a}_n = \frac{V^2}{\rho}\vec{n} = \frac{sen^2\alpha}{R}V^2\vec{n}$

(CP.9) O movimento de um ponto é descrito pelas três equações escalares:

$$x = 2 + \cos\ t$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}(2 + sen\ t)$$

$$z = 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}(2 + sen\ t)$$

num sistema cartesiano ortogonal O*xyz*.

Pedem-se:

1) $\vec{v}, \vec{a}, \vec{a}_t, \vec{a}_n, v$ e o raio de curvatura da trajetória.

2) mostrar que o movimento é plano

Exercícios - Cinemática do Sólido

1) Os pontos $A(1,2)$, $B(2,1)$ e $C(-1,1)$ pertencem a um mesmo sólido. Sabendo que $\vec{v}_A = \vec{i} - 2\vec{j}$ e que $\vec{v}_B = 3\vec{i} + m\vec{j}$, pedem-se:

a) O valor de *m*.

b) A velocidade $\vec{v}_C$ do ponto *C*.

Respostas: a) $m = 0$ b) $\vec{v}_C = 3\vec{i} - 6\vec{j}$

2) São dadas num determinado instante as posições dos pontos $A(0,2,1)$, $B(0,3,1)$, $C(1,3,1)$ e $D(0,3,2)$ e as velocidades $\vec{v}_A = \vec{j}$ e $\vec{v}_D = 2\vec{i} + \vec{k}$. Considere duas situações para a velocidade de *C*: $\vec{v}_C = \vec{i}$ e $\vec{v}_C = -\vec{i}$. Pede-se:

a) Verificar se *A*, *C* e *D* podem pertencer a um mesmo sólido; considere as duas situações do ponto *C* e justifique a resposta.

b) Determinar a velocidade de *B* para que *A*, *B*, *C* e *D* pertençam ao mesmo sólido;

c) Determinar o vetor rotação $\vec{\Omega}$ desse sólido.

Respostas: a) sim, $\vec{v}_C = \vec{i}$ b) $\vec{v}_B = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ c) $\vec{\Omega} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

3) *A* e *B* são dois pontos genéricos de um sólido em movimento qualquer. Demonstrar que:

a) $\dfrac{d(B-A)}{dt}$ é ortogonal a $(B-A)$.

b) A projeção das velocidades de *B* e *A* sobre a reta *AB* são iguais.

c) A diferença de velocidades $(\vec{v}_B - \vec{v}_A)$ é um vetor ortogonal a $(B-A)$.

4) Mostre que se dois pontos *P* e *Q* de um mesmo corpo rígido têm, em um dado instante, a mesma velocidade, então:

i) $(P-Q)$ é paralelo ao vetor de rotação $\vec{\omega}$ ou

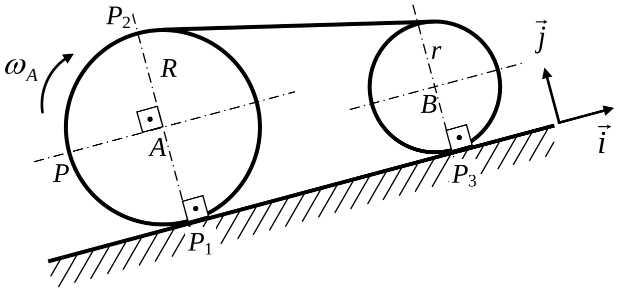
ii) O corpo realiza, neste instante, um ato de movimento translatório puro.

5) Seja *A* um ponto de uma figura plana em movimento plano e $\vec{r}_A$ o seu vetor de posição. Pede-se mostrar que:

a) O vetor de posição $\vec{r}_C$ do centro instantâneo de rotação *C* é dado por $\vec{r}_C = \vec{r}_A + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}_A)/\omega^2$, onde $\vec{\omega}$ é o vetor de rotação da figura.

b) A aceleração do centro instantâneo de rotação *C* será nula se, para um ponto *A*: $\vec{a}_A = (\dot{\omega}\vec{v}_A)/\omega + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}_A)$

6) O chassi de um tanque de guerra (localizado entre as rodas A e B da figura) translada com velocidade $v\vec{i}$ ($v > 0$, constante). A roda de centro B e raio r é ligada à anterior por uma esteira, não havendo escorregamento entre a esteira e as rodas. Não havendo escorregamento entre a esteira e o solo inclinado por onde anda o tanque, determinar por suas componentes na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:



a) As velocidades $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ dos pontos P_1, P_2 e P_3 indicados.

b) Os vetores de rotação $\vec{\omega}_A$ e $\vec{\omega}_B$ das rodas de centro A e B, respectivamente.

c) A velocidade $\vec{v}_P$ do ponto P indicado; $(P - A)$ paralelo a $\vec{i}$.

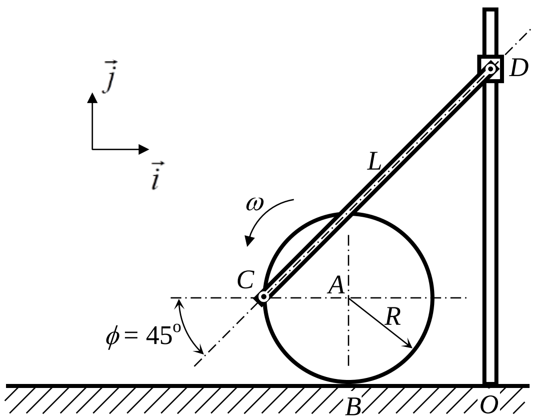
d) Trace a distribuição de velocidades dos pontos do segmento de reta que vai de P_1 a P_2.

