PME 2100 Mecânica A

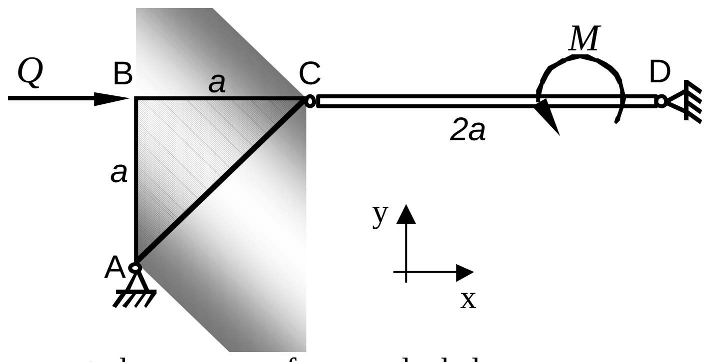
Prova de Recuperação - Duração 100 minutos – 25 de fevereiro de 2005

1 (3 pontos) - A placa triangular *ABC*, de peso *P*, e a barra *CD*, de massa desprezível, estão unidas pela articulação *C*. *A* e *D* são articulações. Uma força de módulo *Q* é aplicada em *B* e um binário, cujo momento é *M*, é aplicado na barra *CD*, conforme indicado. Pede-se:

a) O diagrama de corpo livre da estrutura como um todo e os diagramas de corpo livre de seus componentes barra e placa triangular.

b) As reações em *A* e *D*.

c) Refazer o diagrama de corpo livre da estrutura como um todo, com os esforços calculados anteriormente.



RESPOSTA:

Diagrama de corpo livre da estrutura como um todo:

0,5

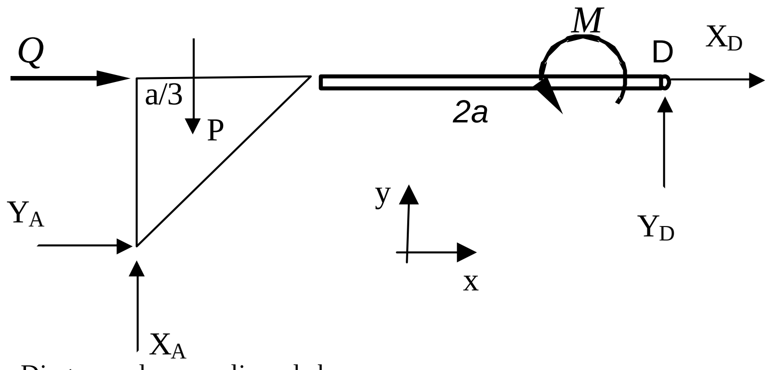


Diagrama de corpo livre da placa:

0,5

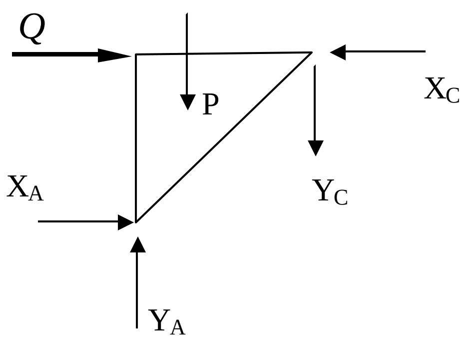
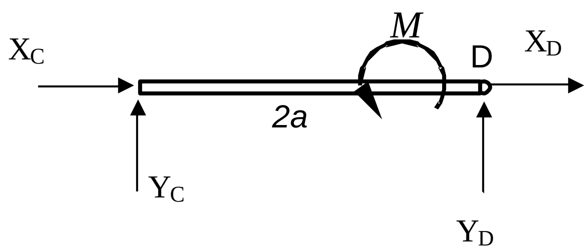


Diagrama de corpo livre da barra:



Equações de equilíbrio na placa:

1,0

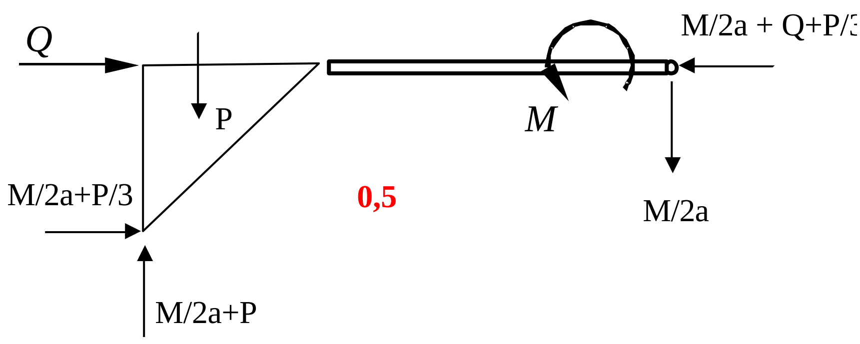
$$\sum Fx = 0 \Rightarrow Q + X_A - X_C = 0$$
$$\sum F_V = 0 \Rightarrow Y_A - Y_C - P = 0$$
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow Q + Y_C - X_C + \frac{P}{3} = 0$$

Equações de equilíbrio na barra:

$$\sum Fx = 0 \Rightarrow X_C + X_D = 0$$
$$\sum F_V = 0 \Rightarrow Y_C + Y_D = 0$$
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow Y_D \cdot 2a + M = 0$$

