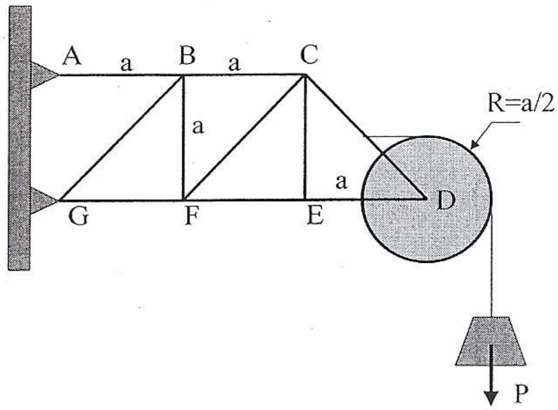
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME-2100 - Prova Substitutiva - 09/12/2003. Duração: 110 minutos.

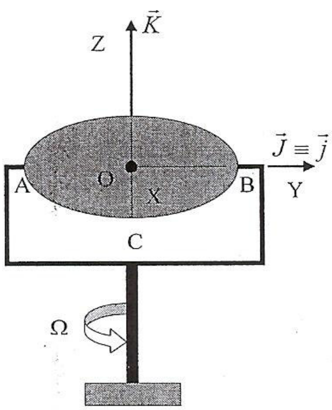
1a. Questão (3,5 pontos)

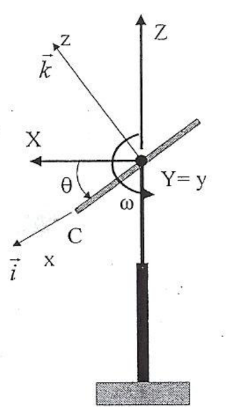


Na estrutura plana, mostrada na figura, A, B, C, D, E, F e G são articulações. Os pesos das barras e das polias podem ser desprezados. Pede-se:

a) Isolar a polia e obter as forças nela atuantes.
b) Determinar as forças de reação externas em A e G.
c) Calcular as forças atuantesa nas barras DE e CE, indicando se são de tração ou compressão.

2a. Questão (3,0 pontos)





A figura mostra um disco homogêneo, de raio R, que pode girar em torno do eixo AB ($OY \equiv Oy$), com velocidade angular $\vec{\omega} = \omega\vec{j}$. O garfo (referencial móvel) está preso a um eixo vertical que gira com velocidade angular $\vec{\Omega} = \Omega\vec{K}$.

Os eixos (OX,Y,Z) são solidários ao garfo girante. Os eixos (Ox,y,z), orientados pelos versores $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, são solidários ao disco. **Tomando o garfo como referencial móvel**, pede-se, em uma posição angular genérica definida pelo ângulo $\theta(t)$:

a) Determinar os vetores de rotação de arrastamento, relativa e absoluta do disco.
b) Determinar os vetores de velocidade de arrastamento, relativa e absoluta do ponto C, com $(C-O) = R\vec{i}$.
c) Determinar os vetores de aceleração de arrastamento, relativa, de Coriolis e absoluta do ponto C.

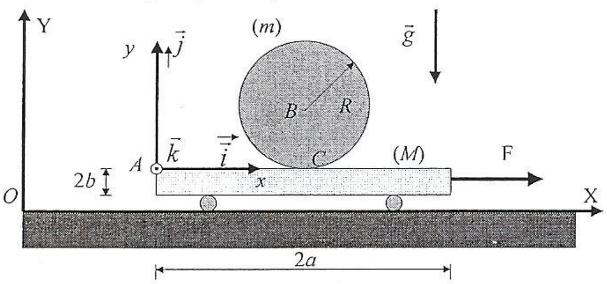
Expresse todos os vetores na base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, que orienta o referencial do disco.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Luciano Gualberto, travessa 3 nº380 CEP05508-900 São Paulo SP
Telefone: (011) 211.2998 818.5221/5223 Fax (011) 211.4308 818.5714

Departamento de Engenharia Mecânica

3a. Questão (3,5 pontos)



O disco homogêneo, de centro B, raio R e massa m, pode rolar sobre o carro, de densidade homogênea, massa M e dimensões $2a$ e $2b$. Os eixos coordenados (O,X,Y,Z) são fixos e os eixos (A,x,y,z), orientados pela base ortonormal $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, são solidários ao carro. As rodas do carro tem massa e dimensões desprezíveis. O sistema está inicialmente em repouso, quando o carro é tracionado por uma força $\vec{F}=F\vec{i}$. Denominando F_{at} a força de atrito aplicada pelo carro no disco e **admitindo que não haja escorregamento no rolamento** do disco sobre o carro pede-se, no instante de aplicação da força:

a) Os diagramas de corpo livre do carro e do disco.

b) Aplique o TMB ao disco e ao carro.