Obs.: todas as perguntas se referem ao movimento das rodas em relação ao solo.

Respostas:

a) $\vec{v}_1 = \vec{0}$; $\vec{v}_2 = 2v\vec{i}$; $\vec{v}_3 = \vec{0}$ b) $\vec{\omega}_A = -\dfrac{v}{R}\vec{k}$ e $\vec{\omega}_B = -\dfrac{v}{r}\vec{k}$ c) $\vec{v}_P = v(\vec{i} + \vec{j})$

7) O disco de centro A e raio R rola sem escorregar sobre um plano horizontal com velocidade angular constante ω. A barra CD de comprimento L é articulada em C e D. A luva em D pode deslizar ao longo da guia vertical. Na condição indicada na figura ($\phi = 45^o$), pede-se:



a) Determinar a velocidade vetorial $\vec{v}_C$ do ponto C, e o centro instantâneo de rotação I, da barra CD, indicando graficamente.

b) O vetor de rotação $\vec{\Omega}$, da barra CD.

c) A velocidade $\vec{v}_D$ do ponto D.

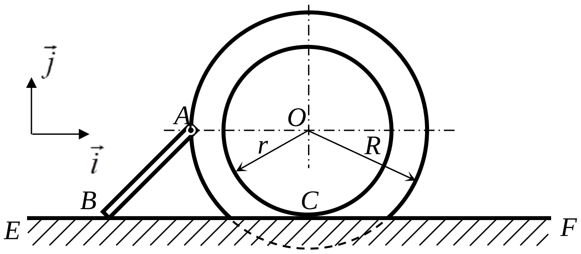
d) A aceleração $\vec{a}_C$ do ponto C.

Respostas:

a) $\vec{v}_C = -\omega R(\vec{i} + \vec{j})$ b) $\vec{\Omega} = -\dfrac{\sqrt{2}R\omega}{L}\vec{k}$ c) $\vec{v}_D = -2\omega R\vec{j}$ d) $\vec{a}_C = \omega^2 R\vec{i}$

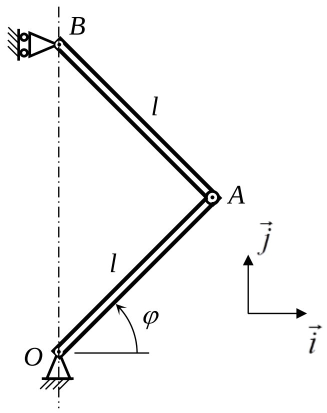
8) Os discos da figura formam um corpo rígido, o qual gira sem escorregar sobre o trilho *EF*. A barra *AB* tem comprimento $r\sqrt{2}$ e tem sua extremidade *B* arrastada sobre o trilho *EF*. Sabendo que o ponto *O* tem velocidade escalar *v*, aceleração escalar *a*, e que o conjunto se desloca na direção de $\vec{i}$, determinar, em função de *r*, *R*, *v* e *a*:

a) O vetor de rotação $\vec{\omega}$ do disco.
b) A aceleração $\vec{a}_C$ do ponto *C*.
c) A velocidade $\vec{v}_A$ do ponto *A*.
d) A velocidade $\vec{v}_B$ do ponto *B*.
e) O vetor de rotação $\vec{\omega}_{AB}$ da barra *AB*.



9) O sistema indicado move-se no plano $O\vec{i}\,\vec{j}$. A barra *OA* gira em torno de *O*, de maneira que $\varphi = \omega t$ ($\omega > 0$, constante). No ponto *A* as barras estão ligadas por uma articulação. A extremidade *B* percorre um trecho do eixo $O\,\vec{j}$. Pedem-se:

a) A posição do *CIR* da barra *AB*.
b) A velocidade $\vec{v}_B$ de *B* e a velocidade $\vec{v}_A$ de *A*.
c) O vetor de rotação $\vec{\Omega}$ da barra *AB*.
d) A velocidade $\vec{v}_M$, do ponto médio *M* da barra *AB*.
e) Os valores máximo e mínimo de $|\vec{v}_M|$, indicando para quais valores de φ eles ocorrem. (***Item complementar)***



Obs. i)Admitir que o sistema possibilita $0 \le \varphi \le \dfrac{\pi}{2}$.

ii)Os vetores pedidos devem ser expressos na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

iii)Os escalares pedidos devem ser expressos em função da variável φ.

