ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 – Reoferecimento – Primeira Prova – 29 de março de 2019 – Duração: 110 minutos
(Não é permitido o uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)

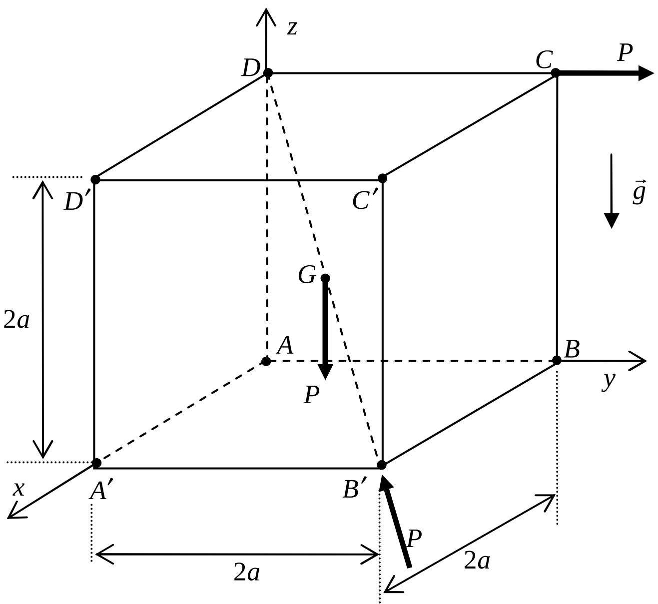
1ª Questão (3,0 pontos). O cubo homogêneo $ABCDA'B'C'D'$, de lado $2a$ e peso P, está sujeito ao sistema de forças indicado na figura ao lado. Utilizando a base de versores $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, referentes aos eixos x, y, z, respectivamente, pede-se:

(a) determinar a resultante do sistema de forças e o momento resultante em D;

(b) determinar o momento resultante do sistema de forças no eixo AD;

(c) determinar o momento resultante em A;

(d) verificar se o sistema é redutível a uma única força.

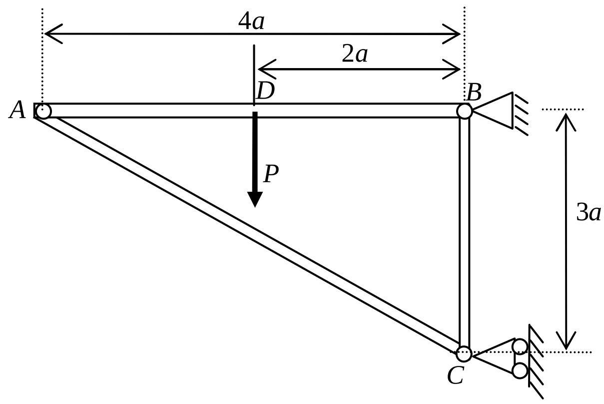


2ª Questão (3,5 pontos). A estrutura da figura, composta pelas barras articuladas AB, BC e AC, todas de peso desprezível, está em equilíbrio sob a ação do carregamento indicado. Pede-se:

(a) determinar as reações vinculares;

(b) construir os diagramas de corpo livre das barras;

(c) determinar as forças internas nas barras AB, BC e AC.

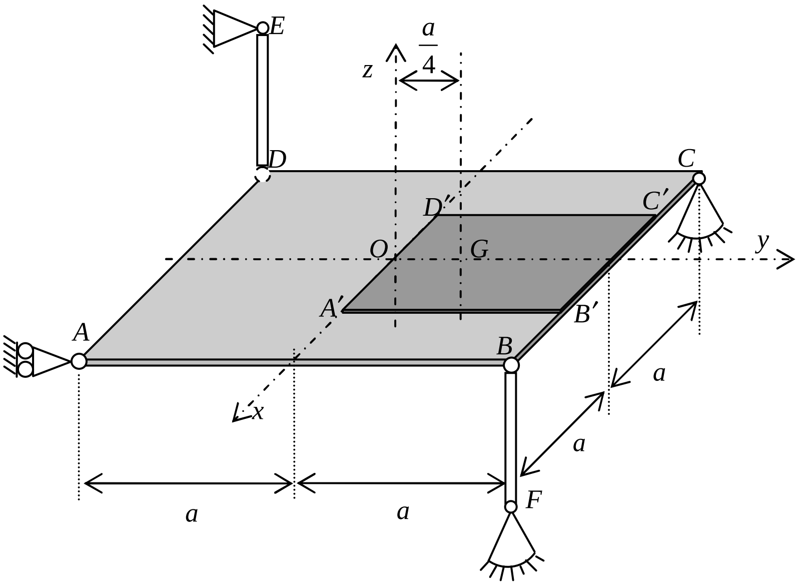


3ª Questão (3,5 pontos). A placa quadrada $ABCD$, de lado $2a$ e densidade superficial ρ, está soldada a uma segunda placa quadrada de lado a e densidade superficial ρ'. O centro O conjunto é apoiado em A e C e articulado às barras de peso desprezível ED e BF, conforme indicado na figura. Sabendo-se que o peso da peça única constituída pelas duas placas homogêneas é P e que o seu centro de massa G se situa na posição $(0, a/4, 0)$, pede-se:

(a) determinar ρ e ρ' em função de P e dos demais dados fornecidos;

(b) desenhar os diagramas de corpo livre da placa e das barras;

(c) determinar, em função de P, as reações nos apoios A e C e as forças nas barras ED e BF.



Resolução da 1ª Questão

A resultante do sistema de forças indicado, é:

$$\vec{R} = P\vec{j} - P\vec{k} + P\frac{(D-B')}{|D-B'|} = P\vec{j} - P\vec{k} + P\frac{(D-D')+(D'-A')+(A'-B')}{\sqrt{4a^2+4a^2+4a^2}} = P\vec{j} - P\vec{k} + P\frac{-2a\vec{i}+2a\vec{k}-2a\vec{j}}{2a\sqrt{3}}$$

$$\therefore \vec{R} = -\frac{\sqrt{3}}{3}P\vec{i} + \frac{3-\sqrt{3}}{3}P\vec{j} + \frac{\sqrt{3}-3}{3}P\vec{k}$$

O momento resultante em D, é:

$$\vec{M}_D = (G-D)\wedge\left(-P\vec{k}\right) = \left(a\vec{i}+a\vec{j}-a\vec{k}\right)\wedge\left(-P\vec{k}\right) = aP\vec{j} - aP\vec{i}$$

Resposta (a): 1 ponto

O momento resultante no eixo AD, é:

$$M_{AD} = \vec{M}_D\cdot\vec{k} = \left(aP\vec{j}-aP\vec{i}\right)\cdot\vec{k} = 0$$

Resposta (b): ½ ponto

O momento resultante no pólo A, é:

$$\vec{M}_A = \vec{M}_D + (D-A)\wedge\vec{R} = aP\vec{j} - aP\vec{i} + 2a\vec{k}\wedge\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}P\vec{i} + \frac{3-\sqrt{3}}{3}P\vec{j} + \frac{\sqrt{3}-3}{3}P\vec{k}\right] = aP\vec{j} - aP\vec{i} - 2aP\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{j} - 2aP\frac{3-\sqrt{3}}{3}\vec{i}$$

$$\vec{M}_A = aP\left(1-2\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\vec{j} - aP\left(1+2\frac{3-\sqrt{3}}{3}\right)\vec{i} = aP\frac{3-2\sqrt{3}}{3}\vec{j} - aP\frac{9-2\sqrt{3}}{3}\vec{i}$$

Resposta (c): ½ ponto

O invariante escalar do sistema é:

$$I = \vec{M}_D\cdot\vec{R} = \left(aP\vec{j}-aP\vec{i}\right)\cdot\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}P\vec{i} + \frac{3-\sqrt{3}}{3}P\vec{j} + \frac{\sqrt{3}-3}{3}P\vec{k}\right] = aP^2\frac{\sqrt{3}}{3} + aP^2\frac{3-\sqrt{3}}{3} = aP^2 \neq 0$$

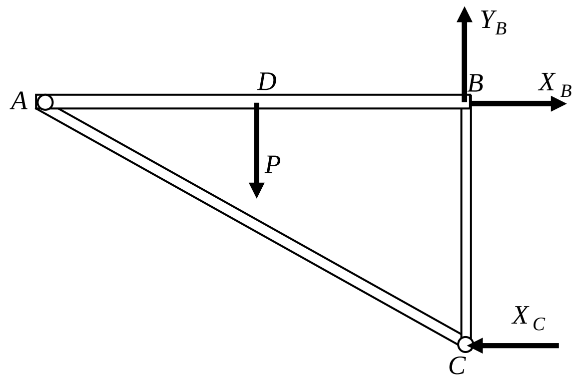
Como $\vec{R}\neq\vec{0}$ e $I\neq 0$, concluímos que o sistema de forças não é redutível a uma única força, mas sim a ‘uma força + um binário’.