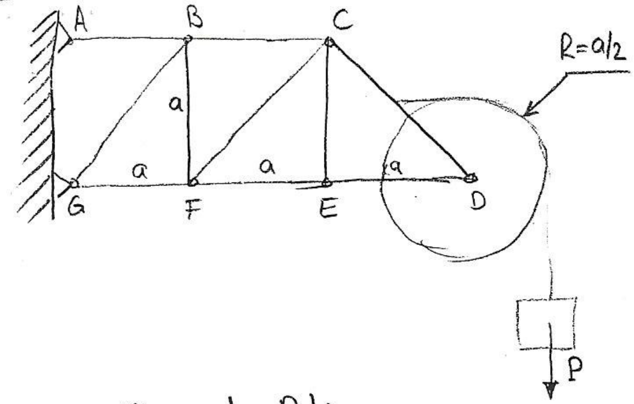
c) Aplique o TMA ao disco, escolhendo B como polo de momento de forças.

d) Determine, em função de (m,M,R,F), a aceleração absoluta a_A do carro, a aceleração angular $\alpha=\dot{\omega}$, do disco, a força de atrito F_{at} e a aceleração absoluta a_B do centro do disco.

e) Determine, em função de (m,M,F,g), o menor valor do coeficiente de atrito μ para que o movimento de rolamento sem escorregamento seja possível.

Dado: o momento de inércia de um disco homogêneo em relação a um eixo a ele perpendicular e passante por seu baricentro, $J=\dfrac{mR^2}{2}$.

3ª QUESTÃO:



a)

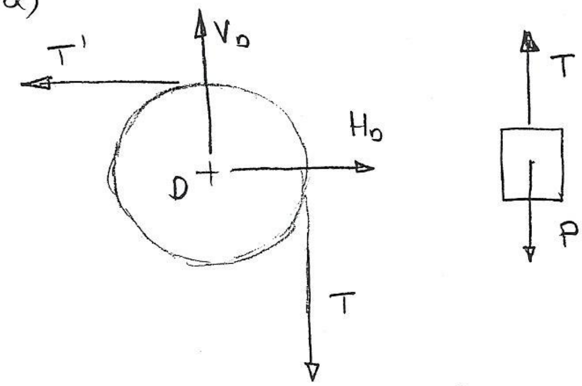
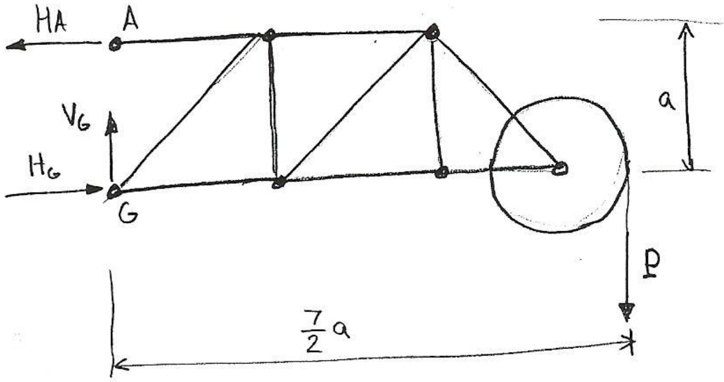


Diagrama de Corpo Livre

Equilíbrio da Polia:

$$\left.\begin{array}{ll} H \rightsquigarrow & H_D = T' \\ V \rightsquigarrow & V_D = T \\ M_D = 0 \rightsquigarrow & T' = T \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} H_D = T = P \\ V_D = T = P \end{array}$$



b)

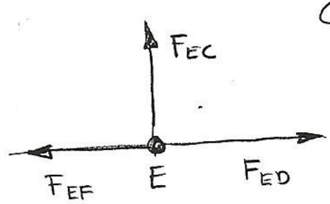
$V \rightsquigarrow \quad \boxed{V_G = P}$