Respostas: b) $\vec{v}_B = 2l\omega\cos\varphi\,\vec{j}$; $\vec{v}_A = l\omega(-\text{sen}\,\varphi\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j})$ c) $\vec{\Omega} = -\omega\vec{k}$

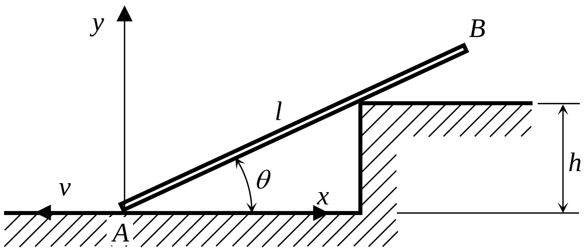
d) $\vec{v}_M = \dfrac{l\omega}{2}(-\text{sen}\,\varphi\vec{i} + 3\cos\varphi\,\vec{j})$ e) $|\vec{v}_M|_{máx,\varphi=0} = \dfrac{3}{2}\omega l$; $|\vec{v}_M|_{mín,\varphi=\frac{\pi}{2}} = \dfrac{1}{2}\omega l$

10) A extremidade A da barra AB move-se com velocidade horizontal v constante, conforme indicado na figura. Pede-se:

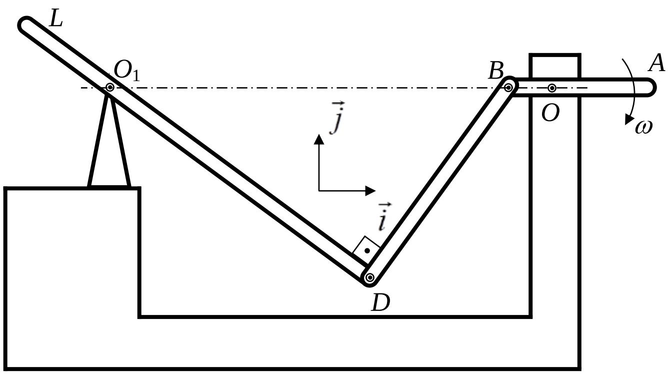
a) As coordenadas do *CIR* em relação ao sistema de coordenadas dado.

b) A velocidade angular da barra AB.

c) O vetor velocidade do ponto B.



11) Na figura está representado o esquema de uma guilhotina. A lâmina móvel L da guilhotina é acionada pelas alavancas AOB e BD. É conhecida a velocidade angular ω da alavanca AOB e as seguintes dimensões: $OB = l$; $O_1D = 8l$, $BD = 6l$.



Determinar:

a) O Centro Instantâneo de Rotação (CIR) da alavanca BD.

b) O vetor velocidade $\vec{v}_B$ do ponto B.

c) O vetor de rotação $\vec{\omega}_{BD}$ da alavanca BD.

d) O vetor velocidade $\vec{v}_D$ do ponto D.

e) O vetor de rotação $\vec{\omega}_L$ da lâmina móvel L.

Respostas: b) $\vec{v}_B = \omega l\,\vec{j}$ c) $\vec{\omega}_{BD} = \dfrac{\omega}{10}\vec{k}$ d) $\vec{v}_D = 0{,}48\omega l\vec{i} + 0{,}64\omega l\vec{j}$ e) $\vec{\omega}_L = \dfrac{\omega}{10}\vec{k}$

12) No mecanismo plano da figura, a barra *EF* é paralela ao eixo *x* e tem velocidade constante $-v\vec{i}$. A barra *AB* é articulada em *A*, não havendo escorregamento entre o disco e as barras *EF* e *AB* nos seus pontos de contato *D* e *C*. Pede-se determinar em função de *v*, *R* e θ:

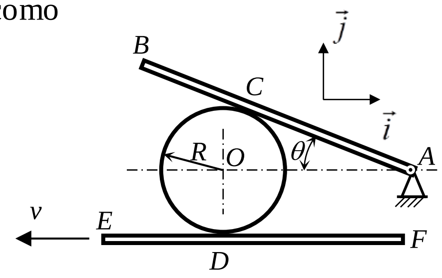
a) O centro instantâneo de rotação *I* do disco, assim como $(I-O)$.

b) $\vec{v}_O$ e o vetor de rotação $\vec{\omega}_d$ do disco.

c) $\vec{v}_C$ e o vetor de rotação $\vec{\omega}_b$ da barra *AB*.

d) A aceleração $\vec{a}_O$ do ponto *O*.

e) $\vec{a}_D$, supondo que *D* pertença à barra *EF*.



13) A barra *AB* é articulada em *A* e o ponto *B* escorrega sobre o plano; o disco de centro *O* e raio *R* rola sem escorregar sobre o plano, com velocidade angular $\omega = \dot{\theta}$ constante. Pede-se determinar:

a) Graficamente o CIR do disco e o da barra.

b) A relação entre os ângulos φ e θ.

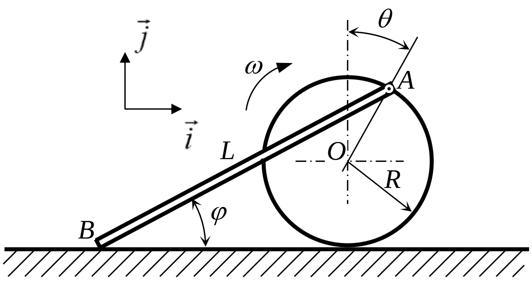
c) O vetor de rotação $\vec{\Omega}$ da barra.

d) A velocidade vetorial do ponto *B*.

e) A aceleração vetorial do ponto *A*.

f) Os valores de θ para os quais a barra tem um ato de movimento de translação.

