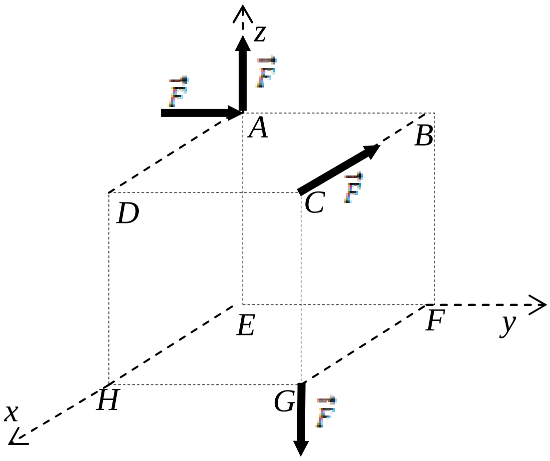
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 (Reof) – Primeira Prova – 19 de abril de 2017 - Duração da Prova: 110 minutos
(não é permitido uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)



Questão 1 (3,0 pontos). Na figura ao lado, os vértices *ABCDEFGH* determinam um cubo de lado *a*. Aos vértices *A*, *C* e *G* desse cubo aplicam-se as forças indicadas. Pede-se:

(a) determinar a resultante do sistema de forças;

(b) determinar o momento resultante em relação ao pólo *E*;

(c) determinar o momento resultante em relação ao eixo *EH*;

(d) verificar se o sistema é redutível a uma única força;

(e) determinar o momento mínimo do sistema de forças.

RESOLUÇÃO

A resultante do sistema de forças é:

$$\vec{R} = F\vec{j} + F\vec{k} - F\vec{i} - F\vec{k} = -F\vec{i} + F\vec{j}$$ **(½ ponto)**

O momento resultante em relação ao pólo *E*, é:

$$\vec{M}_E = (A-E)\wedge\left(F\vec{j}+F\vec{k}\right)+(C-E)\wedge\left(-F\vec{i}\right)+(G-E)\wedge\left(-F\vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{M}_E = a\vec{k}\wedge\left(F\vec{j}+F\vec{k}\right)+\left(a\vec{i}+a\vec{j}+a\vec{k}\right)\wedge\left(-F\vec{i}\right)+\left(a\vec{i}+a\vec{j}\right)\wedge\left(-F\vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{M}_E = -aF\vec{i} + aF\vec{k} - aF\vec{j} + aF\vec{j} - aF\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{M}_E = -2aF\vec{i} + aF\vec{k}$$ **(½ ponto)**

O momento resultante no eixo *EH*, é:

$$M_{EH} = \vec{M}_E \cdot \vec{i} = -2aF$$ **(½ ponto)**

O invariante escalar do sistema de forças, é:

$$I = \vec{R}.\vec{M}_E = \left(-F\vec{i}+F\vec{j}\right)\cdot\left(-2aF\vec{i}+aF\vec{k}\right) = 2aF^2 \neq 0$$

Como $\vec{R} \neq \vec{0}$ e $I \neq 0$, o sistema de forças dado não é redutível a uma única força. **(1 ponto)**

O momento mínimo do sistema de forças é:

$$\vec{M}_{\min} = \left[\vec{M}_E \cdot \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}\right]\cdot\frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{I}{|\vec{R}|^2}\vec{R} = \frac{2aF^2}{F^2+F^2}\left(-F\vec{i}+F\vec{j}\right) = -aF\vec{i} + aF\vec{j}$$ **(½ ponto)**

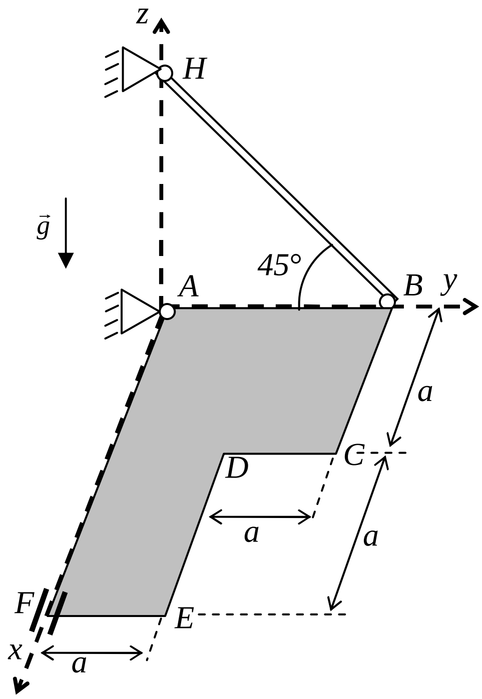
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 (Reof) – Primeira Prova – 19 de abril de 2017 - Duração da Prova: 110 minutos
(não é permitido uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)

Questão 2 (3,5 pontos). O sistema ilustrado na figura abaixo é constituído por uma placa homogênea *ABCDEF*, de massa *m*, e por uma barra *BH*, de massa desprezível. A placa é articulada à barra em *B*, sendo ligada a uma parede plana vertical (plano *xz*) por meio de uma articulação em *A* e um anel em *F*. A barra *BH* pertence ao plano *yz* e é ligada à parede vertical por meio de uma articulação em *H*. Pede-se:



(a) determinar a posição do centro de massa da placa *ABCDEF*;

(b) desenhar os diagramas de corpo livre da placa e da barra;

(c) calcular as reações na articulação *A* e no anel *F*;

(d) calcular as forças na barra *BH*.

