ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 Mecânica I

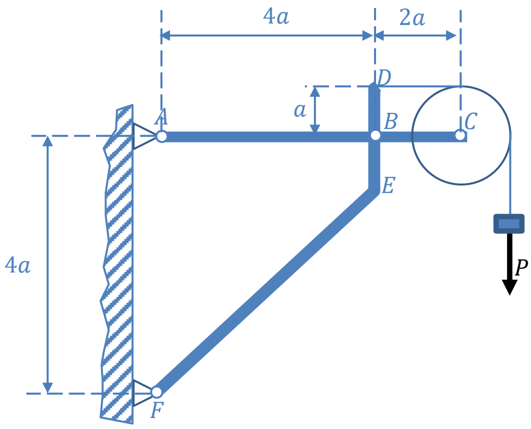
Prova de Recuperação - Duração 110 minutos – 26 de julho de 2022

Não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos.

1ª Questão (3,0 pontos). Considere o pórtico plano ilustrado na figura, constituído pelas barras delgadas ABC e $DBEF$, ambas de peso desprezível. Na extremidade C da barra ABC há uma polia de raio a e peso desprezível, que carrega um bloco de peso P através de um cabo ligado à extremidade D da barra $DBEF$. Pedem-se:

(a) Os diagramas de corpo livre da polia e das barras ABC e $DBEF$.

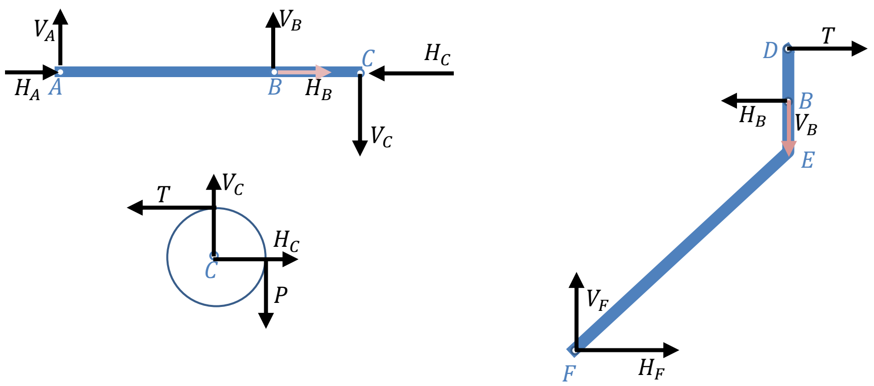
(b) As reações em A, B e F.



RESOLUÇÃO

a) Diagramas de corpo livre

Os diagramas de corpo livre da polia e das barras ABC e $DBEF$ são apresentados nas figuras abaixo.



(1,0 ponto)

b) Reações em A, B, F.

Tomando como referência os diagramas de corpo livre apresentados acima, escrevemos as equações de equilíbrio para a polia e para as barras.

Para a polia, tem-se:

$$V_C - P = 0 \Rightarrow V_C = P$$

$$T \cdot a - P \cdot a = 0 \Rightarrow T = P$$

$$H_C - T = 0 \Rightarrow H_C = T = P$$

(0,5 ponto)

Para as barras ABC e $DBEF$, tem-se:

$$H_A + H_B - P = 0$$

$$V_A + V_B - P = 0$$

$V_B \cdot 4a - P \cdot 6a = 0$

$V_F - V_B = 0$

$H_F - H_B + P = 0$

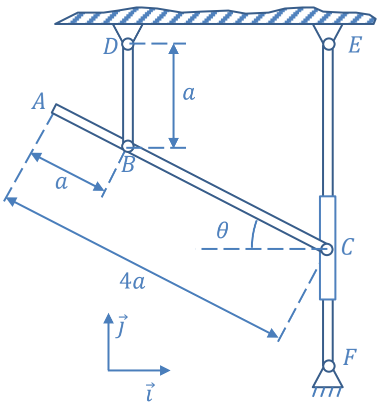
$-P \cdot 5a - V_B \cdot 4a + H_B \cdot 4a = 0$

Resolvendo o sistema de 6 equações anteriores, obtêm-se:

$$H_A = -\frac{7P}{4} \quad V_A = -\frac{P}{2} \quad H_B = \frac{11P}{4} \quad V_B = \frac{3P}{2} \quad H_F = \frac{7P}{4} \quad V_F = \frac{3P}{2}$$

(1,5 ponto)

2ª Questão (3,5 pontos). No mecanismo plano ilustrado na figura, a barra BD é articulada à posição fixa D e ao ponto B da barra AC, estando a extremidade C desta barra articulada a uma luva restrita a deslizar com velocidade $v\vec{j}$ constante e conhecida sobre o eixo vertical fixo EF. Para o instante em que a barra BD se encontra na vertical, pede-se, em função do ângulo θ entre a barra AC e a horizontal:



(a) Determinar, graficamente, a posição do centro instantâneo de rotação da barra AC.

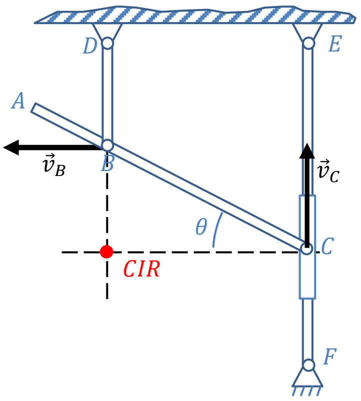
(b) Determinar a velocidade angular da barra AC.

(c) Determinar a velocidade do ponto B.

RESOLUÇÃO

a) Centro instantâneo de rotação da barra AC

Na figura a seguir, o *CIR* da barra AC é determinado graficamente.