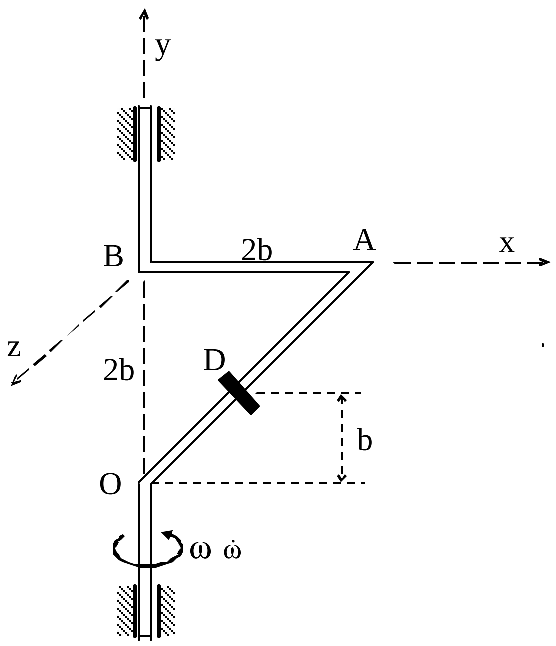
Resolvendo: **0,5**

$$Y_D = -\frac{M}{2a} \qquad Y_C = \frac{M}{2a}$$
$$Y_A = \frac{M}{2a} + P \qquad X_C = \frac{M}{2a} + Q + \frac{P}{3}$$
$$X_D = -\left(\frac{M}{2a} + Q + \frac{P}{3}\right) \qquad X_A = \frac{M}{2a} + \frac{P}{3}$$



0,5

2 (3 pontos) - A barra dobrada OAB gira em torno do eixo vertical OB com velocidade e acelerações angulares ω e $\dot{\omega}$, respectivamente, conforme indicado na figura. O anel D desloca-se ao longo da barra, com velocidade v e aceleração $\dot{v}$ relativas à barra, no sentido de O para A. Determine para a posição do anel mostrada na figura:
a) o vetor velocidade absoluta do anel;
b) o vetor aceleração absoluta do anel.



RESPOSTA:

a) Para o ponto D:

$$\vec{v}_{relativa} = v\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + v\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$ **0,6**

$$\vec{v}_{arrastamento} = -wb\vec{k}$$ **0,6**

$$\vec{v}_{absoluta} = \vec{v}_{relativa} + \vec{v}_{arrastamento}$$ **(-0,2 caso não tenha indicado a composição)**

$$\vec{v}_{absoluta} = v\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + v\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - wb\vec{k}$$

b) Para o ponto D

$$\vec{a}_{relativa} = \dot{v}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \dot{v}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$ **0,6**

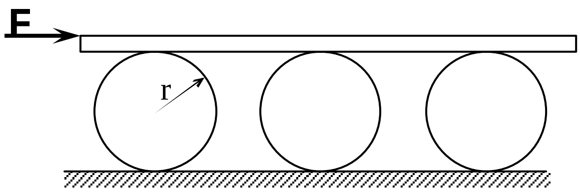
$$\vec{a}_{arrastamento} = -\dot{\omega}b\vec{k} - \omega^2 b\vec{i}$$ **0,6**

$$\vec{a}_{Coriolis} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{relativa} = -2\omega v\vec{k}$$ **0,6**

$$\vec{a}_{absoluta} = \vec{a}_{relativa} + \vec{a}_{arrastamento} + \vec{a}_{Coriolis}$$ **(-0,2 caso não tenha indicado a composição)**

$$\vec{a}_{absoluta} = \left(\dot{v}\frac{\sqrt{2}}{2} - \omega^2 b\right)\vec{i} + \dot{v}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \left(\dot{\omega}b + 2\omega v\right)\vec{k}$$

3 (4 pontos) Uma barra de massa M apoia-se nos três cilindros de raio r e massa m. Uma força horizontal F atua na barra colocando o sistema em movimento. Não ocorre escorregamento em nenhum contato. Pede-se determinar a aceleração da barra supondo que os cilindros sejam homogêneos com $J_G = mr^2/2$ (momento de inércia de um cilindro com relação ao eixo perpendicular ao plano do problema que passa pelo seu baricentro G).



RESPOSTA:

A velocidade da barra é:

$v_B = 2wr$

A aceleração é: **1,0**

$a_B = 2\dot{w}r$

Teorema da Energia Cinética: **1,5**

$\Delta T = t$

$$\frac{1}{2}Mv^2{}_b + 3\frac{1}{2}m(wr)^2 + 3\frac{1}{2}J_G w^2 = Fx$$

$$\frac{8M + 9m}{4}w^2 r^2 = Fx$$

Derivando com relação ao tempo: **1,0**

$$\frac{8M + 9m}{4}2w\dot{w}r^2 = Fv_B$$

$$\frac{8M + 9m}{4}2w\dot{w}r^2 = F2wr$$

$$\dot{w} = \frac{4F}{(8M + 9m)r}$$

A aceleração será: **0,5**

$$a_B = \frac{8F}{8M + 9m}$$

De forma alternativa:

- parte cinemática conforme acima; **1,0**
- TMA em um disco; **1,5**
- TMB em um disco; **1,0**
- resultado. **0,5**