ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

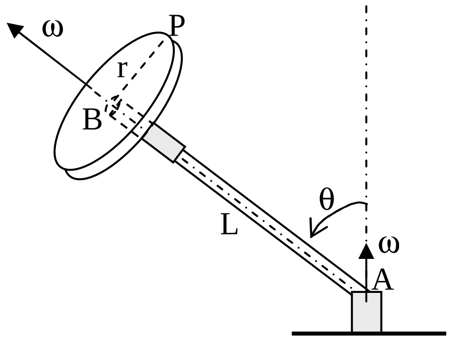
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A – P2 – 15 de maio de 2009

Duração da Prova: 120 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

ATENÇÃO: a prova consta de 3 questões de aplicação da teoria estudada valendo 10 pontos e de 4 questões teóricas, cuja resposta é opcional, com valor total de 2 pontos, e cujo resultado obtido é somado ao valor das questões de aplicação. **A nota máxima da prova é 10, ou seja, não há acumulação de pontos para as avaliações subseqüentes**.

QUESTÃO 1 (3,0 pontos). Um rotor, indicado na figura abaixo pelo bloco *A*, com eixo de rotação vertical e velocidade angular ω, aciona uma barra *AB* de comprimento *L* inclinada de um ângulo θ = 60º (fixo) em relação à vertical. Na extremidade desta barra localiza-se um segundo motor que transmite velocidade angular ω ao disco de raio *r* com eixo de rotação alinhado com a direção da barra *AB*. Pede-se:



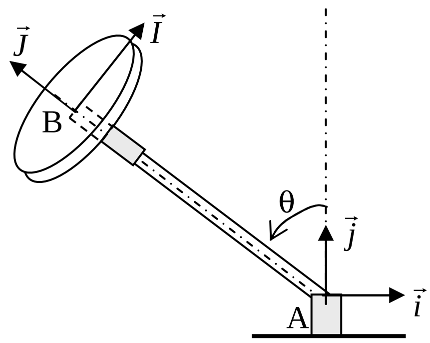
(a) o vetor rotação instantânea do disco; (1,0 ponto)

(b) a equação do eixo helicoidal instantâneo do disco bem como sua representação gráfica; (1,0 ponto)

(c) a velocidade do ponto *P* do disco, indicado na figura. (1,0 ponto)

Observação: pode-se utilizar o eixo helicoidal instantâneo para se calcular a velocidade do ponto *P*.

Solução: sejam os sistemas de referência $A\vec{i}\vec{j}\vec{k}$ fixo em *A* e $B\vec{I}\vec{J}\vec{K}$ solidário à barra *AB*, conforme mostrado abaixo:



Para calcularmos o vetor rotação absoluto, notemos que a transformação entre os sistemas $B\vec{I}\vec{J}\vec{K}$ e $A\vec{i}\vec{j}\vec{k}$ é dada por

$$\vec{I} = \cos\theta\vec{i} + sen\theta\vec{j}$$

$$\vec{J} = -sen\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}$$

Substituindo-se θ pelo valor indicado no problema (60º), resulta:

$$\vec{I} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$$

$$\vec{J} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

Portanto, pode-se escrever que

(a) o vetor de rotação absoluto será dado por:

$$\vec{\Omega}_{abs} = \omega\vec{j} + \omega\vec{J} \Rightarrow$$

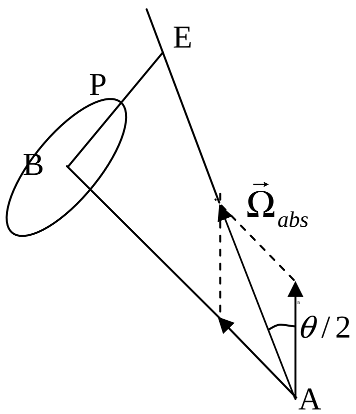
$$\vec{\Omega}_{abs} = \omega\vec{j} + \omega(-sen\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}) \Rightarrow$$

$$\vec{\Omega}_{abs} = -\omega sen\theta\vec{i} + \omega(1+\cos\theta)\vec{j} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{\Omega}_{abs} = -\omega\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \omega\frac{3}{2}\vec{j}}$$