$H \rightsquigarrow \quad H_A = H_G$

$M_G = 0 \rightsquigarrow \quad a H_A = \frac{7}{2} a P$

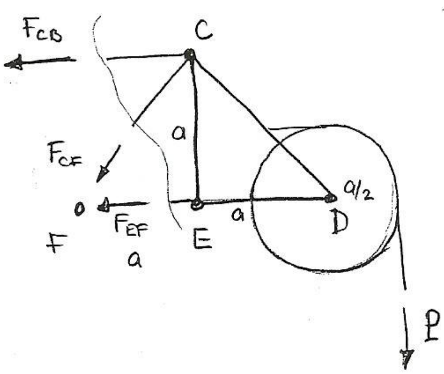
$$\boxed{H_A = H_G = \frac{7}{2} P}$$

c) Equilíbrio do Nó E :



$V \rightsquigarrow \quad \boxed{F_{EC} = 0}$

$H \rightsquigarrow \quad F_{EF} = F_{ED} \quad (I)$



Equilíbrio da Secção:

$M_C = 0 \rightsquigarrow \quad F_{EF} \cdot a = -\frac{3a}{2} P$

$$F_{EF} = -\frac{3}{2} P \quad (II)$$

substituindo II em I:

$$\boxed{F_{ED} = -\frac{3}{2} P} \text{ Compressão}$$

2ª QUESTÃO

a) $\vec{\omega}_{Abs} = \vec{\omega}_{ARR} + \vec{\omega}_{REL}$

$$\boxed{\vec{\omega}_{REL} = \vec{\omega} = \omega \vec{j}}$$

$$\vec{\omega}_{ARR} = \vec{\Omega} = \Omega \vec{K}$$

$\vec{K} = -\operatorname{sen}\theta\, \vec{i} + \cos\theta\, \vec{k}$

$\vec{J} = \vec{j}$

$\vec{I} = \cos\theta\, \vec{i} + \operatorname{sen}\theta\, \vec{k}$

$$\boxed{\vec{\omega}_{ARR} = -\Omega \operatorname{sen}\theta\, \vec{i} + \Omega \cos\theta\, \vec{k}}$$

$$\boxed{\vec{\omega}_{Abs} = -\Omega \operatorname{sen}\theta\, \vec{i} + \omega \vec{j} + \Omega \cos\theta\, \vec{k}}$$

b) $\vec{v}_C = \vec{v}_C^{ARR} + \vec{v}_C^{REL}$

$$\boxed{\vec{v}_C^{REL} = \vec{\omega} \wedge (C-O) = -\omega R \vec{k}}$$

$$\vec{v}_C^{ARR} = \vec{\Omega} \wedge (C-O) = \Omega \vec{K} \wedge R \vec{i}$$

$$\boxed{\vec{v}_C^{ARR} = \pm \Omega R \cos\theta\, \vec{j}}$$

$$\boxed{\vec{v}_C = \Omega R \cos\theta\, \vec{j} - \omega R \vec{k}}$$

c) $\vec{a}_C = \vec{a}_C^{REL} + \vec{a}_C^{ARR} + \vec{a}_C^{COR}$

movimento relativo: mov. circular com raio R

$$\boxed{\vec{a}_C^{REL} = -\dot{\omega} R \vec{k} - \omega^2 R \vec{i}}$$

movimento arrastamento: mov. circular com raio $R\cos\theta$

$$\vec{a}_C^{ARR} = \dot{\Omega} R\cos\theta\, \vec{j} - \Omega^2 R\cos\theta\, \vec{I}$$

$$\boxed{\vec{a}_C^{ARR} = \dot{\Omega} R\cos\theta\, \vec{j} - \Omega^2 R \cos^2\theta\, \vec{i} - \Omega^2 R \cos\theta \operatorname{sen}\theta\, \vec{k}}$$

$$\vec{a}_C^{COR} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_C^{REL}$$

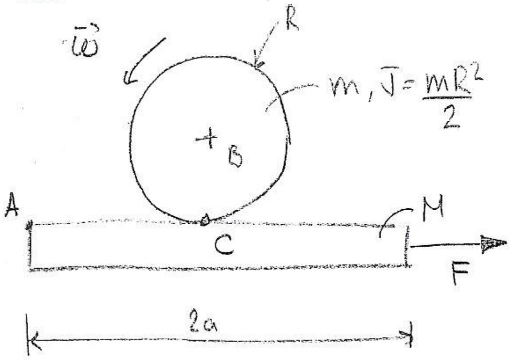
$$= 2\Omega \vec{K} \wedge (-\omega R \vec{k}) = -2\Omega\omega R(-\operatorname{sen}\theta\, \vec{i} + \cos\theta\, \vec{k}) \wedge \vec{k}$$