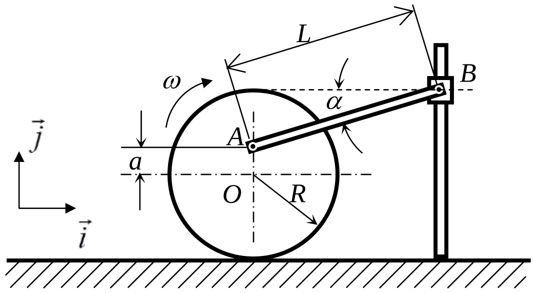
Obs.: utilize os versores $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ indicados.



Respostas: b) $Lsen\varphi = R(1+\cos\theta)$ c) $\vec{\Omega} = -\dfrac{R\omega sen\theta}{L\cos\varphi}\vec{k}$ d) $\vec{v}_B = [\omega R(1+\cos\theta) + \Omega Lsen\varphi]\vec{i}$

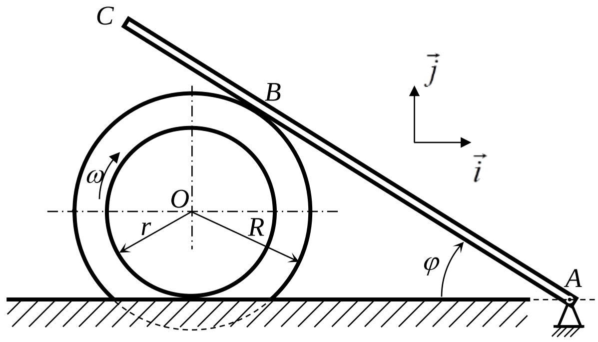
e) $\vec{a}_A = -\omega^2 R(sen\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j})$ f) $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$

14) Um disco de raio R e centro O rola, sem escorregar, com velocidade angular ω constante, conforme indica a figura. A barra AB tem comprimento L e está presa, em B, numa sapata deslizante e, em A, num pino a uma distância a do centro do disco. Pedem-se, em função de ω, a, L, e R, para a posição mostrada na figura:



a) A velocidade $\vec{v}_A$ do ponto A.
b) O CIR da barra AB.
c) O vetor de rotação $\vec{\omega}_{AB}$ da barra AB.
d) A velocidade $\vec{v}_B$ do ponto B.

15) No sistema da figura os dois discos (O, r) e (O, R) são unidos entre si por um eixo em O, mas podem girar independentemente um do outro, sem atrito, em torno do eixo comum. O disco menor (O, r) rola sem escorregar sobre o plano horizontal com velocidade angular ω constante. A barra AC apóia-se no disco (O, R) e não há escorregamento no contato. Pedem-se em função de ω, r, R e φ usando os versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:



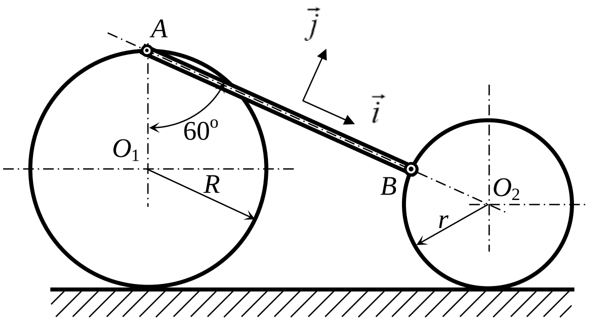
a) A posição do CIR do disco (O, R).
b) A velocidade angular Ω do disco (O, R).
c) A velocidade angular ω_b da barra AC.
d) A aceleração $\vec{a}_B$ do ponto B da barra.

Respostas:

a) $(CIR - O) = \dfrac{R}{\cos\varphi}\vec{j}$ b) $\vec{\Omega} = \dfrac{\omega r \cos\varphi}{R}\vec{k}$ c) $\vec{\omega}_B = -\dfrac{\omega r \sin^2\varphi}{R\cos\varphi + r}\vec{k}$

d) $$\vec{a}_B = \frac{(\omega r)^2 \sin^3\varphi}{R\cos\varphi + r}\left\{-\frac{R + r\cos\varphi}{R\cos\varphi + r}\vec{i} - \left(1 + \frac{\cos\varphi[r\cos\varphi + R]}{R\cos\varphi + r}\right)\vec{j}\right\}$$

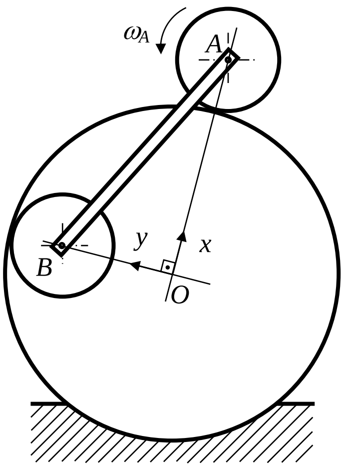
16) Os discos indicados (de raios R e r) movem-se num plano, rolando sem escorregar sobre a horizontal fixa. Num certo instante o vetor de rotação do disco de centro O_1 é $\vec{\Omega} = \Omega\vec{k}, (\Omega > 0, \vec{k} = \vec{i} \wedge \vec{j})$. Nesse instante a barra AB, cujas extremidades são articuladas a dois pontos na periferia dos discos, ocupa a posição indicada, na qual A, B e O_2 estão alinhados. Pedem-se nesse instante , em função das constantes. R, r e Ω, expressando os vetores na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:



a) As velocidades $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ dos pontos A e B.

b) O vetor de rotação $\vec{\omega}$ do disco de centro O_2.

