ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA A – PME 2100

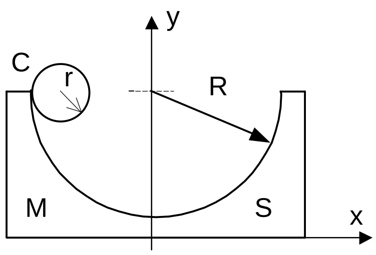
Terceira Prova – 02 de dezembro de 2003 - Duração da Prova: 110 minutos

Importante: não é permitido uso de calculadoras

Gabarito

1ª Questão (2,0 pontos)

O disco de raio **r** e massa **m**, rola sem escorregar sobre o bloco **S**. O bloco **S** tem massa **M** e superfície com raio **R**, se apóia sem atrito sobre o plano horizontal. O disco parte do repouso da posição **C**. Determinar o máximo valor do deslocamento |**x**| do bloco **S**.



Solução:

Aplicando o TMB na direção horizontal:

$ma_{Gx} = F_x$.**(0,5 ponto)**

Como não existem forças agindo nesta direção:

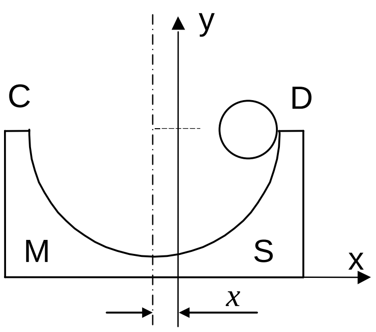
$$F_x = 0 \Rightarrow a_{Gx} = 0 \Rightarrow \begin{cases} V_{Gx} = C_1 \\ x_G = C_1 t + C_2 \end{cases} \text{ e, no instante } t_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} V_{Gx} = 0 \\ x_G = C_2 \text{ (constante)} \end{cases}.$$

Calculando a posição horizontal x_G do baricentro, no instante inicial t_0:

$$x_G = \frac{-m(R-r)}{m+M}$$.**(0,5 ponto)**

No instante t em que o disco de raio **r** se encontrar na posição **D**:

$$x'_G = \frac{-Mx + m(R-r-x)}{m+M}$$ **(0,5 ponto)**



Como $x_G = x'_G$:

$$\frac{-m(R-r)}{m+M} = \frac{-Mx + m(R-r-x)}{m+M}$$

$$-m(R-r) = -Mx + m(R-r-x) \Rightarrow -2m(R-r) = -(M+m)x$$

$$|x| = \frac{2m(R-r)}{M+m}$$

Portanto o bloco **S** terá um valor máximo de deslocamento: $\boxed{|x| = \dfrac{2m(R-r)}{m+M}}$.**(0,5 ponto)**

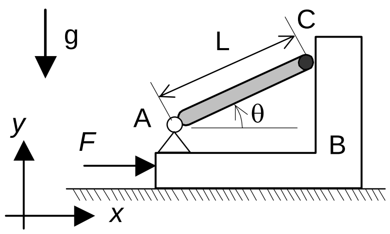
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

2ª Questão (4,0 pontos)

O mecanismo da figura repousa numa superfície horizontal sem atrito e está submetido a uma força ***F***. O bloco **B** tem massa **4m.** O corpo articulado em **A** é composto pela barra **AC** com massa **m** e comprimento **L** e uma massa **m** fixada na extremidade **C**. O corpo encosta-se ao bloco **B** no ponto **C**, sem atrito, formando um ângulo θ = 30º com a horizontal. Pede-se:



a) o baricentro do corpo composto da barra **AC** e a massa concentrada em **C**;
b) a aceleração do ponto **A**;
c) a máxima força ***F*** para que não haja descolamento do corpo em relação ao bloco no ponto **C**.
Dado: momento de inércia da barra **AC** → $\mathbf{J_{ZG}} = (mL^2)/12$

Solução:

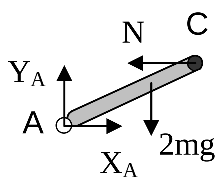
a) $|G-A| = \dfrac{\left(m\dfrac{L}{2}+mL\right)}{2m} \Rightarrow |G-A| = \dfrac{3L}{4}$ $\qquad (G-A) = \dfrac{3L}{4}\left(\cos\theta\,\vec{i} + \operatorname{sen}\theta\,\vec{j}\right)$

Como $\theta = 30^\circ \Rightarrow$ $\boxed{(G-A) = \dfrac{3\sqrt{3}L}{8}\vec{i} + \dfrac{3L}{8}\vec{j}}$ **(0,5 ponto)**

b) Aplicando o TMB no sistema, na direção do eixo *x*:
$6ma_{Gsistema} = F$
considerando que o ponto A é solidário ao bloco B, e que AB não se move em relação ao bloco B, então: $a_{Ax} = a_{Gsistema}$

$6ma_{Ax} = F \Rightarrow a_{Ax} = \dfrac{F}{6m}$, como $a_{Ay} = 0$, então: $\boxed{\vec{a}_A = \dfrac{F}{6m}\vec{i}}$ **(1,0 ponto)**

c) Diagrama de corpo livre do corpo (barra **AC** e massa concentrada em **C**): **(0,5 ponto)**



Aplicando o TMB (como há apenas translação, $\vec{a}_A = \vec{a}_{GCorpo}$):

$2ma_{Ax} = X_A - N \Rightarrow 2m\dfrac{F}{6m} = X_A - N \Rightarrow X_A - N = \dfrac{F}{3}$ **(0,5 ponto)**

$2ma_{Ay} = Y_A - 2mg \Rightarrow Y_A - 2mg = 0 \Rightarrow Y_A = 2mg$

Aplicando o TMA no corpo:

$J_{zGc}\dot{\omega} = N\dfrac{L}{4}\operatorname{sen}30^o + X_A\dfrac{3L}{4}\operatorname{sen}30^o - Y_A\dfrac{3L}{4}\cos 30^o = 0$ **(0,5 ponto)**

Quando o corpo está na iminência de se descolar do bloco B no ponto C, *N*=0: **(0,5 ponto)**

$X_A\dfrac{3L}{4}\operatorname{sen}30^o - Y_A\dfrac{3L}{4}\cos 30^o = 0 \Rightarrow X_A\dfrac{3L}{8} - 2mg\dfrac{3L\sqrt{3}}{8} = 0 \Rightarrow X_A = 2mg\sqrt{3}$

$X_A = \dfrac{F}{3} \Rightarrow F = 3X_A \Rightarrow F = 6mg\sqrt{3}$

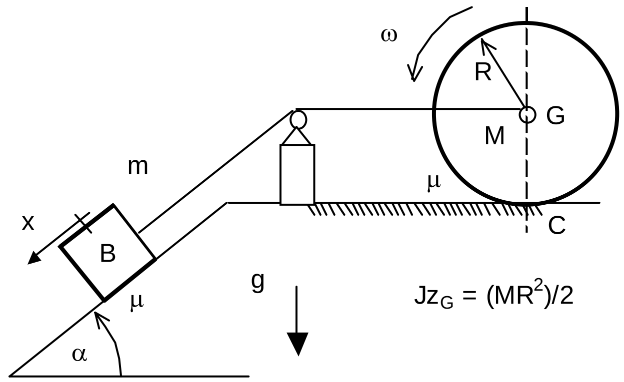
Portanto, o valor máximo de *F* para que não haja descolamento em C é: $\boxed{F = 6mg\sqrt{3}}$ **(0,5 ponto)**

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (4,0 pontos)



O disco de raio **R** e massa **M**, rola sem escorregar num plano horizontal. Um cabo ideal une o centro do disco **G** ao bloco **B**, através de uma polia de inércia desprezível. O bloco **B** de massa **m** escorrega sobre o plano com inclinação **α** e coeficiente de atrito **μ**, partindo do repouso em **x** = 0. Pede-se determinar:

a) a energia cinética do sistema em função da velocidade angular ω do disco;
b) velocidade angular do disco em função de **x**;
c) aceleração do bloco **B**;

a) O sistema parte do repouso $\Rightarrow E_0 = 0$

$$E = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}Mv_G^2 + \frac{1}{2}J_{ZG}\omega^2 \underset{\text{Lembrando que } v_B = v_G}{\Longrightarrow} E = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}Mv_G^2 + \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\omega^2$$ **(0,5 ponto)**

O disco rola sem escorregar $\Rightarrow \vec{v}_C = \vec{0}$. Fórmula de Poisson: $\vec{v}_G = \vec{v}_C + \vec{\omega} \wedge (G - O) \Rightarrow \vec{v}_G = \omega R$.

Então: $E = \frac{1}{2}m(\omega R)^2 + \frac{1}{2}M(\omega R)^2 + \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E(\omega) = \left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{4}M\right)R^2\omega^2}$ **(0,5 ponto)**

b) O trabalho das forças externas:

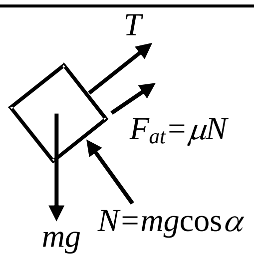
$W^{ext} = mg\,\text{sen}\,\alpha\, x - F_{at}x$

Há escorregamento (bloco B): $F_{at} = \mu N = \mu mg\cos\alpha \Rightarrow W^{ext} = (mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu mg\cos\alpha)x$ **(0,5 ponto)**

Portanto, aplicando o TEC $\left(E - E_0 = W^{ext}\right)$:

$\left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{4}M\right)R^2\omega^2 = (mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu mg\cos\alpha)x \Rightarrow \boxed{\vec{\omega} = \sqrt{\frac{4mg(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha)x}{(2m+3M)R^2}}\ \vec{k}}$ **(0,5 ponto)**

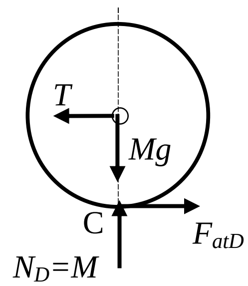
c) Aplicando o TMB ao bloco, na direção de x:



$ma_B = mg\,\text{sen}\,\alpha - \mu mg\cos\alpha - T$

$a_B = g(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha) - \frac{T}{m}$ **(0,5 ponto)**

Aplicando o TMA ao cilindro (usando o pólo C):



$J_{Cz}\dot{\omega} = TR$, como $\dot{\omega} = \frac{a_G}{R}$, então:

$J_{Cz}\frac{a_G}{R} = TR \Rightarrow \left(\frac{MR^2}{2} + MR^2\right)\frac{a_G}{R^2} = T \Rightarrow a_G = \frac{2T}{3M}$ **(0,5 ponto)**

Como $a_B = a_G \Rightarrow \frac{2T}{3M} = g(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha) - \frac{T}{m} \Rightarrow \frac{2T}{3M} + \frac{T}{m} = g(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha)$

$\left(\frac{2}{3M} + \frac{1}{m}\right)T = g(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha) \Rightarrow T = \frac{3Mmg(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha)}{2m+3M} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_B = \frac{2mg(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha)}{2m+3M}\ \vec{i}}$

(0,5 ponto)

(0,5 ponto) pelos Diagramas de C.L.