



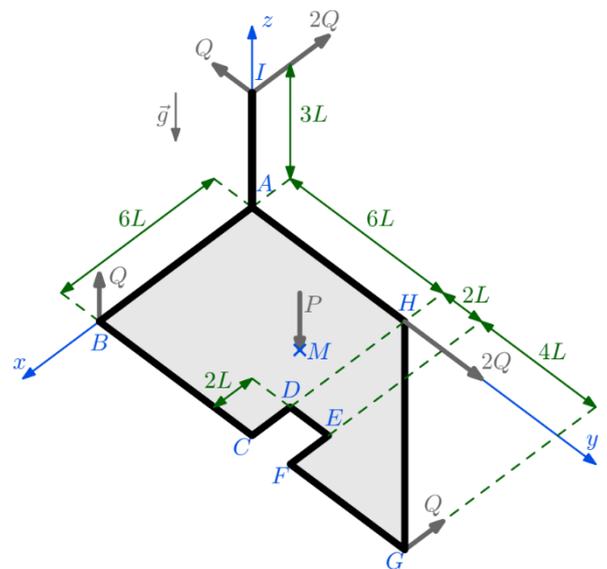
MECÂNICA I (Reoferecimento) - PME 3100 – 1ª Prova – 12 de abril de 2018

Duração da Prova: 110 minutos (não é permitido uso de dispositivos eletrônicos)

RESOLUÇÃO

(Versão de 20/04/2018)

1ª Questão (3,5 pontos). Considere o sistema material indicado na figura, composto por uma placa plana $ABCDEFGH$, de espessura desprezível, e uma barra vertical AI fixa rigidamente à placa. O sistema está livre no espaço. A placa plana é homogênea e tem peso $-P\vec{k}$. A barra vertical tem peso desprezível. Sobre este sistema material também atuam as seguintes forças: (\vec{F}_B, B) , (\vec{F}_G, G) , (\vec{F}_H, H) , (\vec{F}_I, I) , com $\vec{F}_B = Q\vec{k}$, $\vec{F}_G = -Q\vec{i}$, $\vec{F}_H = 2Q\vec{j}$, $\vec{F}_I = -2Q\vec{i} - Q\vec{j}$. Determine:



- Mostre que o centro de massa da placa plana $ABCDEFGH$ é o ponto $M = \left(\frac{16}{5}L, \frac{112}{25}L, 0\right)$.
- A resultante \vec{R} e o momento resultante \vec{M}_A no pólo A .
- A relação que deve existir entre P e Q para que o momento resultante em torno do eixo Ay seja nulo.
- A relação que deve existir entre P e Q para que o sistema de forças aplicadas possa ser reduzido a uma única força.
- A momento mínimo do sistema de forças, considerando que P e Q satisfaçam a relação obtida no item anterior.

(a) Da homogeneidade da placa, considera-se que a massa de cada parte seja proporcional à sua área. Logo:

	x	y	A	$A/\sum A$	$xA/\sum A$	$yA/\sum A$
Quadrado ABCH	$3L$	$3L$	$36L^2$	$\frac{18}{25}$	$\frac{54L}{25}$	$\frac{54L}{25}$
Furo Quadrado CDEF	$5L$	$7L$	$-4L^2$	$-\frac{2}{25}$	$-\frac{10L}{25}$	$-\frac{14L}{25}$
Triângulo CGM	$4L$	$8L$	$18L^2$	$\frac{9}{25}$	$-\frac{36L}{25}$	$-\frac{72L}{25}$
TOTAIS			$50L^2$	1	$\frac{16L}{5}$	$\frac{112L}{25}$

Portanto, as coordenadas do centro de massa da placa são: $(x_M, y_M) = \left(\frac{16L}{5}, \frac{112L}{25}\right)$ **(1,0 ponto)**



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
 Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

(b)

Ponto	$(P_i - A)$			\vec{F}_i			$(P_i - A) \wedge \vec{F}_i$		
	\vec{i}	\vec{j}	\vec{k}	\vec{i}	\vec{j}	\vec{k}	\vec{i}	\vec{j}	\vec{k}
<i>M</i>	$16L/5$	$112L/25$	0	0	0	$-P$	$-\frac{112PL}{25}$	$\frac{16PL}{5}$	0
<i>B</i>	$6L$	0	0	0	0	Q	0	$-6QL$	0
<i>G</i>	$6L$	$12L$	0	$-Q$	0	0	0	0	$12QL$
<i>M</i>	0	$6L$	0	0	$2Q$	0	0	0	0
<i>I</i>	0	0	$3L$	$-2Q$	$-Q$	0	$3QL$	$-6QL$	0
TOTAIS				$-3Q$	Q	$Q - P$			

$$\vec{R} = -3Q\vec{i} + Q\vec{j} + (Q - P)\vec{k} \quad (0,2 \text{ ponto})$$

$$\vec{M}_A = \left(3QL - \frac{112}{25}PL\right)\vec{i} + \left(\frac{16}{5}PL - 12QL\right)\vec{j} + (12QL)\vec{k} \quad (0,3 \text{ ponto})$$

