ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

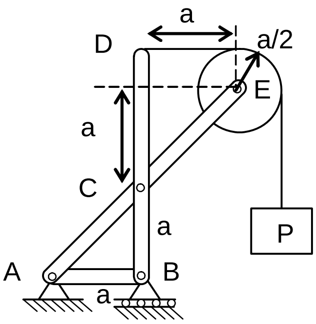
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231 CEP 05508-970, São Paulo, SP
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A – Prova Substitutiva – 29 de novembro de 2011

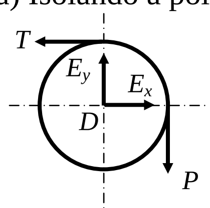
GABARITO

Questão 1 (3,0 pontos) A estrutura que suporta a carga P é composta de três barras AB, AE e BD e uma polia, com dimensões mostradas na figura. A estrutura é apoiada em A por uma articulação e em B por uma articulação deslizante (apoio simples). O fio inextensível suporta a carga P fixada no ponto D, passando pela polia de raio R e centro em E. Há uma articulação em C ligando as barras AE e BD. A partes da estrutura tem massa desprezível. Determinar:



a) As forças na polia;
b) As reações nas articulações A e B;
c) O diagrama de corpo livre da barra AE;
d) As forças na articulação C.

a) Isolando a polia:



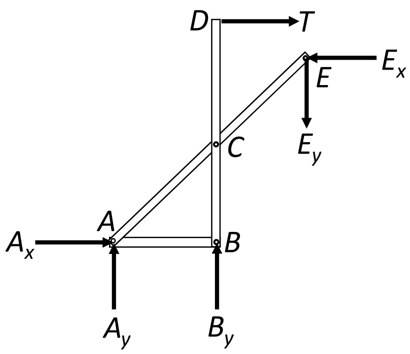
$$\sum M_E = 0 \Rightarrow P.R - T.R = 0 \Rightarrow \boxed{T = P}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow E_x - T = 0 \Rightarrow \boxed{E_x = P}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow E_y - P = 0 \Rightarrow \boxed{E_y = P}$$

(0,5)

b) Equilíbrio da estrutura formada pelas barras:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - E_x + T = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - E_y = 0$$

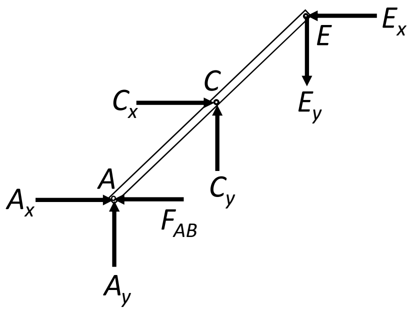
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -T.\frac{5a}{2} + E_x.2a - E_y.2a + B_y.a = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{B_y = \frac{5}{2}P} \Rightarrow \boxed{A_y = -\frac{3}{2}P}$$

(1,0)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231 CEP 05508-970, São Paulo, SP
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886
Departamento de Engenharia Mecânica

c) DCL da barra *AE*:



(0,5)

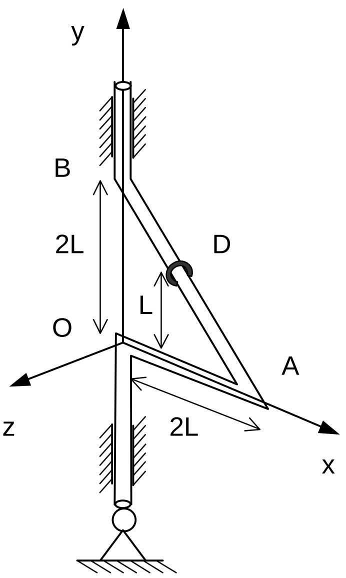
d)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - F_{AB} + C_x - E_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + C_y - E_y = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = \frac{5}{2}P}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow E_x.2a - E_y.2a - C_x.a + C_y.a = 0 \Rightarrow \boxed{C_x = \frac{5}{2}P}$$

(1,0)



Questão 2 (3,0 pontos) A barra dobrada OAB contida no plano Oxy gira em torno do eixo vertical OB com velocidade angular ω e aceleração angular $\dot{\omega}$, ambas positivas. O anel D se desloca ao longo do trecho AB da barra, com velocidade V e aceleração $\dot{V}$ relativas à barra, no sentido de B para A. Determine, para a posição do anel mostrado na figura, considerando a barra OAB como referencial móvel:

a) O vetor velocidade de arrastamento do anel e o vetor velocidade absoluta do anel;
b) O vetor aceleração de arrastamento do anel e o vetor aceleração absoluta do anel.

a) $$\vec{v}_{D,arr} = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{arr} \wedge (D - B) = \vec{0} + \omega\,\vec{j} \wedge L(\vec{i} - \vec{j}) \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{D,arr} = -\omega L\vec{k}}$$ (0,5)

$$\vec{v}_{D,rel} = \frac{\sqrt{2}}{2}V(\vec{i} - \vec{j})$$ (0,5)

$$\vec{v}_{D,abs} = \vec{v}_{D,rel} + \vec{v}_{D,arr} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{D,abs} = \frac{\sqrt{2}}{2}V(\vec{i} - \vec{j}) - \omega L\vec{k}}$$ (0,5)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231   CEP 05508-970, São Paulo, SP
Telefone: (0xx11) 3091 5337   Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

b) $\vec{a}_{D,arr} = \vec{a}_B + \dot{\vec{\omega}}_{arr} \wedge (D-B) + \vec{\omega}_{arr} \wedge [\vec{\omega}_{arr} \wedge (D-B)]$