Resposta (d): 1 ponto

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 2ª Questão



Tomando como referência o diagrama de corpo livre da estrutura da figura ao lado, as equações de equilíbrio são:

$X_B - X_C = 0$

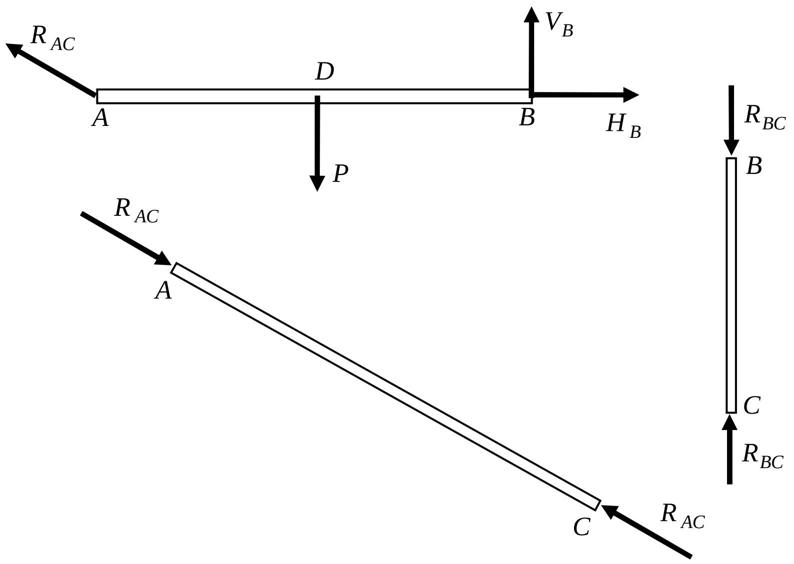
$Y_B = P$

$M_B = P \cdot 2a - X_C \cdot 3a = 0$

Logo, as reações externas, são:

$X_B = \frac{2}{3}P \qquad Y_B = P \qquad X_C = \frac{2}{3}P$

Resposta (a): ½ ponto



Os diagramas de corpo livre das barras são apresentados na figura à esquerda.

Resposta (b): 1½ ponto

As equações de equilíbrio da barra AB são:

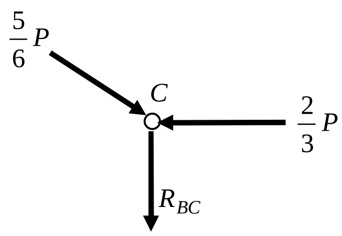
$-R_{AC}\frac{4}{5} + H_B = 0$

$R_{AC}\frac{3}{5} - P + V_B = 0$

$M_B = P \cdot 2a - R_{AC}\frac{3}{5} \cdot 4a = 0$

Resolvendo-se o sistema de equações acima, obtêm-se:

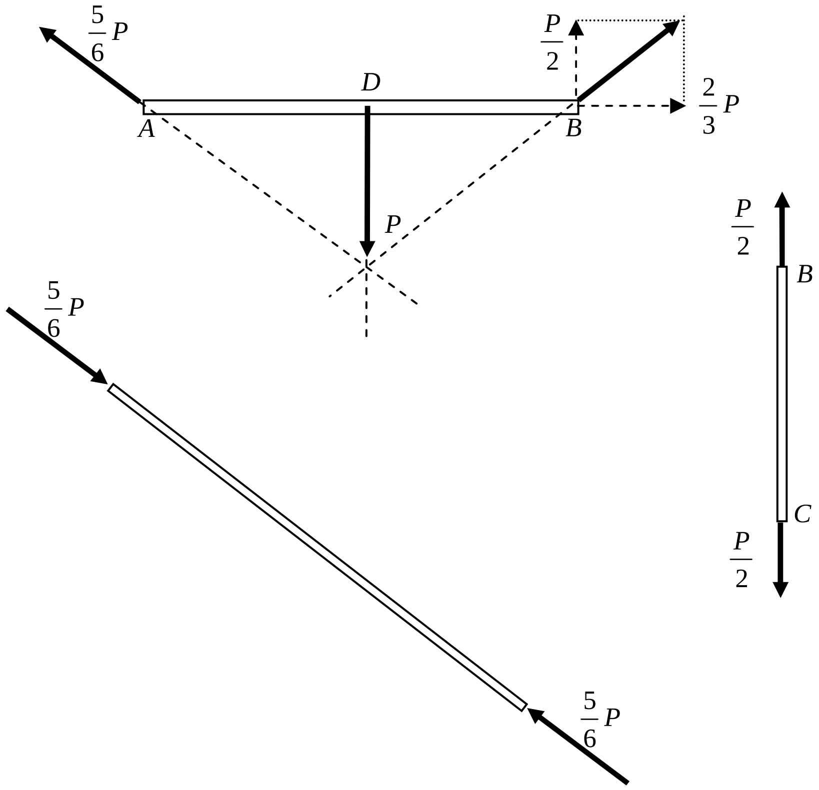
$R_{AC} = \frac{5}{6}P$ (compressão) $\qquad H_B = \frac{2}{3}P \qquad V_B = \frac{P}{2}$



