ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

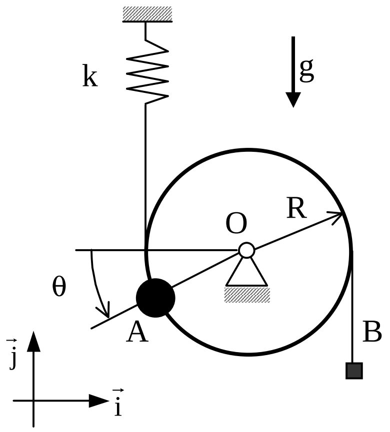
Mecânica A - PME 2100

Prova Substitutiva - Duração 100 minutos – 04 de dezembro de 2012

(Não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos)

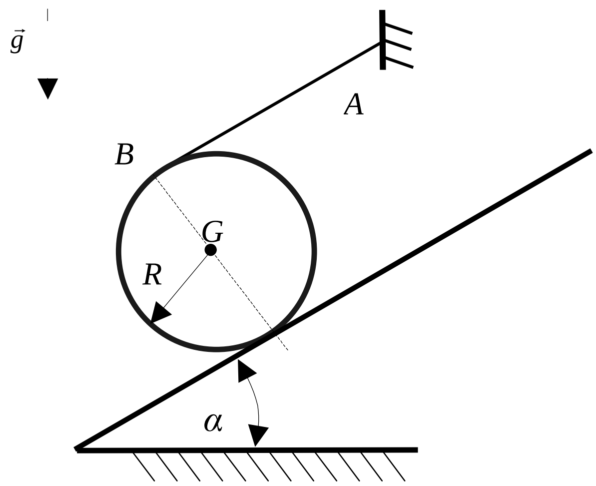
Questão 1 (3,0 pontos) Dado o sistema de forças: $\vec{F}_1 = \vec{j}$ aplicada no ponto $A(1, 0, 1)$, $\vec{F}_2 = \vec{i}$ aplicada no ponto $B(0, 1, 1)$ e $\vec{F}_3 = x\vec{i} + z\vec{k}$ aplicada no ponto $C(1, 1, 0)$, calcular os valores de x e z para que o sistema seja redutível a uma única força aplicada no ponto $O(0, 0, 0)$.

Questão 2 (3,5 pontos) O conjunto composto por um disco de massa m e raio R e uma massa concentrada m presa na posição A, está apoiado na articulação O. O conjunto está ligado a uma mola de constante elástica k e a outro corpo B de massa m/2, através de fios ideais que se enrolam à parte externa do disco, conforme mostrado na figura. O conjunto parte do repouso da posição θ = 0, sendo nula a força da mola nessa posição. Determine:



a) a velocidade angular ω e a aceleração angular $\dot{\omega}$ do conjunto em função de θ;
b) a aceleração do baricentro do conjunto G, em função de θ, ω e $\dot{\omega}$;
c) as componentes de força reativa na articulação O, nas direções $\vec{i}$ e $\vec{j}$, em função de θ, ω e $\dot{\omega}$.

Questão 3 (3,5 pontos) O disco de massa m e raio R está inicialmente em repouso (devido à ação de algum dispositivo externo não representado na figura) sobre um plano inclinado que forma o ângulo α com a horizontal e possui enrolado sobre si um cabo ideal. O cabo, por sua vez, é sustentado a partir do suporte fixo em A. Sabe-se que o coeficiente de atrito dinâmico entre o disco e o plano inclinado é μ. Quando o disco é liberado, o cabo se desenrola mantendo-se sempre esticado. Nessas condições, pedem-se:



a) o diagrama de corpo livre do disco;
b) calcular todas as forças atuantes no disco em função dos parâmetros dados.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Gabarito – Prova Substitutiva PME2100 – 04/04/2012

Questão 1:

Basta igualar a zero o momento do sistema de forças em relação ao ponto O.