(b) cálculo do eixo helicoidal instantâneo do disco

Para determinar o *EHI* do disco, basta observar que o vetor rotação absoluta do disco é o resultado da soma de dois vetores concorrentes no ponto *A*. Portanto, este ponto pertence ao *EHI*. Como o *EHI* é paralelo à direção do vetor rotação absoluta do disco ($\vec{\Omega}_{abs}$) decorre que, dados *A* e a direção de tal vetor, o *EHI* fica completamente determinado. Este vetor corresponde a uma reta que forma 30º com a direção do eixo vertical passando pelo ponto *A*, conforme mostrado no diagrama abaixo:



A equação do *EHI* do disco na forma vetorial fica assim expressa:

$$\boxed{E = A + \lambda\vec{\Omega}_{abs}, \quad \lambda \in \Re}$$

onde *E* é um ponto genérico do *EHI* do disco.

(c) cálculo da velocidade absoluta de um ponto P do disco

A velocidade de *P* pode ser determinada a partir de um ponto qualquer *E*, pertencente ao *EHI*. Como o invariante escalar $\vec{\Omega}_{abs}.\vec{v}_A = 0$ pois a velocidade de *A* é nula, isso significa que todos os pontos do *EHI*

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

possuem velocidade zero, inclusive E. Observa-se, que neste caso particular, o EHI é um eixo instantâneo de rotação. Assim,

$$\vec{v}_P = \vec{v}_E + \vec{\Omega}_{abs} \wedge (P - E) \qquad (1)$$

Da figura acima temos:

$$tg(\theta/2) = \frac{|(E-B)|}{|(B-A)|} \Rightarrow |(E-B)| = tg(30^o).|(B-A)| \Rightarrow$$

$$\therefore (E-B) = \frac{\sqrt{3}}{3} L\vec{I}$$

$$mas\ (E-P) = (E-B) - (P-B)$$

$$\therefore (E-P) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}L - r\right)\vec{I} = \left(\frac{\sqrt{3}L - 3r}{3}\right)\vec{I} = \left(\frac{\sqrt{3}L - 3r}{3}\right).\left(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right)$$

Voltando à equação (1), temos:

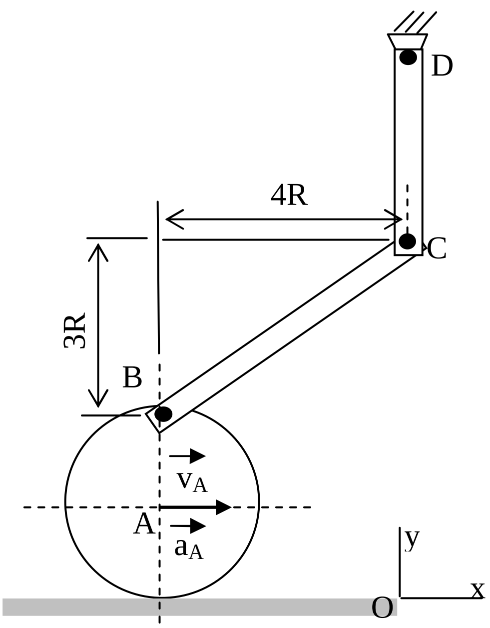
$$\vec{v}_P = \vec{v}_E + \vec{\Omega}_{abs} \wedge (P - E)$$

$$\vec{v}_P = \vec{0} + \left(-\omega\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \omega\frac{3}{2}\vec{j}\right) \wedge \left(\frac{-3r + \sqrt{3}L}{3}\right).\left(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right)$$

$$\boxed{\vec{v}_P = \frac{\omega(-3r + \sqrt{3}L)}{2}\vec{k}}$$

A velocidade absoluta do ponto P poderia também ser calculada mediante a soma vetorial de suas componentes relativa e de arrastamento, ou seja:

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{Prel} + \vec{v}_{P_{arr}}$$



