ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

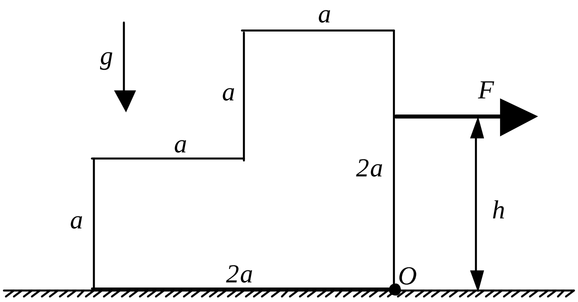
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A

Segunda Prova – 25 de outubro de 2002 – Duração: 100 minutos

(importante: não é permitida a utilização de calculadoras)

GABARITO

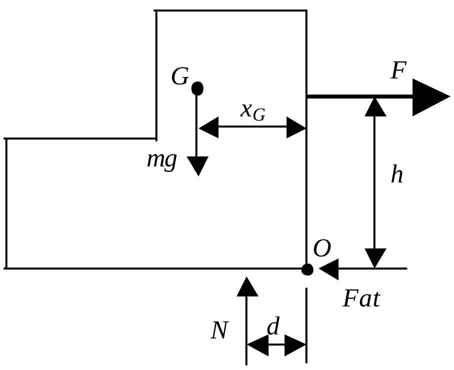


(3,0 pontos) Questão 1 – Aplica-se uma força *F* horizontal num sólido homogêneo de massa *m*, conforme mostrado na figura. O coeficiente de atrito entre o sólido e o solo é *m*. Pede-se:

a) O diagrama de corpo livre do sólido.

b) A força *F* máxima para que não ocorra escorregamento e nem pivotamento em torno do ponto *O*.

c) A relação entre *a*, *m* e *h* para que a eminência de escorregamento e pivotamento em torno do ponto *O* aconteçam simultaneamente.



$$x_G = \frac{a(2a^2) + \frac{a}{2}(a^2)}{3a^2} = \frac{5a}{6}$$

Equações de equilíbrio:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{at} = F$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg$$
$$\sum M_{zO} = 0 \Rightarrow F \cdot h = mg \cdot \frac{5a}{6} - N \cdot d$$

Para que não ocorra escorregamento – Lei de Coulomb $F_{at} \le \mu N \Rightarrow \boxed{F \le \mu mg}$

Para que não ocorra pivotamento: Na iminência do pivotamento d=0, portanto, do equilíbrio de momentos, $\boxed{F = \frac{5mga}{6h}}$

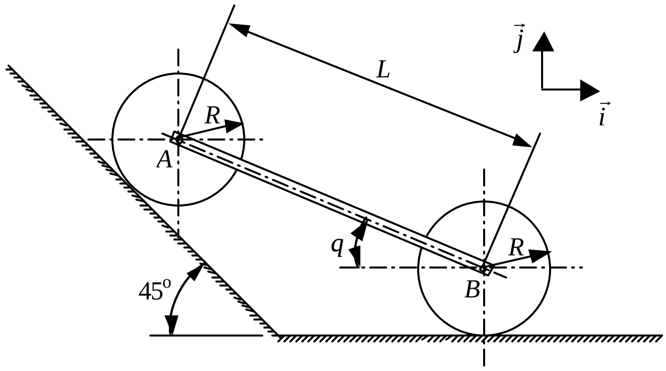
Para que não ocorra escorregamento e nem pivotamento: $\boxed{F_{máx} = mín\left\{\mu mg \;\; ; \;\; \frac{5mga}{6h}\right\}}$

Para que o escorregamento e o pivotamento ocorram simultaneamente: $\boxed{\mu = \frac{5a}{6h}}$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

(3,5 pontos) Questão 2 – O sistema é composto pela barra *AB*, de comprimento *L*, articulada em suas extremidades nos centros geométricos dos discos de raio *R*, que rolam sem escorregar. O vetor de rotação do disco de centro *B* é $\vec{w}_B = -w\,\vec{k}$. Na posição mostrada na figura:

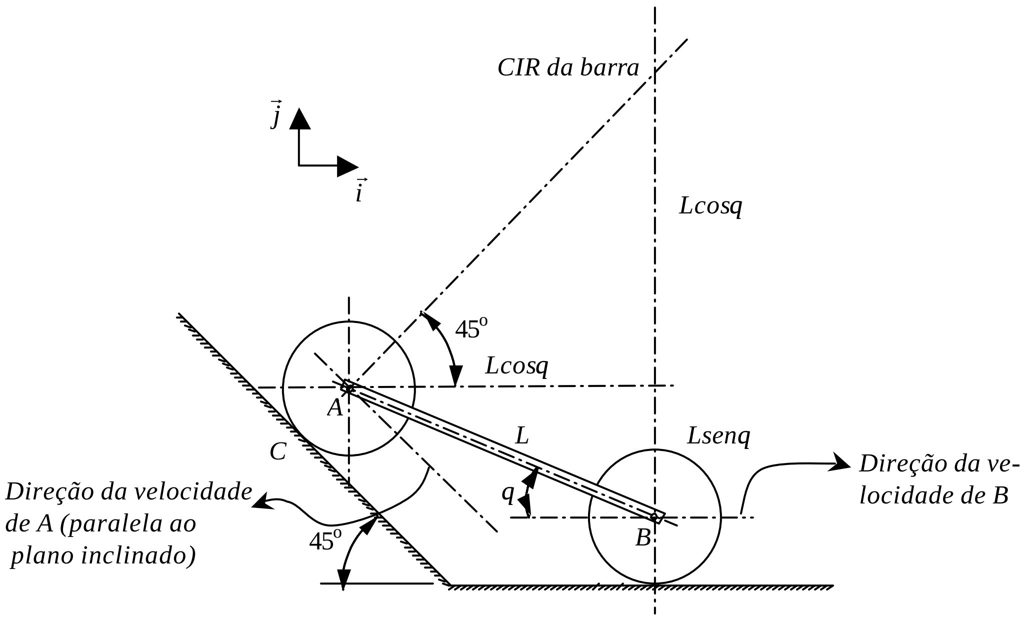


a) Determine a velocidade $\vec{v}_B$ do ponto *B*.

b) Localize graficamente o CIR da barra *AB*.

c) Determine o vetor de rotação $\vec{\Omega}$ da barra *AB*.

d) Determine a velocidade $\vec{v}_A$ do ponto *A* e o vetor de rotação $\vec{w}_A$ do disco de centro *A*.



$$\boxed{\vec{v}_B = \omega R\vec{i}}$$

$$(B - CIR) = -L(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)\vec{j}$$

$$\vec{v}_B = \Omega\vec{k} \wedge (B - CIR) \Rightarrow \omega R\vec{i} = \Omega L(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)\vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{\Omega} = \frac{\omega R}{L(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)}\vec{k}}$$

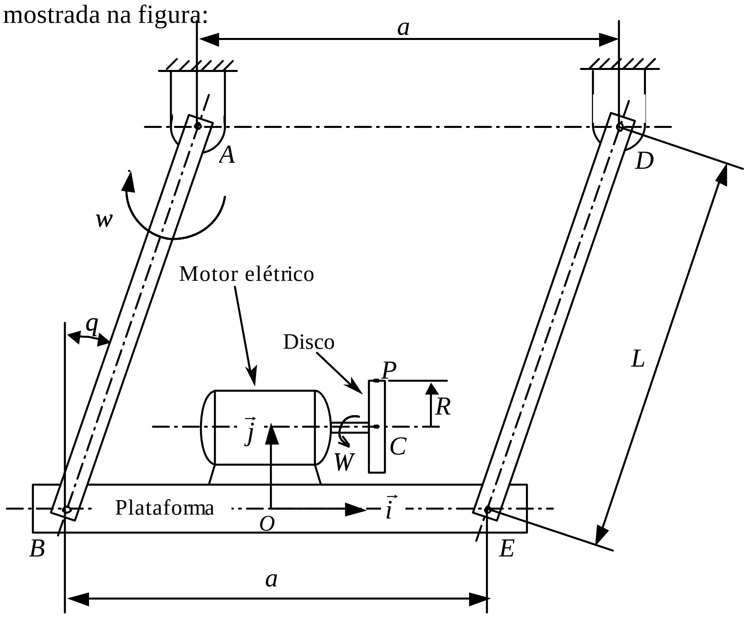
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \Omega\vec{k} \wedge (A - B) = \omega R\vec{i} + \frac{\omega R}{L(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)}\vec{k} \wedge (-L\cos\theta\,\vec{i} + L\,\text{sen}\,\theta\,\vec{j})$$

$$\vec{v}_A = \left(\omega R - \frac{\omega R\,\text{sen}\,\theta}{(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)}\right)\vec{i} - \left(\frac{\omega R\cos\theta}{(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)}\right)\vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_A = \frac{\omega R\cos\theta}{(\text{sen}\,\theta + \cos\theta)}\left(\vec{i} - \vec{j}\right)}$$