17) Os discos de raios r, centros A e B rolam sem escorregar, externa e internamente à circunferência fixa de centro O e raio R. O movimento se dá no plano do sistema móvel $O\vec{i}\,\vec{j}$ indicado. Dado o vetor de rotação do disco de centro A: $\vec{\omega}_A = \omega_A \vec{k}$, ($\omega_A$, constante, $\vec{k} = \vec{i} \wedge \vec{j}$), determinar por suas componentes na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:



a) O vetor de rotação $\vec{\Omega}$ da barra AB que está articulada aos centros dos discos.

b) O vetor de rotação $\vec{\omega}_B$ do disco de centro B.

c) A aceleração $\vec{a}_M$ do ponto médio M do segmento AB.

Respostas:

a) $\vec{\Omega} = -\left(\dfrac{r}{R+r}\right)\omega_A \vec{k}$ b) $\vec{\omega}_B = -\left(\dfrac{R-r}{R+r}\right)\omega_A \vec{k}$ c) $\vec{a}_M = -\dfrac{r^2\omega_A^2}{2(R+r)}\left(\vec{i} + \dfrac{R-r}{R+r}\vec{j}\right)$

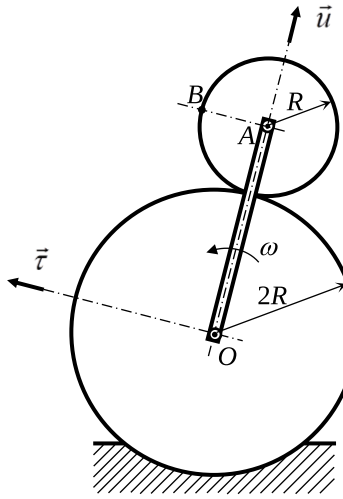
18) A haste rígida *OA* gira com velocidade angular constante ω, movimentando o disco de centro *A* que rola sem escorregar sobre o disco de centro *O*, que é fixo. Determine:

a) O *CIR* da barra *OA* e do disco de centro *A*.

b) A velocidade $\vec{v}_A$ do ponto *A*.

c) O vetor de rotação $\vec{\Omega}$ do disco de centro *A*.

d) A velocidade $\vec{v}_B$ e a aceleração $\vec{a}_B$ do ponto *B*.



19) No sistema da figura a barra *AB* move-se com velocidade $-v\vec{i}$ de módulo constante. Não ocorre escorregamento no ponto *K* entre o disco de raio *r* e a barra *OC*. Utilizando a base $(\vec{u},\vec{\tau},\vec{k})$, fixa em relação à barra *OC*, pede-se:

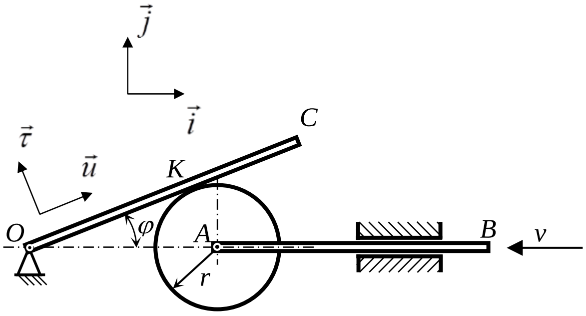
a) Determinar graficamente o *CIR* do disco.

b) O vetor de rotação $\vec{\Omega}$ do disco.

c) O vetor de rotação $\vec{\omega}$ da barra *OC*.

d) O vetor aceleração angular $\dot{\vec{\Omega}}$ do disco.

e) Os vetores aceleração $\vec{a}_K$ dos pontos *K* do disco e da barra *OC*.

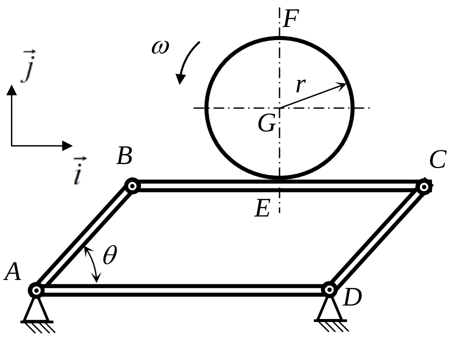


Respostas:

a) $(CIR - A) = r\tan\varphi\vec{u} + r\vec{\tau}$ b) $\vec{\Omega} = -\frac{v}{r}\cos\varphi\vec{k}$ c) $\vec{\omega} = \frac{v}{r}\frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi}\vec{k}$ d) $\dot{\vec{\Omega}} = \left(\frac{v}{r}\right)^2\frac{\sin^3\varphi}{\cos\varphi}\vec{k}$

e) $\vec{a}_{K,B} = \left(\frac{v}{r}\right)^2\sin^2\varphi\left\{\left(\frac{\cos^2\varphi+1}{\cos^2\varphi}\right)\vec{\tau} - \tan\varphi\vec{u}\right\}$; $\vec{a}_{K,D} = -\frac{v^2}{r}\left\{\frac{\sin^3\varphi}{\cos\varphi}\vec{u} + \cos^2\varphi\vec{\tau}\right\}$