$$\boxed{\vec{a}_C^{COR} = 2\Omega\omega R \operatorname{sen}\theta\, \vec{j}}$$

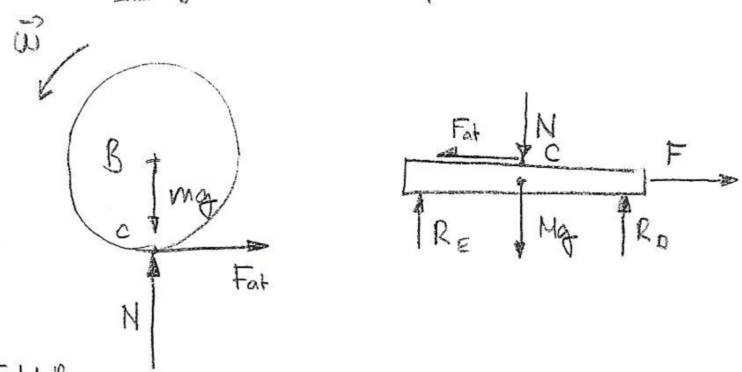
Portanto:

$$\boxed{\vec{a}_C = -(\omega^2 R + \Omega^2 R \cos^2\theta)\vec{i} + (\dot{\Omega} R\cos\theta + 2\Omega\omega R \operatorname{sen}\theta)\vec{j} - (\dot{\omega} R + \Omega^2 R\cos\theta \operatorname{sen}\theta)\vec{k}}$$

3ª Questão



a) Diagrama do Corpo Livre



b) T.M.B. (Disco)

T.M.B (Carro)

$m a_B = F_{at} \Rightarrow a_B = \frac{F_{at}}{m}$ //

$M a_A = F - F_{at} \Rightarrow a_A = (F - F_{at})/M$ //

$0 = N - mg \Rightarrow N = mg$ //

$0 = R_E + R_D - N - Mg$

c) T.M.A (Disco) com polo em B (baricentro)

$$\dot{\vec{H}}_B = \vec{M}_B \Rightarrow J_B \dot{\omega} \vec{k} = F_{at} R \vec{k} \Rightarrow \frac{mR^{\cancel{2}}}{2} \dot{\omega} = F_{at} . \cancel{R} \qquad F_{at} = \frac{mR\dot{\omega}}{2} \text{ //}$$

(III)

d) $\vec{a}_B = \frac{R\dot{\omega}}{2} \vec{\imath}$ // (I) $\qquad \vec{a}_A = \left(\frac{F}{M} - \frac{m}{M} \frac{R\dot{\omega}}{2} \right) \vec{\imath}$ // (II)

sem escorregamento: $\vec{a}_C \cdot \vec{\imath} = \vec{a}_A \cdot \vec{\imath} = a_A$

no disco: $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}} \wedge (B - C) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (B - C)]$

$\vec{a}_B = \vec{a}_C - \dot{\omega} R \vec{\imath} - \omega^2 R \vec{\jmath}$

$\vec{a}_B \cdot \vec{\imath} = a_B = a_A - \dot{\omega} R \Rightarrow a_B = a_A - \dot{\omega} R \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{a_A - a_B}{R}$ (IV)

(IV) em (I) $\quad a_B = \frac{a_A - a_B}{2} \Rightarrow a_B = \frac{1}{3} a_A$ // $\Rightarrow \dot{\omega} = \frac{2 a_A}{3R}$ (V)

(V) em (II) $\quad a_A = \frac{F}{M} - \frac{m}{M} \frac{1}{3} a_A \Rightarrow (3M + m) a_A = 3F \Rightarrow \boxed{a_A = \frac{3F}{3M + m}}$

Logo: $\boxed{\dot{\omega} = \frac{2F}{R(3M + m)}} \quad \boxed{a_B = \frac{F}{3M + m}} \quad \boxed{F_{at} = \frac{mF}{3M + m}}$

e) Para que não haja escorregamento:

$F_{at} \leq \mu N \qquad \frac{mF}{3M + m} \leq \mu mg \qquad \boxed{\mu \geq \frac{F}{g} \frac{1}{3M + m}}$