QUESTÃO 2 (3,5 pontos). No mecanismo da figura ao lado, o cilindro de centro A e raio R rola sem escorregar sobre uma superfície horizontal. Sabe-se que, no instante mostrado, A possui velocidade de módulo v_A e aceleração de módulo a_A. Nos pontos B, C, e D existem articulações. São dados ainda BC=5R e CD=3R. Determine, em função dos dados:

(a) o vetor rotação do disco de centro A e a aceleração do ponto B;
(1,5 pontos)
(b) o vetor rotação e o vetor aceleração angular da barra BC;
(1,0 ponto)
(c) o vetor rotação e o vetor aceleração angular da barra CD.
(1,0 ponto)

Observação: fornecer as respostas em relação ao sistema de referência ortonormal com centro em O, fixo à superfície horizontal.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Solução

(a) cálculo do vetor de rotação do disco e da aceleração do ponto B

Apliquemos a equação fundamental da cinemática do sólido ao disco de centro *A*, lembrando que o ponto de contato entre o referido disco e a superfície horizontal é o *CIR*, uma vez que é dado não haver escorregamento. Assim, temos:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{CIR} + \vec{\omega}_A \wedge (A - CIR) = \vec{0} + \omega_A \vec{k} \wedge R\vec{j} \Rightarrow$$

$$v_A \vec{i} = -\omega_A R \vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_A = -\frac{v_A}{R}\vec{k}}$$

A aceleração do ponto *B* é obtida de

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}}_A \wedge (B - A) + \vec{\omega}_A \wedge \left[\vec{\omega}_A \wedge (B - A)\right] \qquad (1)$$

Na equação acima, conhecemos a aceleração linear do ponto *A* e o vetor rotação do disco de centro em *A*, porém não seu vetor aceleração angular. No entanto, como a orientação do vetor rotação no movimento plano é constante, resulta:

$$\dot{\vec{\omega}}_A = \frac{d}{dt}\left(-\frac{v_A}{R}\vec{k}\right) = -\frac{a_A}{R}\vec{k}$$

Voltando à equação (1), tem-se:

$$\vec{a}_B = a_A \vec{i} - \frac{a_A}{R}\vec{k} \wedge R\vec{j} - \frac{v_A}{R}\vec{k} \wedge \left[-\frac{v_A}{R}\vec{k} \wedge R\vec{j}\right]$$

$$\vec{a}_B = a_A \vec{i} + a_A \vec{i} - \frac{v_A^2}{R}\vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_B = 2a_A \vec{i} - \frac{v_A^2}{R}\vec{j}}$$

(b) e (c) cálculo dos vetores de rotação e de aceleração angular das barras

Para a barra *BC* temos:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{BC} \wedge (B - C) = \vec{v}_C + \omega_{BC}\vec{k} \wedge (-3R\vec{i} - 4R\vec{j})$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}}_{BC} \wedge (B - C) + \vec{\omega}_{BC} \wedge \left[\vec{\omega}_{BC} \wedge (B - C)\right] \Rightarrow \qquad (2)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \dot{\omega}_{BC}\vec{k} \wedge (-4R\vec{i} - 3R\vec{j}) + \omega_{BC}\vec{k} \wedge \left[\omega_{BC}\vec{k} \wedge (-4R\vec{i} - 3R\vec{j})\right]$$

Nas equações (2), temos três incógnitas: $\vec{a}_C$, $\dot{\omega}_{AB}$, ω_{AB}, uma vez que, como se trata de movimento plano, as grandezas angulares possuem direção perpendicular ao plano do movimento. No entanto, aplicando-se as mesmas equações de vínculo cinemático à barra *CD*, resulta:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{\omega}_{CD} \wedge (C - D) = \vec{0} + \omega_{CD}\vec{k} \wedge (-3R\vec{j})$$

$$v_C \vec{i} = \omega_{CD}.3R\vec{i} \qquad (3)$$

Substituindo a equação da velocidade de *C* na primeira das equações (2) acima, obtemos:

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

$$\vec{v}_B = \omega_{CD}.3R\vec{i} + \omega_{BC}\vec{k} \wedge (-4R\vec{i} - 3R\vec{j}) \Rightarrow$$
$$\vec{v}_A + \left(-\frac{v_A}{R}\vec{k}\right) \wedge R\vec{j} = \omega_{CD}.3R\vec{i} - \omega_{BC}.4R\vec{j} + \omega_{BC}.3R\vec{i} \Rightarrow$$
$$2v_A\vec{i} = R(3\omega_{CD} + 3\omega_{BC})\vec{i} - 4\omega_{BC}R\vec{j}$$

Conclui-se, portanto, que:

$$\omega_{BC} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_{BC} = \vec{0}}$$
$$\omega_{CD} = \frac{2v_A}{3R} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_{CD} = \frac{2v_A}{3R}\vec{k}}$$

e que a barra *BC*, no instante considerado, realiza ato de movimento instantâneo de translação. Isto, aliás, NÃO significa que sua aceleração angular seja nula. A expressão da aceleração para a barra *CD* fornece:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \dot{\vec{\omega}}_{CD} \wedge (C-D) + \vec{\omega}_{CD} \wedge [\vec{\omega}_{CD} \wedge (C-D)] \Rightarrow$$
$$\vec{a}_C = \dot{\omega}_{CD}\vec{k} \wedge (-3R\vec{j}) + \frac{2v_A}{3R}\vec{k} \wedge \left[\frac{2v_A}{3R}\vec{k} \wedge (-3R\vec{j})\right]$$
$$\vec{a}_C = 3R\dot{\omega}_{CD}\vec{i} + \frac{4v_A^2}{9R}\vec{j} \tag{4}$$

Substituindo a eq. (4) na última das equações (2) e utilizando $\vec{a}_B$ calculado no item (a), obtém-se:

$$\vec{a}_B = 3R\dot{\omega}_{CD}\vec{i} + \frac{4v_A^2}{9R}\vec{j} + \dot{\omega}_{BC}\vec{k} \wedge (-4R\vec{i} - 3R\vec{j}) + \omega_{BC}\vec{k} \wedge [\omega_{BC}\vec{k} \wedge (-4R\vec{i} - 3R\vec{j})] \Rightarrow$$
$$2a_A\vec{i} - \frac{v_A^2}{R}\vec{j} = 3R\dot{\omega}_{CD}\vec{i} + \frac{4v_A^2}{9R}\vec{j} - 4R\dot{\omega}_{BC}\vec{j} + 3R\dot{\omega}_{BC}\vec{i} + \vec{0}$$
$$2a_A\vec{i} - \frac{v_A^2}{R}\vec{j} = R(3\dot{\omega}_{CD} + 3\dot{\omega}_{BC})\vec{i} + \left(\frac{4v_A^2}{9R} - 4R\dot{\omega}_{BC}\right)\vec{j}$$

Resolvendo, pela última equação obtêm-se, finalmente, as expressões das acelerações angulares das barras *BC* e *CD*.

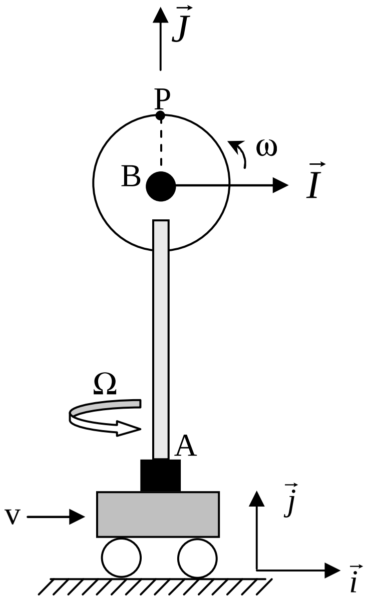
$$\boxed{\dot{\vec{\omega}}_{BC} = \frac{13v_A^2}{36R^2}\vec{k} \qquad \dot{\vec{\omega}}_{CD} = \frac{24Ra_A - 13v_A^2}{36R^2}\vec{k}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

