ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

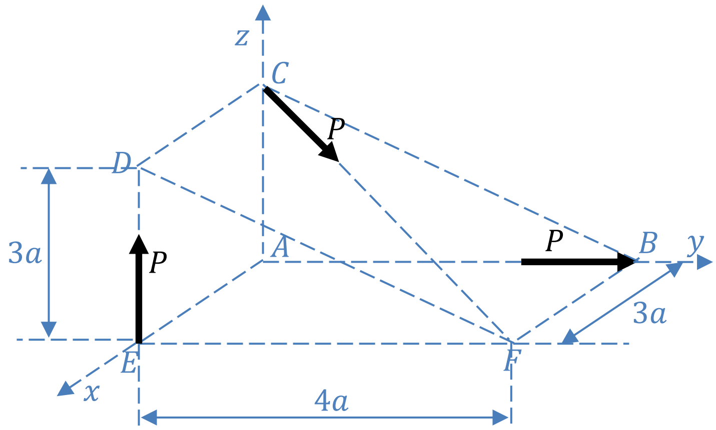
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 Mecânica I

Primeira Prova - Duração 120 minutos – 3 de maio de 2022

Não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos.

1ª Questão (3,0 pontos). O prisma $ABCDEF$, de massa desprezível, está sujeito a 3 forças de módulo P, aplicadas aos vértices C, B e E, conforme ilustrado na figura. Pede-se:



a) A resultante do sistema de forças e o momento resultante no polo C.

b) O momento resultante no eixo Ax.

c) Verificar se o sistema é redutível a uma única força.

d) Determinar o módulo do momento mínimo do sistema de forças.

RESOLUÇÃO

A resultante do sistema de forças é:

$$\vec{R} = P\vec{j} + P\vec{k} + P\frac{(F-C)}{|F-C|} = P\vec{j} + P\vec{k} + P\frac{(F-E)+(E-A)+(A-C)}{|(F-E)+(E-A)+(A-C)|}$$

ou seja,

$$\vec{R} = P\vec{j} + P\vec{k} + P\frac{4a\vec{j} - 3a\vec{k} + 3a\vec{i}}{|4a\vec{j} - 3a\vec{k} + 3a\vec{i}|} = P\vec{j} + P\vec{k} + P\frac{4a\vec{j} - 3a\vec{k} + 3a\vec{i}}{\sqrt{34}a}$$

$$\Rightarrow \vec{R} = \frac{3}{\sqrt{34}}P\vec{i} + \left(1 + \frac{4}{\sqrt{34}}\right)P\vec{j} + \left(1 - \frac{3}{\sqrt{34}}\right)P\vec{k}$$

(0,5 ponto)

O momento resultante em C é:

$$\vec{M}_C = -P \cdot 3a\vec{j} + P \cdot 3a\vec{i}$$

(0,5 ponto)

Notemos que as forças aplicadas em E e em B produzem momento nulo no eixo Ax e que as componentes x e z da força aplicada em C também geram momentos nulos em Ax. Portanto, apenas a componente y da força aplicada em C produz torque não nulo em Ax, ou seja:

$$M_{Ax} = -\frac{4P}{\sqrt{34}}3a = -\frac{12}{\sqrt{34}}Pa$$

(0,5 ponto)

O invariante escalar do sistema de forças é:

$$I = \vec{M}_C \cdot \vec{R} = (-P \cdot 3a\vec{j} + P \cdot 3a\vec{i}) \cdot \left[\frac{3}{\sqrt{34}}P\vec{i} + \left(1 + \frac{4}{\sqrt{34}}\right)P\vec{j} + \left(1 - \frac{3}{\sqrt{34}}\right)P\vec{k}\right]$$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{9}{\sqrt{34}} - 3 - \frac{12}{\sqrt{34}}\right)P^2a = -3\left(1 + \frac{3}{\sqrt{34}}\right)P^2a$$

Conclui-se, portanto, que o sistema dado não é redutível a uma única força.

