ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

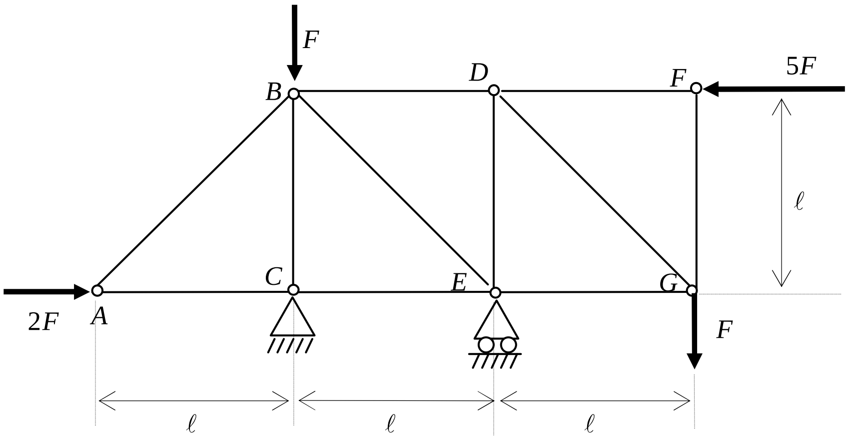
PME 3100 - Mecânica A (Reoferecimento)

Prova de recuperação - Duração 110 minutos – 15 de julho de 2014

Não é permitido o uso de equipamentos eletrônicos, tais como calculadoras, celulares e *tablets*.

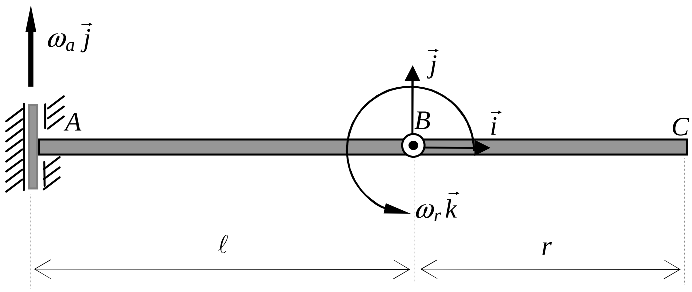
QUESTÃO 1 (3,5 pontos): Para a treliça da figura ao lado, sujeita apenas a carregamentos nodais, determine:

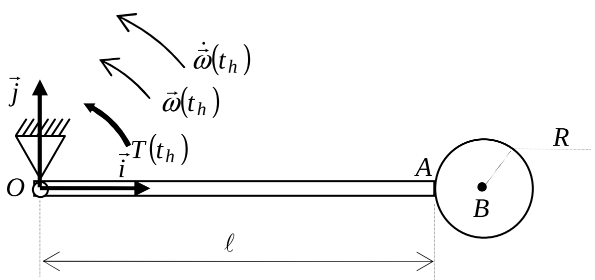
(a) as reações vinculares;
(b) as forças nas barras BD, DE e EG identificando-as se de tração ou de compressão.



QUESTÃO 2 (3,5 pontos): Uma barra delgada AB de comprimento ℓ gira em torno do eixo vertical com velocidade angular constante ω_a. Em sua extremidade B está articulada uma segunda barra delgada BC de comprimento r que gira em torno do eixo perpendicular ao plano da figura com velocidade angular constante ω_r. Adotando a base $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, determinar, para a configuração indicada:

(a) o vetor-rotação absoluto da barra BC;
(b) o vetor aceleração rotacional absoluta da barra BC;
(c) a velocidade absoluta do ponto C;
(d) a aceleração absoluta do ponto C.



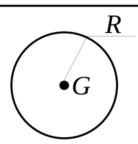


QUESTÃO 3 (3,0 pontos): Uma esfera homogênea de massa M e raio R é rigidamente ligada a uma barra delgada homogênea de massa m e comprimento ℓ. O pêndulo assim constituído, sujeito a um torque externo $T(t)$ gira no plano vertical em torno da articulação O. Sabe-se que, no instante $t = t_h$ em que o pêndulo passa pela posição horizontal, seu vetor rotação é $\vec{\omega}(t_h) = \omega_h \vec{k}$ e seu vetor aceleração rotacional é $\dot{\vec{\omega}}(t_h) = \dot{\omega}_h \vec{k}$. Nessas condições, pedem-se:

(a) a posição do centro de massa do pêndulo;
(b) o momento de inércia J_{Oz} do pêndulo;
(c) o diagrama de corpo livre do pêndulo no instante t_h;
(d) a aceleração de seu centro de massa no instante t_h;
(e) o torque externo e as reações em O no instante t_h.

<u>OBS</u>: Utilizar o sistema de versores $O\vec{i}\vec{j}\vec{k}$ fixos ao pêndulo.