20) O mecanismo plano de quatro barras é constituído por barras com dimensões: $AB = CD = L$ e $AD = BC = 2L$. As barras estão articuladas em *A, B, C, D* conforme a figura. O disco de raio *r* e centro *G* rola sem escorregar sobre a barra *BC* com velocidade angular constante ω. O ângulo entre as barras *AB* e *AD* segue a lei horária $\theta = \Omega t$ (Ω = constante). No instante mostrado na figura, o ponto *E* de contato está situado na metade da barra *BC* e o ponto *F* está na periferia do disco e na vertical definida pelos pontos *E* e *G*. Neste instante pedem-se:



a) a velocidade do ponto *E* ($\vec{v}_E$);

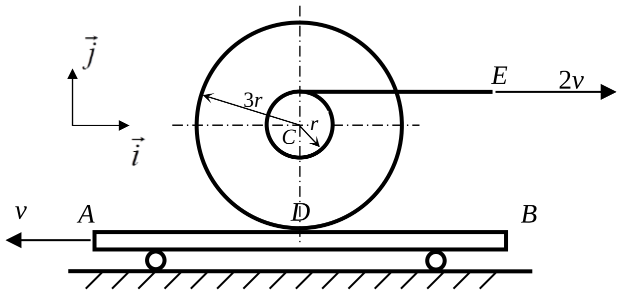
b) a velocidade do ponto *F* ($\vec{v}_F$);

c) a aceleração do ponto *E* pertencente ao disco.

No instante em que $\theta = 45°$, determine:

d) as coordenadas do centro instantâneo de rotação para o disco, usando o sistema $A\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$. (***Item complementar)***

21) Na figura os discos concêntricos são solidários. A barra *AB* move-se horizontalmente com velocidade constante *v*. Não há escorregamento em *D*. Um fio, flexível e inextensível, é enrolado no disco menor e sua extremidade *E* tem velocidade absoluta igual a 2*v* como mostrado na figura. Adotando como referencial móvel a barra *AB* e utilizando os versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, pede-se:



a) A velocidade relativa ($v_{D,\text{rel}}$) e absoluta ($v_{D,\text{abs}}$) do ponto *D*.

b) O vetor de rotação absoluta ($\vec{\omega}$) dos discos.

c) O *CIR* dos discos.

d) As acelerações relativa, de arrastamento, de Coriolis e absoluta do ponto *D* do disco.

Respostas:

a) $\vec{v}_D = -v\vec{i}\,;\ \vec{v}_{D,\,rel} = \vec{0}$ b) $\vec{\omega} = -\dfrac{3v}{4r}\vec{k}$ c) $(I - D) = \dfrac{4r}{3}\vec{j}$

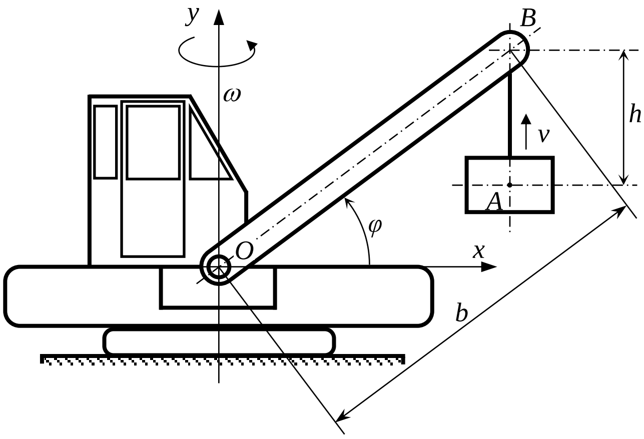
d) $\vec{a}_{D,\,arr} = \vec{0};\ \vec{a}_{D,\,cor} = \vec{0};\ \vec{a}_D = \vec{a}_{D,\,rel} = \dfrac{27v^2}{16r}\vec{j}$

22) No guindaste ilustrado na figura, a velocidade de içamento do peso *A* é *v*, constante. A cabine e a lança *BO* do guindaste giram com velocidade angular ω, constante, em torno de um eixo vertical passando por *O*. Supondo *AB* sempre vertical e sendo a cabine o referencial móvel e o solo o referencial fixo, pede-se, usando $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

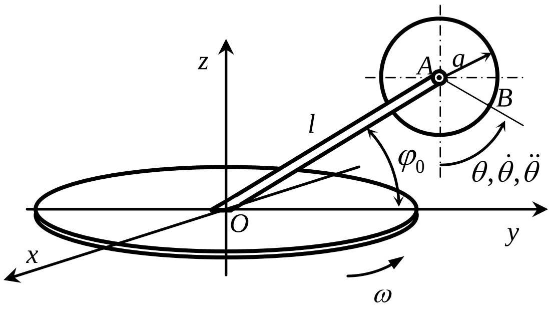
a) A velocidade absoluta do ponto *A*, supondo φ constante.

b) A aceleração absoluta do ponto *A*, supondo φ constante.

c) A velocidade absoluta do ponto *A*, supondo $\dot{\varphi} = \Omega$ constante. (***Item complementar***)



23) A plataforma circular mostrada na figura tem velocidade angular ω constante. A barra *AO* e o disco de raio *a* e centro *A* giram com a plataforma, permanecendo sempre no plano *Oyz* do sistema de coordenadas (*O*, *x*, *y*, *z*) de versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ solidário à plataforma. O ângulo φ_0 é constante.