(c) $M_{Ay} = \vec{M}_A \cdot \vec{j} = \frac{16}{5}PL - 12QL \quad \therefore M_{Ay} = 0 \Rightarrow Q = \frac{4}{15}P \quad (0,5 \text{ ponto})$

(d) Como $\vec{R} \neq \vec{0}$, o sistema é redutível a uma única força se, e somente se, $I = 0$:

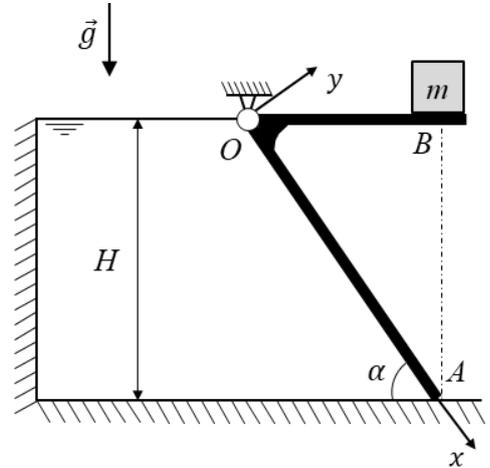
$$I = \vec{M}_A \cdot \vec{R} = -3Q \left(3QL - \frac{112PL}{25}\right) + Q \left(\frac{16PL}{5} - 12QL\right) + 12QL(Q - P)$$

$$I = 0 \Rightarrow Q = \frac{116}{225}P \quad (1,0 \text{ ponto})$$

(e) Para a relação entre P e Q obtida no item anterior $I = 0$, logo o momento mínimo do sistema de forças é nulo. **(0,5 ponto)**

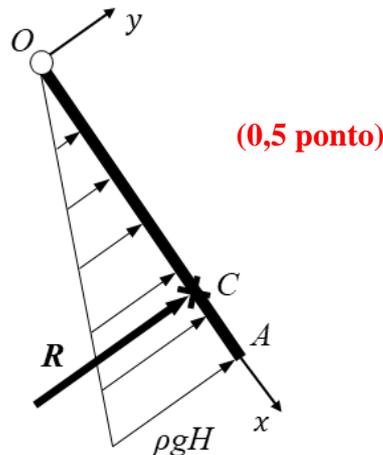


2ª Questão (3,0 pontos). A figura mostra a seção transversal de um reservatório, de largura L (ortogonal ao plano da figura), projetado para armazenar um fluido ideal de densidade ρ (kg/m^3). O fluido é mantido no reservatório por meio da comporta AOB , de massa desprezível, articulada em O e apoiada no solo em A , **sem atrito**. A altura máxima H de fluido que pode ser armazenado no reservatório é controlada por um contrapeso, de massa m (kg), situado na extremidade B da comporta. A aceleração da gravidade é g (m/s^2). Nestas condições, pede-se:



- construir o diagrama de forças hidrostáticas atuantes sobre a superfície AO ;
- determinar a resultante R do sistema de forças hidrostáticas considerado no item (a);
- determinar a abscissa x do centro de pressões do sistema de forças hidrostáticas considerado no item (a);
- desenhar o diagrama de corpo livre da comporta AOB ;
- determinar o esforço atuante no ponto de apoio A ;
- determinar o valor mínimo da massa do contrapeso necessária para manter o sistema sempre em equilíbrio estático.

(a) O diagrama de forças hidrostáticas atuantes sobre a superfície AO é ilustrado abaixo:



(b) A resultante R do sistema de forças hidrostáticas corresponde ao volume do prisma de pressões, cuja seção transversal é ilustrada na solução do item a):

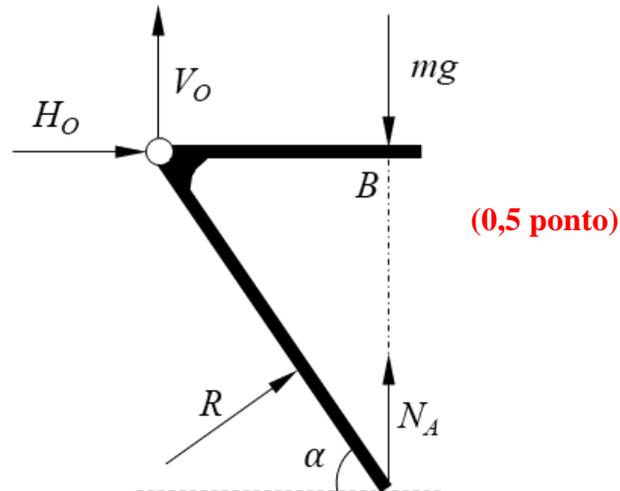
$$R \equiv \text{volume do prisma de pressões} \Rightarrow R = \frac{\rho g H^2 L}{2 \sin \alpha} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

(c) A abscissa x do centro de pressões C do sistema de forças hidrostáticas corresponde à projeção, na superfície AO , do baricentro da seção transversal do prisma de pressões ilustrada na solução do item a). Portanto:

$$x_C = \frac{2H}{3 \sin \alpha} \quad (0,5 \text{ ponto})$$



(d) O diagrama de corpo livre da comporta AOB é ilustrado abaixo:



(e) Calculando o momento resultante com respeito ao pólo O , e considerando a condição de equilíbrio estático, tem-se:

$$\sum \vec{M}_O = -mg \frac{H}{\tan\alpha} + N_A \frac{H}{\tan\alpha} + R x_C = 0$$

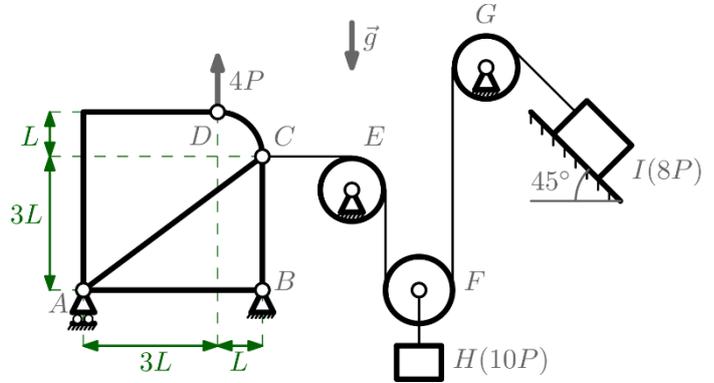
$$-mg \frac{H}{\tan\alpha} + N_A \frac{H}{\tan\alpha} + \left(\frac{\rho g H^2 L}{2 \sin\alpha} \right) \frac{2H}{3 \sin\alpha} = 0 \Rightarrow N_A = mg - \frac{\rho g H^2 L}{3 \sin\alpha \cos\alpha} \quad \text{(0,5 ponto)}$$

(f) Para o sistema permanecer sempre em equilíbrio estático, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$N_A \geq 0 \Rightarrow m \geq \frac{\rho H^2 L}{3 \sin\alpha \cos\alpha} \quad \text{(0,5 ponto)}$$



3ª Questão (3,5 pontos). Considere o sistema em equilíbrio indicado na figura, composto pela estrutura de 5 barras $ABCD$, pelos blocos H e I , pelas polias ideais E , F e G e por fios também ideais. Os pesos dos blocos H e I são $10P$ e $8P$, respectivamente. Os demais componentes do sistema têm peso desprezível. Há ainda uma força vertical de magnitude $4P$ aplicada na articulação D , conforme mostrado na figura. O bloco I encontra-se apoiado em uma superfície plana inclinada de 45° com relação à horizontal. Pede-se:



- (a) Os diagramas de corpo livre da estrutura composta por 5 barras $ABCD$, das polias E , F e G , e dos blocos H e I .
- (b) As reações no apoio em A e na articulação em B .
- (c) As forças internas às barras AB , BC e AC , indicando se são de tração ou compressão.
- (d) O menor valor do coeficiente de atrito estático entre o bloco I e o plano inclinado a fim de assegurar o equilíbrio do sistema.

(a)

(1,0 ponto)

(b) Equilíbrio do bloco H : $T_H = 10P$

Equilíbrio da polia F : $2T = T_H = 10P \Rightarrow T = 5P$

Equilíbrio na estrutura composta por 5 barras $ABCD$:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X_B + T = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B + 4P = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_{Bz} = 0 \Rightarrow -4PL - 3TL - 4Y_A L = 0 \tag{3}$$

De (3): $Y_A = -P - \frac{3T}{4} = -\frac{19P}{4}$; De (1): $X_B = -5P$; De (2): $Y_B = -4P - Y_A = \frac{3P}{4}$

(1,0 ponto)



(c) Todas as barras da estrutura são barras de treliça. Aplicando o método dos nós ao nós B e C :

• **Nó B:**

$$\begin{aligned} T_{AB} + 5P &= 0 \Rightarrow T_{AB} = -5P \text{ (Compressão)} \\ T_{BC} + \frac{3P}{4} &= 0 \Rightarrow T_{BC} = -\frac{3P}{4} \text{ (Compressão)} \end{aligned} \quad \text{(0,50 ponto)}$$

• **Nó C:**

$$\begin{aligned} \frac{3P}{4} + \frac{T_{CD}\sqrt{2}}{2} - \frac{3T_{AC}}{5} &= 0 \\ 5P - \frac{T_{CD}\sqrt{2}}{2} - \frac{4T_{AC}}{5} &= 0 \end{aligned} \Rightarrow T_{AC} = \frac{115P}{28} \text{ (Tração)} \quad \text{(0,50 ponto)}$$

(d) Do equilíbrio do bloco I :

$$\begin{aligned} T + A - 8P \frac{\sqrt{2}}{2} &= 0 \\ N - 8P \frac{\sqrt{2}}{2} &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} A &= (4\sqrt{2} - 5)P \\ N &= 4\sqrt{2}P \end{aligned}$$

Portanto:

$$\frac{A}{N} \leq \mu_e = 0 \Rightarrow \mu_e \geq \frac{4\sqrt{2}-5}{4\sqrt{2}} \Rightarrow \mu_e \geq 1 - \frac{5\sqrt{2}}{8} \quad \text{(0,50 ponto)}$$