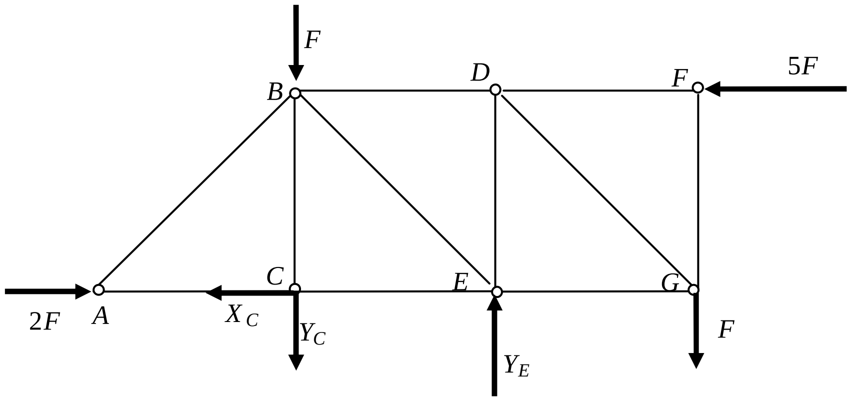
<u>Dado</u>: momento de inércia baricentral de esfera



$$J_G = \frac{2}{5} m R^2$$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 1

O diagrama de corpo livre da treliça é apresentado na figura abaixo:



Resposta a-1: 0,5 ponto

Escrevendo-se as equações de equilíbrio para a treliça, ou seja,

$$2F - X_C - 5F = 0$$

$$-F - Y_C + Y_E - F = 0$$

$$\sum M_{Cz} = Y_E \cdot \ell + 5F \cdot \ell - F \cdot 2\ell = 0$$

determinam-se as reações externas aplicadas às articulações C e D:

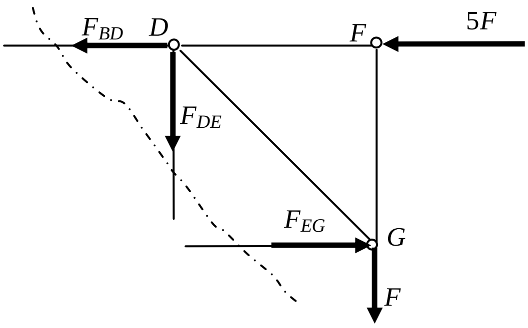
$$X_C = -3F$$

$$Y_C = -5F$$

$$X_E = -3F$$

Resposta a-2: 1,0 ponto

Seccionando-se a estrutura conforme indicado na figura abaixo e aplicando-se as equações de equilíbrio à seção DFG, obtêm-se as forças atuantes nas barras BD, DE e EG:



$M_{Dz} = -F \cdot \ell + F_{EG} \cdot \ell = 0 \Rightarrow F_{EG} = F$ (compressão)

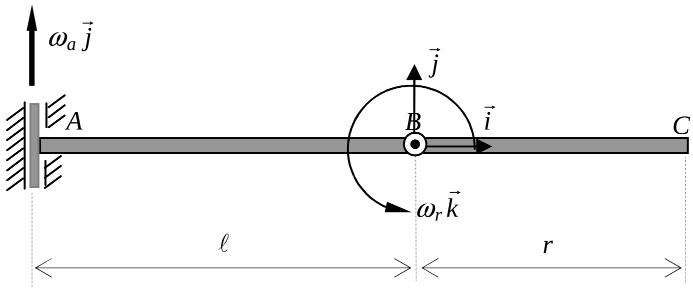
$M_{Fz} = -F_{DE} \cdot \ell - F_{EG} \cdot \ell = 0 \Rightarrow F_{DE} = -F$ (compressão)

$M_{Gz} = -F_{DE} \cdot \ell - F_{BD} \cdot \ell - 5F \cdot \ell = 0 \Rightarrow F_{BD} = -4F$ (compressão)

Resposta b: 2,0 pontos

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 2

O vetor rotação instantâneo da barra BC pertencente ao mecanismo de duas barras articuladas conforme ilustrado na figura abaixo,



é dado por:

$$\vec{\omega} = \omega_a \vec{j} + \omega_r \vec{k}$$

Resposta a: 0,5 ponto

O vetor aceleração rotacional instantânea da barra BC é dado por:

$$\dot{\vec{\omega}} = \dot{\omega}_a \vec{j} + \dot{\omega}_r \vec{k} + \vec{\omega}_a \wedge \vec{\omega}_r = \vec{0} + \vec{0} + \omega_a \vec{j} \wedge \omega_r \vec{k} = \omega_a \omega_r \vec{i}$$

Resposta b: 1,0 ponto

A velocidade absoluta do ponto C é dada por:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega} \wedge (C - B) = \left[\vec{v}_A + \omega_a \vec{j} \wedge (B - A)\right] + \vec{\omega} \wedge (C - B)$$

Desenvolvendo-se a expressão acima, tem-se:

$$\vec{v}_C = \left[\vec{0} + \omega_a \vec{j} \wedge \ell \vec{i}\right] + \left(\omega_a \vec{j} + \omega_r \vec{k}\right) \wedge r\vec{i} = -\omega_a \ell \vec{k} - \omega_a r \vec{k} + \omega_r r \vec{j} = \omega_r r \vec{j} - \omega_a (\ell + r) \vec{k}$$