Pede-se em função de $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ e demais dados do problema:

a) os vetores velocidade relativa, de arrastamento e absoluta do ponto *B*, pertencente à periferia do disco;

b) os vetores aceleração relativa, arrastamento e absoluta do mesmo ponto *B*.

Respostas:

a) $\vec{v}_{B,\,rel} = \dot{\theta} a \left(\cos\theta \vec{j} + sen\theta \vec{k} \right)$ $\qquad \vec{v}_{B,\,arr} = -\left(l\cos\varphi_0 + asen\theta \right)\omega \vec{i}$

b) $\vec{a}_{B,\,rel} = \left(-\dot{\theta}^2 asen\theta + \ddot{\theta} a\cos\theta \right)\vec{j} + \left(\dot{\theta}^2 a\cos\theta + \ddot{\theta} asen\theta \right)\vec{k}$

$\vec{a}_{B,\,arr} = -\omega^2 \left(l\cos\varphi_0 + asen\theta \right)\vec{j}$

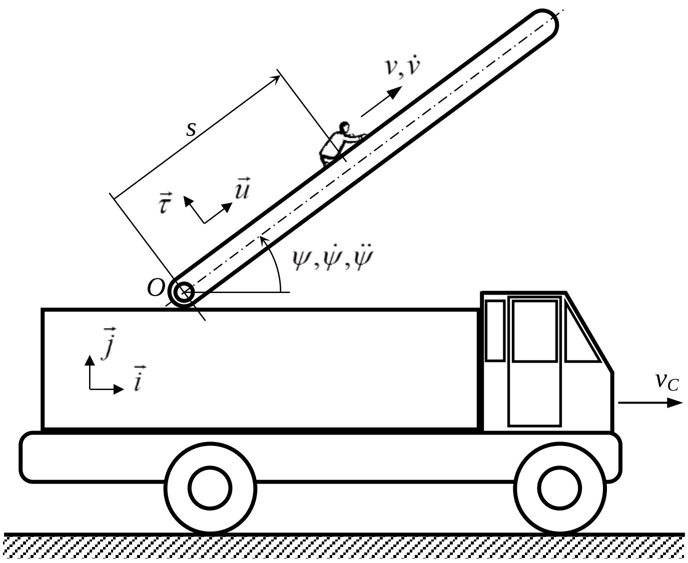
$\vec{a}_{B,\,cor} = -2\omega\dot{\theta} a\cos\theta \vec{i}$

24) Um caminhão de bombeiros avança com velocidade v_C constante. Ao mesmo tempo, sua escada gira em torno de um eixo normal ao plano da figura e que passa por O, com velocidade angular $\dot{\psi}$. Um homem sobe a escada com velocidade relativa a esta $v = \dot{s}$. São dados $s(t)$ e $\psi(t)$, portanto também conhecidos $v, \dot{v}, \dot{\psi}, \ddot{\psi}$. Obter em função dos dados:

a) Sendo a escada o referencial móvel, v_{rel}, v_{arr}, v, do homem, usando os versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

b) Idem, usando os versores $(\vec{u}, \vec{\tau}, \vec{k})$.

c) Também para o homem, e sendo a escada ainda o referencial móvel, a_{rel}, a_{arr}, a, usando os versores $(\vec{u}, \vec{\tau}, \vec{k})$.



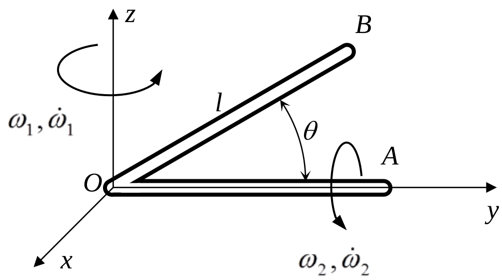
25) O triedro ($Oxyz$) gira em torno de Oz, fixo, com velocidade angular ω_1. O plano AOB gira em torno do eixo Oy com velocidade angular ω_2, relativa ao triedro ($Oxyz$). O ângulo θ entre as barras AO e OB é constante. Na posição mostrada na figura, em que o plano AOB coincide com o plano Ozy, pede-se, utilizando como referencial móvel o triedro ($Oxyz$):

a) As velocidades vetoriais relativa, de arrastamento e absoluta do ponto B.

b) As acelerações vetoriais relativa, de arrastamento, complementar (Coriolis) e absoluta de B.

c) O vetor de rotação absoluto e o vetor aceleração angular absoluto do triedro.

d) O eixo helicoidal instantâneo do triedro.