(1,0 ponto)

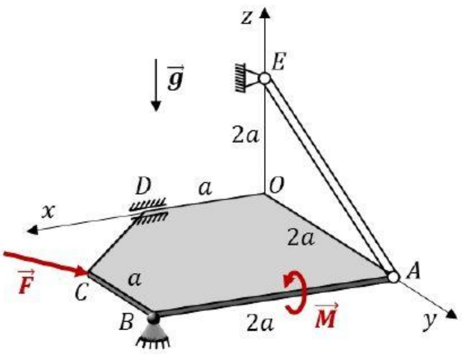
O momento mínimo desse sistema de forças é dado por:

$$\left|\vec{M}_{min}\right| = \frac{|I|}{\left|\vec{R}\right|} = \frac{3\left(1+\frac{3}{\sqrt{34}}\right)Pa}{\sqrt{\frac{9}{34}+\left(1+\frac{4}{\sqrt{34}}\right)^2+\left(1-\frac{4}{\sqrt{34}}\right)^2}} = \frac{3\left(3+\sqrt{34}\right)Pa}{\sqrt{109}}$$

(0,5 ponto)

2ª Questão (3,5 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea $OABCD$, de massa m, está no plano Oxy e tem seu movimento restrito pela articulação em B, pelo anel em D e pela barra AE. A barra se encontra no plano Oyz e tem peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $(\vec{F}, C) = -F\hat{\mathbf{i}} + F\hat{\mathbf{j}}$, o peso $(\vec{P}, G) = -mg\hat{\mathbf{k}}$ e o binário $\vec{M} = M\hat{\mathbf{i}}$. Determinar:

a) As coordenadas do centro de massa G da placa no sistema $Oxyz$.
b) O diagrama de corpo livre da placa.
c) As equações de equilíbrio da placa.
d) Os esforços atuantes na barra AE.
e) As reações vinculares em B e D.



RESOLUÇÃO

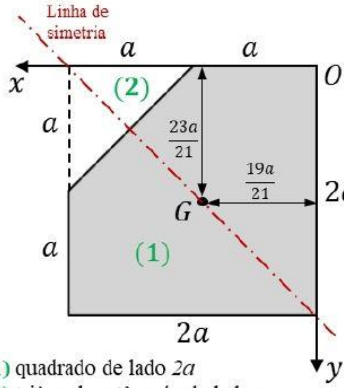
a) Placa no plano Oxy, portanto: $z_G = 0$. **(0,1 ponto)**
Como a placa é homogênea, tem-se (veja figura ao lado):

$$A_{total}x_G = \sum_{i=1}^{n} A_i x_{G_i} \Longrightarrow (A_1 - A_2)x_G = A_1 x_{G_1} - A_2 x_{G_2}$$

$$\left(4a^2 - \frac{a^2}{2}\right)x_G = 4a^2 a - \frac{a^2}{2}\left(2a - \frac{a}{3}\right) \Rightarrow x_G = \frac{19a}{21}$$ **(0,2 ponto)**

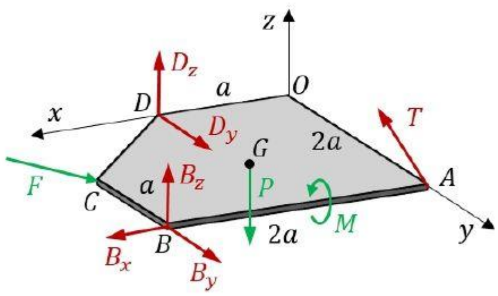
$$A_{total}y_G = \sum_{i=1}^{n} A_i y_{G_i} \Longrightarrow (A_1 - A_2)y_G = A_1 y_{G_1} - A_2 y_{G_2}$$

$$\left(4a^2 - \frac{a^2}{2}\right)y_G = 4a^2 a - \frac{a^2}{2}\left(\frac{a}{3}\right) \Rightarrow y_G = \frac{23a}{21}$$ **(0,2 ponto)**



(1) quadrado de lado $2a$
(2) triângulo retângulo de lado a

b) Veja o DCL da plana na figura ao lado. **(1,0 ponto)**



c) Equações de equilíbrio da placa:

$$\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} R_x = 0 \Rightarrow B_x - F = 0 \\ R_y = 0 \Rightarrow B_y + D_y + F - \dfrac{T\sqrt{2}}{2} = 0 \\ R_z = 0 \Rightarrow B_z + D_z - mg + \dfrac{T\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases}$$ **(0,5 ponto)**