Resposta c: 1,0 ponto

A aceleração absoluta do ponto C é dada por:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \dot{\vec{\omega}} \wedge (C - B) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (C - B)] = \left\{\vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}}_a \wedge (B - A) + \vec{\omega}_A \wedge [\vec{\omega}_A \wedge (B - A)]\right\} + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (C - B)]$$

Desenvolvendo-se a expressão acima, tem-se:

$$\vec{a}_C = \left\{\vec{0} + \vec{0} \wedge (B - A) + \omega_A \vec{j} \wedge \left[\omega_A \vec{j} \wedge \ell \vec{i}\right]\right\} + \left(\omega_a \vec{j} + \omega_r \vec{k}\right) \wedge \left[\left(\omega_a \vec{j} + \omega_r \vec{k}\right) \wedge r\vec{i}\right]$$

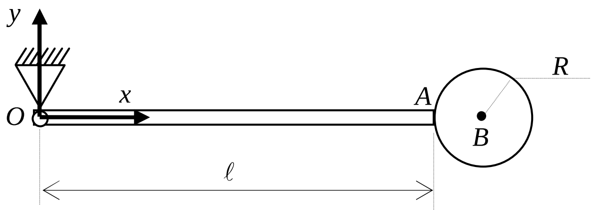
$$\Rightarrow \vec{a}_C = -\omega_a^2 \ell \vec{i} + \left(\omega_a \vec{j} + \omega_r \vec{k}\right) \wedge \left[-\omega_a r \vec{k} + \omega_r r \vec{j}\right] = -\omega_a^2 \ell \vec{i} - \omega_a^2 r \vec{i} - \omega_r^2 r \vec{i} = -\left[\omega_a^2 (\ell + r) - \omega_r^2\right] \vec{i}$$

Resposta d: 1,0 ponto

	ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO Departamento de Engenharia Mecânica

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 3

Utilizando-se as propriedades inerciais de uma barra delgada e de uma esfera, determinam-se as do pêndulo ilustrado na figura abaixo:



As coordenadas do centro de massa do pêndulo, são dadas por:

$$x_G = \frac{m\frac{\ell}{2} + M(l+R)}{m+M} = \frac{m\ell + 2M(\ell+R)}{2(m+M))}$$

$$y_G = 0$$

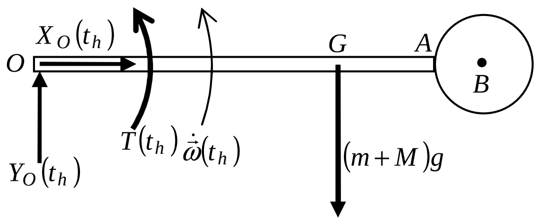
Resposta a: 0,5 ponto

O momento de inércia J_{Oz} do pêndulo vale:

$$J_{Oz} = J_{Oz}^{barra} + J_{Oz}^{esfera} = \frac{m\ell^2}{3} + \frac{2MR^2}{5} + M(R+\ell)^2$$

Resposta b: 0,5 ponto

O diagrama de corpo livre no instante em que o pêndulo passa se alinha com a horizontal, é ilustrado na figura abaixo:



Resposta c: 0,5 ponto

A aceleração do centro de massa do pêndulo no instante t_h é dada por:

$$\vec{a}_G = \vec{a}_O + \dot{\omega}(t_h)\vec{k} \wedge (G-O) + \omega(t_h)\vec{k} \wedge \left[\omega(t_h)\vec{k} \wedge (G-O)\right]$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G = \vec{0} + \dot{\omega}(t_h)\vec{k} \wedge x_G\vec{i} + \omega(t_h)\vec{k} \wedge \left[\omega(t_h)\vec{k} \wedge x_G\vec{i}\right] = \dot{\omega}(t_h)x_G\vec{j} - (\omega(t_h))^2 x_G\vec{i}$$

Resposta d: 0,5 ponto

Aplicando-se o teorema da resultante e o teorema do momento da quantidade de movimento ao pêndulo, determinam-se as reações e o torque externo no instante considerado:

$$X_O(t_h) = (m+M)a_{Gx}(t) = -(m+M)(\omega(t_h))^2\left[\frac{m\ell + 2M(\ell+R)}{2(m+M)}\right]$$

$$Y_O(t_h) - (m+M)g = (m+M)a_{Gy}(t_h) \Rightarrow Y_O(t_h) = (m+M)g + (m+M)\dot{\omega}(t_h)x_G = (m+M)\left[g + \dot{\omega}(t_h)\frac{m\ell + 2M(\ell+R)}{2(m+M)}\right]$$

$$T(t_h) - (m+M)x_G = J_{Oz}\dot{\omega}(t_h) \Rightarrow T(t_h) = (m+M)\left[\frac{m\ell + 2M(\ell+R)}{2(m+M)}\right] + \left[\frac{m\ell^2}{3} + \frac{2MR^2}{5} + M(R+\ell)^2\right]\dot{\omega}(t_h)$$

Resposta (e): 1,0 ponto