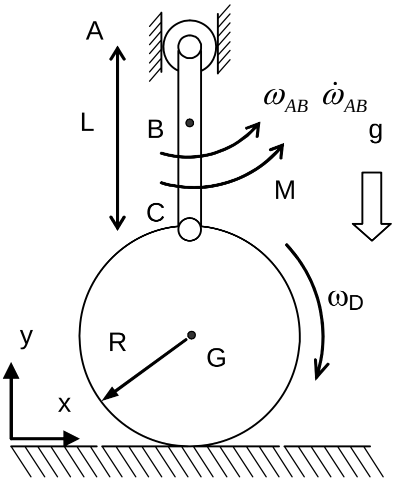
$= \vec{0} + \dot{\omega}\,\vec{j} \wedge L(\vec{i} - \vec{j}) + \omega\,\vec{j} \wedge [\omega\,\vec{j} \wedge L(\vec{i} - \vec{j})] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{D,arr} = -\omega^2 L\vec{i} - \dot{\omega} L\vec{k}}$ (0,5)

$\vec{a}_{D,rel} = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}(\vec{i} - \vec{j})$ (0,5) $\vec{a}_{D,cor} = 2\vec{\omega}_{arr} \wedge \vec{v}_{rel} = 2\omega\,\vec{j} \wedge \frac{\sqrt{2}}{2}V(\vec{i} - \vec{j}) \Rightarrow \vec{a}_{D,cor} = -\sqrt{2}\omega V\,\vec{k}$ (0,5)

$\vec{a}_{D,abs} = \vec{a}_{D,rel} + \vec{a}_{D,arr} + \vec{a}_{D,cor} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{D,abs} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V} - \omega^2 L\right)\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{V}\,\vec{j} - \left(\dot{\omega} L + \sqrt{2}\omega V\right)\vec{k}}$

QUESTÃO 3 (4,0 pontos) A barra AC, de massa m e comprimento L, desliza sem atrito no interior da guia vertical e está sujeita a um momento $\vec{M} = M\,\vec{k}$ (M constante) no sentido indicado. Em C há uma articulação ideal que permite transmitir o movimento da barra a um disco homogêneo de massa 4m e raio R que rola sem escorregar e permanece sempre em contato com o piso horizontal. No instante mostrado na figura, são conhecidos a aceleração do ponto A, $\vec{a}_A = -(g/2)\vec{j}$, os vetores velocidade angular $\vec{\omega}_{AB} = \omega\,\vec{k}$ e aceleração angular $\dot{\vec{\omega}}_{AB} = \dot{\omega}\,\vec{k}$ da barra. Nessas condições, pedem-se, em função dos dados do problema:

a) a aceleração do baricentro B da barra;
b) os diagramas de corpo livre da barra e do disco;
c) as forças no ponto C da barra;
d) o vetor aceleração angular $\dot{\vec{\omega}}_D$ do disco.

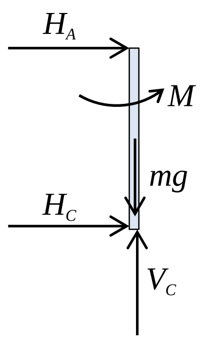


a) $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \wedge (B-A) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (B-A)) = -\frac{g}{2}\vec{j} + \dot{\omega}\vec{k} \wedge \left(-\frac{L}{2}\vec{j}\right) + \omega\vec{k} \wedge \left(\omega\vec{k} \wedge \left(-\frac{L}{2}\vec{j}\right)\right)$

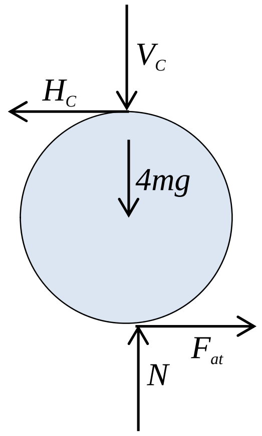
$\Rightarrow \boxed{\vec{a}_B = \frac{\dot{\omega} L}{2}\vec{i} + \frac{(\omega^2 L - g)}{2}\vec{j}}$ (1) (1,0)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231 CEP 05508-970, São Paulo, SP
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886
Departamento de Engenharia Mecânica

b)



(0,5)



(0,5)

c) TMB para a barra

$$H_A + H_c = ma_{Bx} \quad (2)$$

$$-mg + V_c = ma_{By} \quad (3)$$

TMA para a barra (pólo B)

$$J_{Bz}\dot{\omega} = M + \frac{L}{2}(H_C - H_A)$$

$$\frac{1}{12}mL^2\dot{\omega} = M + \frac{L}{2}(H_C - H_A) \quad (4)$$

(2)+ $\frac{2}{L}$ * (4) $\Rightarrow H_C = -\frac{M}{L} + \frac{1}{12}mL\dot{\omega} + \frac{1}{2}ma_{Bx}$

ou, usando (1):

$$\boxed{H_C = -\frac{M}{L} + \frac{1}{3}mL\dot{\omega}} \quad (5)$$

(0,5)

de (3): $V_c = mg + ma_{By}$

ou, usando (1):

$$\boxed{V_c = \frac{m}{2}\left(g + \omega^2 L\right)}$$

(0,5)

d) TMA para o disco – pólo no ponto de contato D entre o disco e o solo

$$-J_{Dz}\dot{\omega}_D = 2RH_c \Rightarrow \dot{\omega}_D = -\frac{H_c}{3mR}$$

ou, usando-se (5)

$$\dot{\omega}_D = \frac{1}{3R}\left(\frac{M}{mL} - \frac{L\dot{\omega}}{3}\right) \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{\omega}}_D = -\frac{1}{3R}\left(\frac{M}{mL} - \frac{L\dot{\omega}}{3}\right)\vec{k}}$$

(1,0)