QUESTÃO 3 (3,5 pontos). Um veículo deslocando-se com velocidade $v\vec{i}$ de módulo constante transporta um motor com eixo vertical que transmite velocidade angular constante $\Omega\vec{j}$ à barra *AB*, constantemente orientada na direção vertical. Na extremidade superior desta barra há um segundo motor que transmite ao disco de centro *B* e raio r velocidade angular constante $\omega\vec{k}$ (vide figura). Determinar:



(a) O vetor rotação instantânea (absoluto) do disco; (1,0 ponto)

(b) O vetor aceleração angular instantânea (absoluto) do disco; (0,5 pontos)

(c) A velocidade instantânea (absoluta) do ponto *P*. (0,5 pontos)

(d) A aceleração instantânea (absoluta) do ponto *P*. (0,5 pontos)

(e) As componentes (relativa e de arrastamento) da velocidade instantânea do ponto *P*. (0,5 pontos)

(f) As componentes (relativa, de arrastamento e complementar) da aceleração instantânea do ponto *P*. (0,5 pontos)

Solução:

Para a solução do problema, é conveniente estabelecer um sistema de referência auxiliar $B\vec{I}\vec{J}\vec{K}$ solidário à barra *AB*, e instantaneamente coincidente com o sistema inercial $\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$, como mostrado na figura do enunciado do problema.

(a)

$$\vec{\omega}_{ABS} = \vec{\Omega} + \vec{\omega} = \Omega\vec{j} + \omega\vec{K}$$

$$\boxed{\vec{\omega}_{ABS} = \Omega\vec{j} + \omega\vec{k}}$$

(b)

$$\dot{\vec{\omega}}_{ABS} = \dot{\vec{\Omega}} + \dot{\vec{\omega}} = \dot{\Omega}\vec{j} + \Omega\dot{\vec{j}} + \dot{\omega}\vec{K} + \omega\dot{\vec{K}} \Rightarrow$$

$$\dot{\vec{\omega}}_{ABS} = \vec{0} + \vec{0} + \vec{0} + \omega.\vec{\Omega} \wedge \vec{K} \Rightarrow$$

$$\dot{\vec{\omega}}_{ABS} = \omega.\Omega\vec{j} \wedge \vec{k} \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{\omega}}_{ABS} = \omega.\Omega\vec{i}}$$

(c) .

$$\vec{v}_{P,abs} = \vec{v}_{B,abs} + \vec{\omega}_{abs} \wedge (P - B)$$

$$\vec{v}_{B,abs} = \vec{v}_{A,abs} = v\vec{i} \Rightarrow$$

$$\vec{v}_{P,abs} = v\vec{i} + (\Omega\vec{j} + \omega\vec{k}) \wedge (r\vec{J})$$

$$\vec{v}_{P,abs} = v\vec{i} + (\Omega\vec{j} + \omega\vec{k}) \wedge (r\vec{j})$$

$$\boxed{\vec{v}_{P,abs} = (v - \omega r)\vec{i}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

(d)

$$\vec{a}_{P,abs} = \vec{a}_{B,abs} + \dot{\vec{\omega}}_{abs} \wedge (P-B) + \vec{\omega}_{abs} \wedge \left[\vec{\omega}_{abs} \wedge (P-B)\right]$$

$$\vec{a}_{B,abs} = \vec{a}_{A,abs} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{P,abs} = \omega\Omega\vec{i} \wedge (r\vec{J}) + (\Omega\vec{j} + \omega\vec{k}) \wedge \left[(\Omega\vec{j} + \omega\vec{k}) \wedge (r\vec{J})\right] \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{P,abs} = \omega\Omega\vec{i} \wedge (r\vec{j}) + (\Omega\vec{j} + \omega\vec{k}) \wedge \left[(\Omega\vec{j} + \omega\vec{k}) \wedge (r\vec{j})\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a}_{P,abs} = -\omega^2 r\vec{j} + 2\Omega\omega r\vec{k}}$$