Considerando-se, finalmente, o diagrama de corpo livre do nó C, determina-se a força R_{CB}:

$$-R_{CB}-\frac{5}{6}P\cdot\frac{3}{5}=0\Rightarrow R_{CB}=-\frac{P}{2}\text{(tração)}$$

Na figura abaixo, apresentam-se os diagramas de corpo livre das barras após o cálculo das forças internas:



Resposta (c): 1½ ponto

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 3ª Questão

De acordo com o enunciado do problema, tem-se:

$$P = \left(\rho 4a^2 + \rho' a^2\right) g \qquad \text{(I)}$$

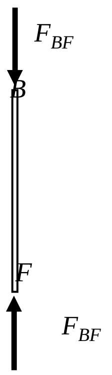
$$\frac{a}{4} = \frac{\rho 4a^2 \cdot 0 + \rho' a^2 \cdot \frac{a}{2}}{P/g} \qquad \text{(II)}$$

Resolvendo-se o sistema de equações I-II acima, obtêm-se:

$$\rho' = \frac{P}{2a^2 g} \qquad \text{e} \qquad \rho = \frac{P}{8a^2 g}$$

Resposta (a): ½ ponto

Na figura abaixo, apresentam-se os diagramas de corpo livre das duas barras e da peça constituída pelas placas soldadas:



Resposta (b): 1½ ponto

As equações de equilíbrio da placa são:

$$X_C = 0 \qquad (1)$$

$$Y_C + Y_A = 0 \qquad (2)$$

$$Z_C + F_{BF} + F_{DE} - P = 0 \qquad (3)$$

$$F_{BF} \cdot a - F_{DE} \cdot a - P \cdot \frac{a}{4} + Z_C \cdot a = 0 \qquad (4)$$

$$-F_{BF} \cdot a + F_{DE} \cdot a + Z_C \cdot a = 0 \qquad (5)$$

$$Y_A \cdot a + X_C \cdot a - Y_C \cdot a = 0 \qquad (6)$$

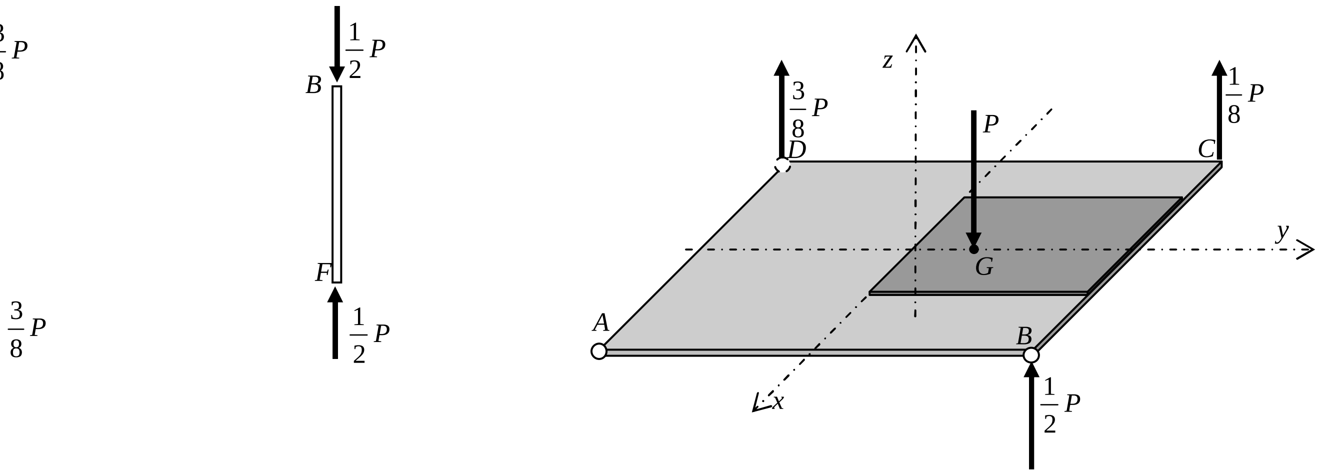
Resolvendo-se esse sistema de equações, obtêm-se:

$X_C = 0$ $\quad Y_C = 0$ $\quad Z_C = \frac{P}{8}$ $\quad Y_A = 0$ $\quad F_{BF} = \frac{P}{2}$ (compressão) $\quad F_{DE} = \frac{3}{8}P$ (tração)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

O diagrama de corpo livre da placa, após o cálculo das forças, é apresentado na figura a seguir:



Resposta (c): 1½ ponto