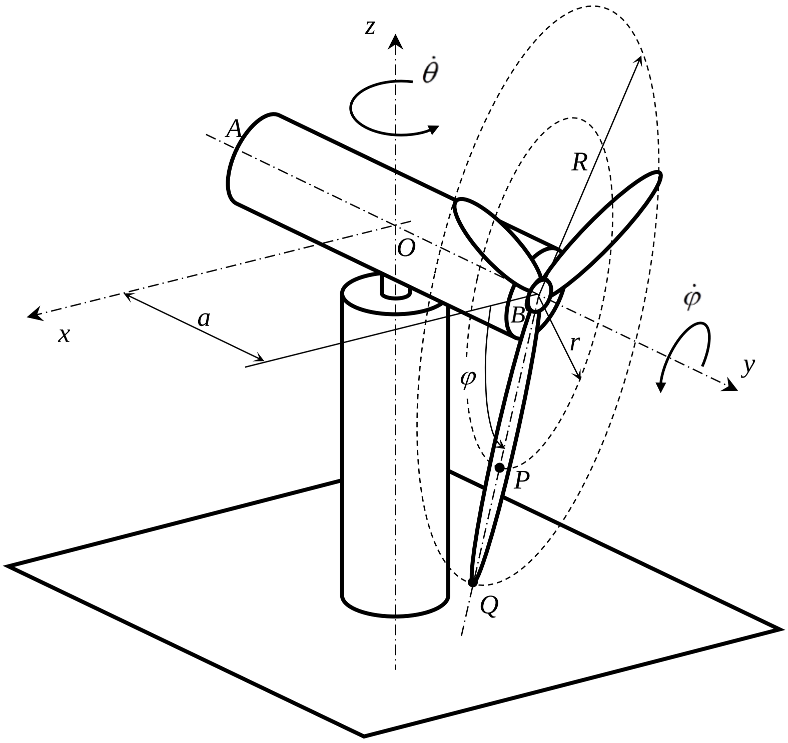
Respostas: a) $\vec{v}_{abs} = (\omega_2 sen\theta - \omega_1 \cos\theta) l \vec{i}$

b) $\vec{a}_{abs} = (\dot{\omega}_2 sen\theta - \dot{\omega}_1 \cos\theta) l \vec{i} + (2\omega_1\omega_2 sen\theta - \omega_1^2 \cos\theta) l \, \vec{j} - \omega_2^2 l sen\theta \vec{k}$

c) $\vec{\omega}_{abs} = \omega_2 \, \vec{j} + \omega_1 \vec{k}$, $\qquad \vec{\alpha}_{abs} = \dot{\omega}_2 \, \vec{j} + \dot{\omega}_1 \vec{k} - \omega_1\omega_2 \, \vec{i}$

d) $(E - O) = \lambda(\omega_2 \, \vec{j} + \omega_1 \vec{k})$

26) A figura mostra um sistema de captação de energia eólica composto por um rotor horizontal acionado por uma hélice de 3 pás e raio R. A carcaça do rotor AB pode girar em torno do eixo vertical Oz. Uma rajada de vento imprime rotação à hélice dada por $\dot{\varphi}(t)$ e provoca um movimento de rotação do conjunto em torno de Oz dado por $\dot{\theta}(t)$. Em função de $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ e dos parâmetros geométricos, pede-se, expressando os resultados na base móvel $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, solidária à carcaça AB:



a) o vetor de rotação absoluto da hélice $\vec{\omega}$ e a velocidade $\vec{v}_B$ do ponto B;

b) a velocidade vetorial $\vec{v}_P$ do ponto P da pá nº 1, situado em sua linha central a uma distância r de B;

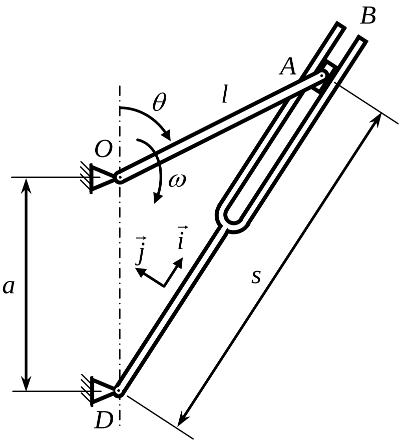
c) o vetor aceleração angular absoluto $\vec{\alpha}$ da hélice;

d) a aceleração de Coriolis $\vec{a}_{Q,comp}$ do ponto Q, na extremidade da pá;

e) a aceleração vetorial do ponto P. (***Item complementar***)

27) O mecanismo da figura consiste de uma barra AO que gira em torno da extremidade O com velocidade angular ω constante. A extremidade A é presa por um pino no cursor (ver figura) que pode deslizar internamente ao garfo DB, articulado em D. Usando como referencial móvel o garfo DB, determine em função de ω, l, a e s para $\theta = 90º$:

a) A velocidade absoluta do ponto A.
b) A velocidade relativa e de arrastamento do ponto A.
c) O vetor de rotação do garfo DB.



Respostas: b) $\vec{v}_{A,\,rel} = -\omega l \dfrac{a}{s}\vec{i}$; $\vec{v}_{A,\,arr} = -\omega \dfrac{l^2}{s}\vec{j}$ c) $\vec{\Omega} = -\dfrac{\omega l^2}{s^2}\vec{k}$

28) No mecanismo da figura a barra OC apresenta movimento de rotação em torno de O, com velocidade angular ω constante. O anel A escorrega sobre a barra OC e a barra AB, articulada no anel, tem liberdade de movimento apenas na vertical. Pede-se calcular a velocidade relativa de A com respeito à barra OC.