(e)

$$\vec{v}_{P,r} = \vec{v}_B + \omega\vec{K} \wedge (P-B)$$

$$\vec{v}_{P,r} = \vec{0} + \omega\vec{K} \wedge (r\vec{J})$$

$$\boxed{\vec{v}_{P,r} = -\omega r\vec{I} = -\omega r\vec{i}}$$

$$\vec{v}_{P,a} = \vec{v}_{B,a} = \vec{v}_A$$

$$\boxed{\vec{v}_{P,a} = v\vec{i}}$$

(f)

$$\vec{a}_{P,abs} = \vec{a}_{P,r} + \vec{a}_{P,a} + \vec{a}_{P,c}$$

$$\vec{a}_{P,r} = \vec{a}_{B,r} + \dot{\vec{\omega}} \wedge (P-B) + \vec{\omega} \wedge \left[\vec{\omega} \wedge (P-B)\right]$$

$$\vec{a}_{P,r} = \vec{a}_{B,r} + \dot{\omega}\vec{K} \wedge (P-B) + \omega\vec{K} \wedge \left[\omega\vec{K} \wedge (P-B)\right]$$

$$\vec{a}_{P,r} = \vec{0} + \vec{0} + \omega\vec{K} \wedge \left[\omega\vec{K} \wedge (r\vec{J})\right]$$

$$\boxed{\vec{a}_{P,r} = -\omega^2 r\vec{J} = -\omega^2 r\vec{j}}$$

$$\vec{a}_{P,a} = \vec{a}_{B,a} = \vec{a}_A = \vec{0}$$

$$\vec{a}_{P,c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{P,r} = 2\Omega\vec{j} \wedge (\omega r\vec{i}) \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a}_{P,c} = 2\Omega\omega r\vec{k}}$$

As questões 4, 5, 6 e 7 são teóricas e opcionais

Questão 4 (0,5 pontos). Explique o significado de cada um dos termos da equação vetorial do eixo helicoidal instantâneo do movimento mais geral de um corpo sólido.

Solução:

$$E = O + \frac{\vec{\omega} \wedge \vec{v}_O}{|\vec{\omega}|^2} + \lambda\vec{\omega}, \text{ onde}$$

O: ponto genérico do corpo rígido, em que a velocidade absoluta é conhecida;
E: ponto genérico do eixo central;
$\vec{\omega}$: vetor rotação do corpo rígido;

$\vec{v}_O$: velocidade absoluta do ponto genérico O do corpo rígido;

λ : escalar qualquer (real);

$\lambda\vec{\omega}$: vetor paralelo ao vetor rotação;

$O + \dfrac{\vec{\omega}\wedge\vec{v}_O}{|\vec{\omega}|^2}$: distância mínima orientada desde o ponto genérico O ao eixo helicoidal instantâneo.

Questão 5 (0,5 pontos). São conhecidos dois pontos $A(x_A, y_A, z_A)$ e $B(x_B, y_B, z_B)$ bem como suas respectivas velocidades $\vec{v}_A(v_{xA}, v_{yA}, v_{zA})$ e $\vec{v}_B(v_{xB}, v_{yB}, v_{zB})$. Determinar a condição necessária e suficiente para que A e B pertençam ao mesmo corpo rígido.

Solução: O vínculo cinemático de movimento de um corpo rígido estabelece que, para dois pontos quaisquer A e B de um corpo rígido, tem-se:

$$\vec{v}_A.(B-A) = \vec{v}_B.(B-A)$$

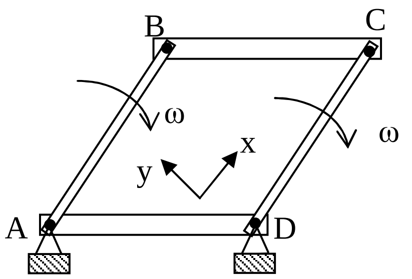
$$\therefore (v_{xA}\vec{i} + v_{yA}\vec{j} + v_{zA}\vec{k}).((x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}) =$$

$$(v_{xB}\vec{i} + v_{yB}\vec{j} + v_{zB}\vec{k}).((x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}) \Rightarrow$$

$$\boxed{\therefore v_{xA}(x_B - x_A) + v_{yA}(y_B - y_A) + v_{zA}(z_B - z_A) = v_{xB}(x_B - x_A) + v_{yB}(y_B - y_A) + v_{zB}(z_B - z_A)}$$