(1,0 ponto)

b) Velocidade angular da barra AC.

Como a velocidade de C e a posição do *CIR* da barra AC são conhecidas, a equação do campo de velocidades permite escrever:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{I \equiv CIR}^{I \in extensão\ material\ de\ AC} + \omega\vec{k} \wedge (C - I)$$

$$\Rightarrow v\vec{j} = \vec{0} + \omega\vec{k} \wedge 3a\cos\theta\,\vec{i} = 3a\cos\theta\,\omega\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega} = \frac{v}{3a\cos\theta}\vec{k}$$

(1,0 ponto)

c) Velocidade do ponto B

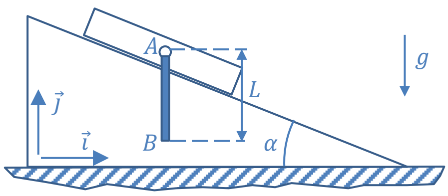
Aplicando-se a equação do campo de velocidades, tem-se:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \omega\vec{k} \wedge (B - C) = v\vec{j} + \frac{v}{3a\cos\theta}\vec{k} \wedge 3a(-\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = v\vec{j} + v(-\vec{j} - \tan\theta\,\vec{i}) = -v\tan\theta\,\vec{i}$$

(1,5 ponto)

3ª Questão (3,5 pontos). Um bloco de massa $2m$ e centro de massa A apoia-se, sem atrito, sobre um plano inclinado de um ângulo α em relação à horizontal. Uma barra delgada AB , de massa m e comprimento L, é articulada ao ponto A do bloco, conforme ilustrado na figura. Para o instante imediatamente após o sistema ter sido abandonado do repouso, pede-se:



(a) Construir os diagramas de corpo livre da barra e do bloco.

(b) Aplicar o teorema da resultante ao bloco.

(c) Aplicar o teorema do momento da quantidade de movimento à barra.

(d) Expressar a aceleração do centro de massa da barra.

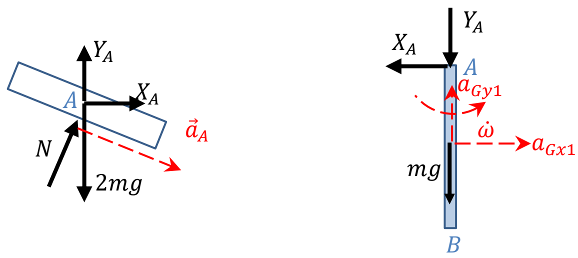
(e) Aplicar o teorema da resultante à barra.

(f) Mostrar que as equações formuladas nos itens (b) a (e) são suficientes para determinar as incógnitas do problema.

RESOLUÇÃO

a) Diagramas de corpo livre do bloco e da barra

Na figura abaixo apresentam-se os diagramas de corpo livre do bloco e da barra.



(1,0 ponto)

b) Aplicação do teorema da resultante ao bloco

Aplicando-se o Teorema da Resultante ao bloco, tem-se:

$$X_A + N\sin\alpha = 2ma_A \cdot \cos\alpha \quad (1)$$

$$Y_A + N\cos\alpha - 2mg = -2ma_A \cdot \sin\alpha \quad (2)$$

(0,5 ponto)

c) Aplicação do teorema do momento da quantidade de movimento à barra

Aplicando-se o Teorema do Momento da Quantidade de Movimento à barra, tem-se:

$$\vec{M}_A = (G - A) \wedge m\vec{a}_A + J_{Az}\dot{\omega}\vec{k} = -\frac{L}{2}\vec{j} \wedge m\vec{a}_A + \frac{mL^2}{3}\dot{\omega}\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{M}_A = -\frac{L}{2}\vec{j} \wedge ma_A(\cos\alpha\,\vec{i} - \sin\alpha\,\vec{j}) + \frac{mL^2}{3}\dot{\omega}\vec{k} = \frac{L}{2}ma_A\cos\alpha\,\vec{k} + \frac{mL^2}{3}\dot{\omega}\vec{k}$$

Porém, como $\vec{M}_A = \vec{0}$, tem-se:

$$\frac{1}{2}a_A\cos\alpha\,\vec{k} + \frac{L}{3}\dot{\omega}\vec{k} = 0 \quad (3)$$

(0,5 ponto)

d) Aceleração do centro de massa da barra

Notando que, no instante da partida, a velocidade angular da barra é nula, a aceleração do seu centro de massa se expressa como

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \dot{\omega}\vec{k} \wedge (G - A) = a_A(\cos\alpha\,\vec{\imath} - \sin\alpha\,\vec{\jmath}) + \dot{\omega}\vec{k} \wedge \left(-\frac{L}{2}\vec{\jmath}\right)$$

Da equação vetorial acima, resultam

$$a_{Gx} = a_A \cos\alpha + \dot{\omega}\frac{L}{2} \tag{4}$$

$$a_{Gx} = -a_A \sin\alpha \tag{5}$$

(0,5 ponto)

e) Aplicação do teorema da resultante à barra

Aplicando-se o Teorema da Resultante à barra, tem-se:

$$-X_A = ma_{Gx} = ma_A \cos\alpha + m\dot{\omega}\frac{L}{2} \tag{6}$$

$$-Y_A - mg = ma_{Gy} = -ma_A \sin\alpha \tag{7}$$

(0,5 ponto)

A resolução do sistema de equações (1) a (7) permite determinar as 7 incógnitas do problema, a saber: $X_A, Y_A, N, a_A, \dot{\omega}, a_{Gx}, a_{Gy}$.

(0,5 ponto)