$\vec{M}_O = \vec{0}$ **(1,0)**

$$\vec{M}_O = (A-O)\wedge\vec{F}_1 + (B-O)\wedge\vec{F}_2 + (C-O)\wedge\vec{F}_3$$
$$= (\vec{i}+\vec{k})\wedge\vec{j} + (\vec{j}+\vec{k})\wedge\vec{i} + (\vec{i}+\vec{j})\wedge(x\vec{i}+z\vec{k})$$
$$= \vec{k}-\vec{i}-\vec{k}+\vec{j}-z\vec{j}-x\vec{k}+z\vec{i}$$
$$= (z-1)\vec{i}+(1-z)\vec{j}-x\vec{k}$$
(1,0)

$\Rightarrow \boxed{x=0}$ e $\boxed{z=1}$ **(1,0)**

Questão 2:

a) TEC: $\Delta T = (T - T_o) = \tau^{EXT}$ $\quad$ T = T_{disco} + $T_{massa\ A}$ + $T_{massa\ B}$

$$T = \frac{1}{2}J_o\omega^2 + \frac{1}{2}mV_A^2 + \frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}m(R\omega)^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{2}(R\omega)^2 = mR^2\omega^2$$ **(0,5)**

$$\tau_{mola} = -\frac{1}{2}kx^2 = -\frac{1}{2}k(R\theta)^2 ; \tau_{massa\ A} = m_A g\, h = m_A g\, R\,\mathrm{sen}\,\theta \ ; \ \tau_{massa\ B} = -m_B g\, h = -m_B g\, R\theta$$ **(0,5)**

TEC, parte do repouso: $\omega^2 = \frac{g}{R}\left(sen\,\theta - \frac{\theta}{2}\right) - \frac{k\theta^2}{2m}$; $\dot{\omega} = \frac{g}{2R}\left(\cos\theta - \frac{1}{2}\right) - \frac{k\theta}{2m}$ **(0,5)**

b) $G - O = \frac{1}{2}(A-O) = -\frac{R}{2}(\cos\theta\vec{i} + sen\,\theta\vec{j})$ **(0,5)**

$$\vec{a}_G = \vec{a}_O + \dot{\vec{\omega}}\wedge(G-0) + \vec{\omega}\wedge[\vec{\omega}\wedge(G-O)]$$

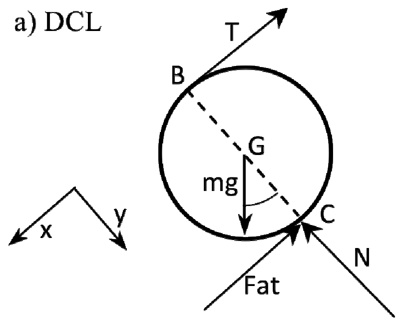
$$\vec{a}_G = \frac{R}{2}(\dot{\omega}sen\,\theta + \omega^2\cos\theta)\vec{i} + \frac{R}{2}(-\dot{\omega}\cos\theta + \omega^2 sen\,\theta)\vec{j}$$ **(0,5)**

c) TMB: $2m\vec{a}_G = \sum\vec{F}^{ext} \rightarrow 2m\vec{a}_G = X_O\vec{i} + Y_O\vec{j} - 2mg\vec{j} - T\vec{j} + kR\theta\vec{j}$

$X_O = mR(\dot{\omega}\,\mathrm{sen}\,\theta - \omega^2\cos\theta)$ e $Y_O = mR(\dot{\omega}\cos\theta + \omega^2\,\mathrm{sen}\,\theta) + 2mg + \frac{m}{2}(\dot{\omega}R + g) - kR\theta$ **(1,0)**

Questão 3:

a) DCL



(1,0)

b) TMB:

$(x): mgsen\alpha - T - Fat = ma_G$ (1)

$(y): N = mg\cos\alpha$

Condição de escorregamento:

$|\vec{F}at| = \mu mg\cos\alpha$ (2)

Relação cinemática:

$a_G\vec{i} = \dot{\omega}R\vec{i}$ (B é CIR) (3) **(0,5)**

TMA (pólo B)

$$m(G-B)\wedge\vec{a}_B + J_{BZ}\dot{\omega}\vec{k} = Rmg(sen\alpha - 2\mu\cos\alpha)\vec{k}$$

$$\frac{3mR^2}{2}\dot{\omega} = Rmg(sen\alpha - 2\mu\cos\alpha)$$

$$\dot{\vec{\omega}} = \frac{2g}{3R}(sen\alpha - 2\mu\cos\alpha)\vec{k}$$

Em (3):

$\vec{a}_G = \frac{2g}{3}(sen\alpha - 2\mu\cos\alpha)\vec{i}$ (4)

Substituindo (2) e (4) em (1):

$\vec{T} = \frac{mg}{3}(sen\alpha + \mu\cos\alpha)\vec{i}$ e: **(1,0)**

$\vec{F}at = -\mu mg\cos\alpha\vec{i}$ **(0,5)**

$\vec{N} = -mg\cos\alpha\vec{j}$ **(0,5)**