Questão 6 (0,5 pontos). Considere um mecanismo composto por 4 barras (*AB*, *BC*, *CD*, *DA*) articuladas duas a duas, sendo que *AB* é paralela a *CD* e *BC* é paralela a *DA*. Admitindo-se que as articulações *A* e *D* estejam fixas ao solo e que as barras *AB* e *CD* tenham a mesma velocidade angular, mostre que a barra *BC* realiza movimento de translação curvilínea.

Solução: utilizando o sistema de referência mostrado, cuja direção x é paralela às barras *AB* e *CD*, temos:



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega\vec{k}_{abs}\wedge(B-A)$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \omega\vec{k}_{abs}\wedge(C-D)$$

$$\vec{v}_B = \vec{0} + \omega\vec{k}_{abs}\wedge|(B-A)|\vec{i}$$

$$\vec{v}_C = \vec{0} + \omega\vec{k}_{abs}\wedge|(C-D)|\vec{i}$$

Como $|(B-A)| = |(C-D)| \Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_C$,

Portanto, aplicando-se a equação fundamental da Cinemática às velocidades dos pontos *B* e *C* da barra *BC*, obtém-se:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{BC}\wedge(C-B) \Rightarrow \vec{0} = \vec{\omega}_{BC}\wedge(C-B) \Rightarrow \vec{\omega}_{BC} = \vec{0}$$

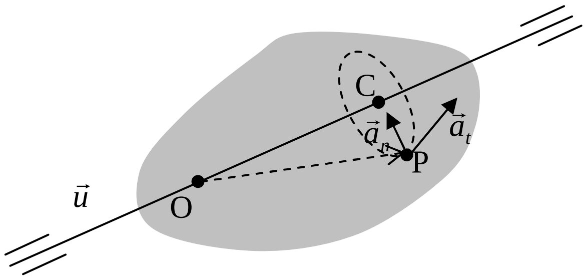
Conclui-se, portanto, que a barra *BC* executa movimento de translação curvilínea, uma vez que seu vetor rotação é nulo, mas a direção das velocidades de quaisquer de seus pontos (em particular, de *B* e de *C*), embora sejam iguais em um dado instante, variam ao longo do tempo, pois são determinadas pelo movimento de arrastamento imposto pelas barras condutoras *AB* e *CD*.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. CEP 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Questão 7 (0,5 pontos). Seja $\vec{a}_P$ o vetor aceleração de um ponto *P* não pertencente ao eixo de rotação *u*, fixo, de um corpo rígido que realiza movimento de rotação em torno de $\vec{u}$. Identifique cada um dos termos da expressão vetorial de $\vec{a}_P$.



Seja *O* um ponto do sólido situado tomado sobre o eixo $\vec{u}$, fixo, em torno do qual ocorre o movimento de rotação.
Utilizando-se a expressão geral para a aceleração de um ponto *P* qualquer de um sólido, tem-se:

$$\vec{a}_P = \vec{a}_O + \dot{\vec{\omega}} \wedge (P - O) + \vec{\omega} \wedge \left[\vec{\omega} \wedge (P - O)\right]$$

onde:

$\vec{a}_O$ = aceleração absoluta de um ponto genérico do sólido. No movimento considerado, em que O se situa sobre o eixo de rotação, a sua aceleração é nula.

$\dot{\vec{\omega}} \wedge (P - O)$ = componente da aceleração de *P* ao longo da direção transversal à direção de (P-O), tangente à trajetória circular indicada na figura acima.

$\vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge (P - O)\right)$: componente radial da aceleração de *P* na direção de (C-P), conforme indicado na figura acima.