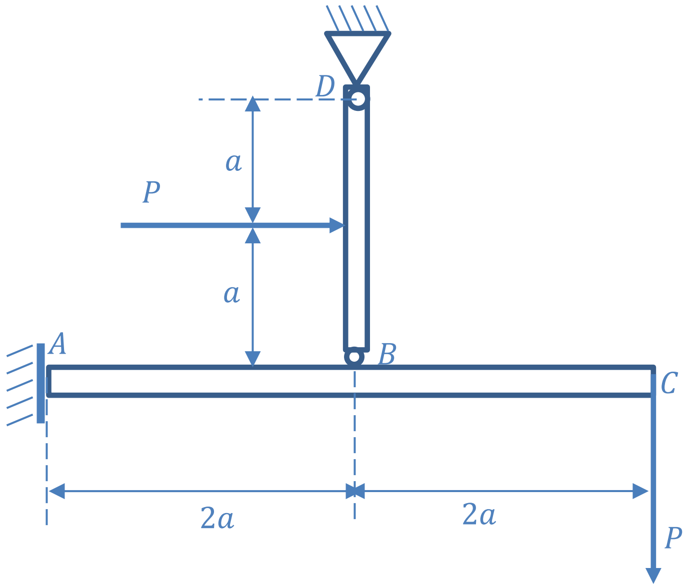
$$\vec{M}_B = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} M_{B_x} = 0 \Rightarrow -2aD_z + \dfrac{19mga}{21} + M = 0 \\ M_{B_y} = 0 \Rightarrow aD_z - \dfrac{23mga}{21} + \sqrt{2}aT = 0 \\ M_{B_z} = 0 \Rightarrow -aD_y - aF + \sqrt{2}aT = 0 \end{cases}$$ **(0,5 ponto)**

d-e) Resolvendo o sistema linear de equações para as variáveis $(B_x, B_y, B_z, D_y, D_z, T)$, obtêm-se:

$B_x = F$ **(0,1)** $B_z = \frac{19mga - 21M}{84a}$ **(0,1)** $D_z = \frac{19mga + 21M}{42a}$ **(0,1)**

$B_y = \frac{7M - 9mga}{28a}$ **(0,1)** $D_y = \frac{9mga - 14aF - 7M}{14a}$ **(0,1)** $T = \frac{\sqrt{2}(9mga - 7M)}{28a}$ **(0,5)**

3ª Questão (3,5 pontos). Considere o pórtico plano composto pelas barras de peso desprezível AC e BD, em que: i) a barra AC é apoiada em A a uma superfície vertical áspera e ligada à barra BD pela articulação B; ii) a barra BD é articulada em suas extremidades ao apoio D e à barra AC, conforme ilustrado na figura. Para o carregamento dado e, considerando que o coeficiente de atrito no contato entre as superfícies da barra AC e a da parede vertical seja μ, pede-se:



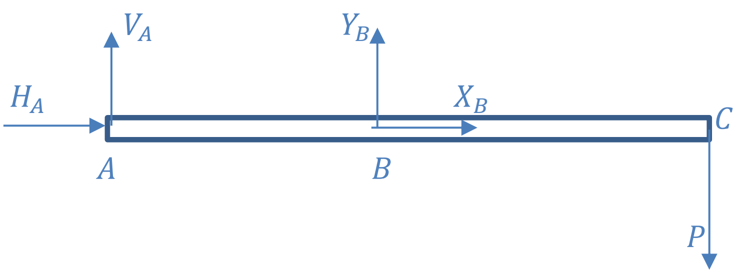
a) desenhar os diagramas de corpo livre das barras AC e BD;

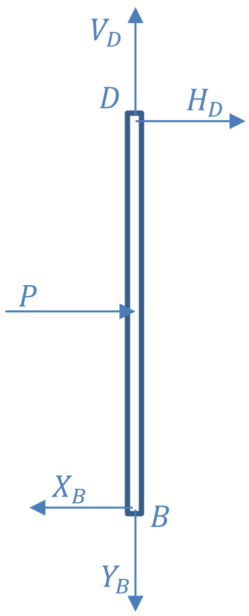
b) as reações em A e em D;

c) o valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio.

RESOLUÇÃO

Abaixo apresentam-se os diagramas de corpo livre das barras AC e BD





(1,5 pontos)

As equações de equilíbrio são dadas por:

$$\begin{cases} H_A + X_B = 0 \\ V_A + Y_B - P = 0 \\ Y_B 2a - P4a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_D - X_B + P = 0 \\ V_D - Y_B = 0 \\ Pa - X_B 2a = 0 \end{cases}$$

(1,0 ponto)

Resolvendo-se esse sistema de 6 equações e 6 incógnitas, obtêm-se:

$$H_A = -\frac{P}{2} \quad V_A = -P \quad H_D = -\frac{P}{2} \quad V_D = 2P \quad X_B = \frac{P}{2} \quad Y_B = 2P$$

(0,5 ponto)

A força de atrito agente no contato A da barra AC com a parede vertical é dada por:

$F_{at} = V_A = \mu H_A$
Logo, o valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio é:

$$\mu = \frac{V_A}{H_A} = \frac{P}{P/2} = 2$$

(0,5 ponto)