$$\vec{v}_A = \omega_A\vec{k} \wedge (A - C) \Rightarrow \frac{\omega R\cos\theta}{(\text{sen}\theta + \cos\theta)}(\vec{i} - \vec{j}) = \omega_A\vec{k} \wedge \frac{\sqrt{2}R}{2}(\vec{i} + \vec{j}) \Rightarrow \frac{\omega R\cos\theta}{(\text{sen}\theta + \cos\theta)} = -\frac{\omega_A\sqrt{2}R}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\omega}_A = -\frac{\sqrt{2}\;\omega\cos\theta}{(\text{sen}\theta + \cos\theta)}\vec{k}}$$

(3,5 pontos) Questão 3 –As barras *AB* e *DE* têm o mesmo comprimento *L* e mesmo vetor de rotação $\vec{w} = -w\,\vec{k}$ (constante). O motor elétrico aciona um disco de raio *R*, de tal forma que seu vetor de rotação em relação à plataforma *BE* é $\vec{\Omega} = \Omega\,\vec{i}$ (constante em relação à plataforma). Considerando a plataforma *BE* como referencial móvel, pede-se, na posição mostrada na figura:



a) A velocidade $\vec{v}_B$ do ponto *B*, e as velocidades de arrastamento $\vec{v}_{P,arr}$, relativa $\vec{v}_{P,rel}$ e absoluta $\vec{v}_{P,abs}$ do ponto *P*.
b) A aceleração $\vec{a}_B$ do ponto *B*.
c) As acelerações relativa $\vec{a}_{P,rel}$, de arrastamento $\vec{a}_{P,arr}$, de Coriolis $\vec{a}_{P,Cor}$ e absoluta $\vec{a}_{P,abs}$ do ponto *P*.
Obs.: use o sistemas de coordenadas $O\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$, fixo na plataforma *BE*, para escrever as grandezas cinemáticas solicitadas.

$$\vec{v}_B = -\omega\vec{k} \wedge (B - A) = -\omega\vec{k} \wedge -L(\text{sen}\,\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}) \Rightarrow \boxed{\vec{v}_B = \omega L(-\cos\theta\vec{i} + \text{sen}\theta\vec{j})}$$

Observando que a plataforma está em translação curvilínea, tem-se que todos os seus pontos têm a mesma velocidade, portanto:

$$\vec{v}_{P,arr} = \vec{v}_B \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{P,arr} = \omega L(-\cos\theta\vec{i} + \text{sen}\theta\vec{j})}$$

Para a velocidade relativa: $\vec{v}_{P,rel} = \Omega\vec{i} \wedge R\vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{P,rel} = \Omega R\vec{k}}$

A velocidade absoluta resulta em: $\vec{v}_P = \vec{v}_{P,arr} + \vec{v}_{P,rel} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_P = \omega L(-\cos\theta\vec{i} + \text{sen}\theta\vec{j}) + \Omega R\vec{k}}$

Sendo ω constante:

$$\vec{a}_B = \omega^2\vec{k} \wedge \left[\vec{k} \wedge (B - A)\right] = \omega^2\vec{k} \wedge \left[\vec{k} \wedge \left(-L\,\text{sen}\,\theta\vec{i} - L\cos\theta\vec{j}\right)\right] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_B = \omega^2 L\left(\text{sen}\,\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}\right)}$$

Observando novamente que a plataforma está em translação curvilínea, tem-se que todos os seus pontos têm a mesma velocidade e também mesma aceleração, portanto:

$$\vec{a}_{P,arr} = \vec{a}_B \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{P,arr} = \omega^2 L\left(\text{sen}\,\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}\right)}$$

Sendo Ω constante, tem-se para a aceleração relativa:

$$\vec{a}_{P,rel} = \Omega^2\,\vec{i} \wedge \left[\vec{i} \wedge (P - C)\right] = \Omega^2\vec{i} \wedge \left[\vec{i} \wedge R\vec{j}\right] \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{P,rel} = -\Omega^2 R\vec{j}}$$

Sendo a plataforma o referencial móvel e estando o mesmo em translação curvilínea, tem-se que a aceleração de Coriolis é nula.

A aceleração absoluta resulta em: $\vec{a}_P = \vec{a}_{P,arr} + \vec{a}_{P,rel} + \vec{a}_{P,cor} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_P = \omega^2 L\,\text{sen}\,\theta\vec{i} + \left(\omega^2 L\cos\theta - \Omega^2 R\right)\vec{j}}$