RESOLUÇÃO

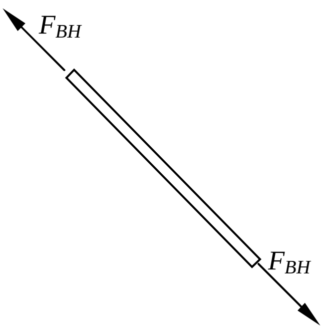
O centro de massa da placa *ABCDEF* é obtido supondo que ela seja o resultado da composição de uma placa quadrada de lado $2a$ e densidade positiva e de uma placa quadrada de lado a e densidade negativa, ou seja:

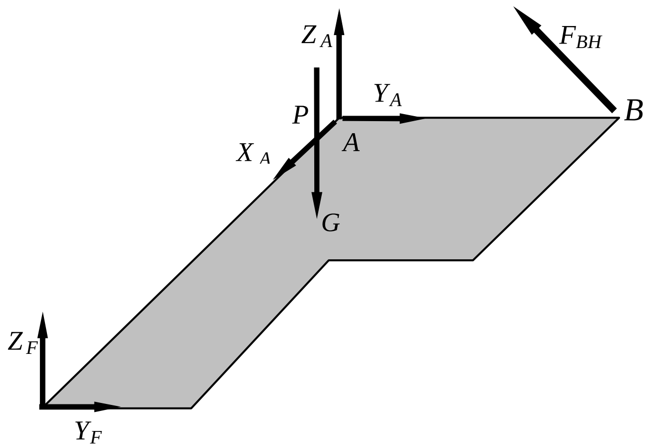
$$x_G = \frac{(2a\cdot 2a)\cdot a - (a\cdot a)\cdot\left(a+\frac{a}{2}\right)}{2a\cdot 2a - a\cdot a} = \frac{5}{6}a$$

$$y_G = \frac{(2a\cdot 2a)\cdot a - (a\cdot a)\cdot\left(a+\frac{a}{2}\right)}{2a\cdot 2a - a\cdot a} = \frac{5}{6}a$$

(½ ponto)

Os diagramas de corpo livre da barra e da placa são apresentados nas figuras a seguir:





(1 ponto)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 (Reof) – Primeira Prova – 19 de abril de 2017 - Duração da Prova: 110 minutos
(não é permitido uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)

Aplicando-se as equações de equilíbrio à placa, tem-se:

$$\vec{R} = Y_F\,\vec{j} + Z_F\,\vec{k} + X_A\vec{i} + Y_A\vec{j} + Z_A\vec{k} - P\vec{k} - F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k} = \vec{0} \qquad \text{(i)} \qquad \textbf{(½ ponto)}$$

$$\vec{M}_A = (F-A)\wedge\left(X_F\vec{i} + Z_F\vec{k}\right) + (G-A)\wedge\left(-P\vec{k}\right) + (B-A)\wedge\left(-F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}\right) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow 2a\vec{i}\wedge\left(Y_F\,\vec{j} + Z_F\,\vec{k}\right) + \left(\frac{5}{6}a\vec{i} + \frac{5}{6}a\vec{j}\right)\wedge\left(-P\vec{k}\right) + 2a\vec{j}\wedge\left(-F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}\right) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow 2aY_F\,\vec{k} - 2aZ_F\,\vec{j} + \frac{5}{6}aP\vec{j} - \frac{5}{6}aP\vec{i} + \sqrt{2}aF_{BH}\,\vec{i} = \vec{0} \qquad \text{(ii)} \qquad \textbf{(½ ponto)}$$

Da equação vetorial (i) resultam:

$$X_A = 0 \qquad (1)$$

$$Y_A + Y_F - F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \qquad (2)$$

$$Z_F + Z_A - P + F_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \qquad (3)$$

Da equação vetorial (ii) resultam:

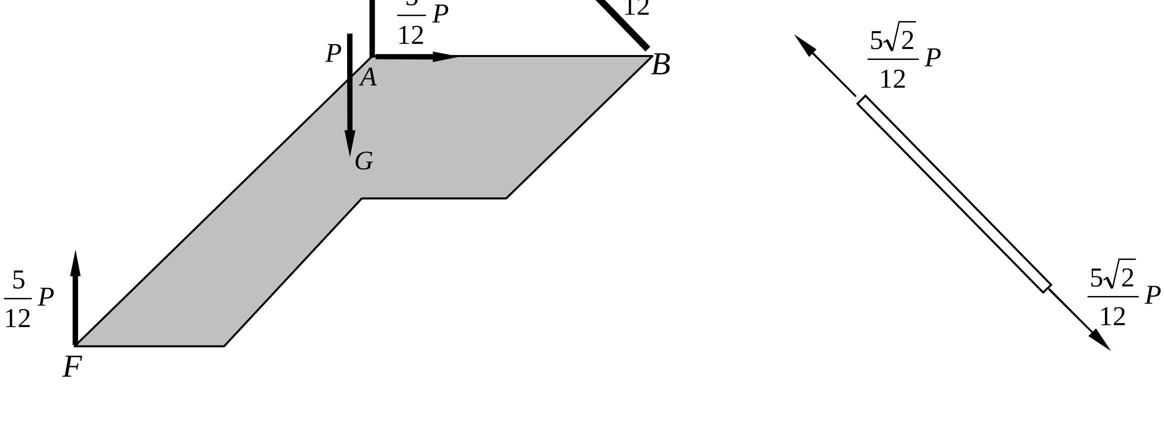
$$-\frac{5}{6}aP + \sqrt{2}aF_{BH} = 0 \qquad (4)$$

$$2aZ_F + \frac{5}{6}aP = 0 \qquad (5)$$

$$2aY_F = 0 \qquad (6)$$

Resolvendo-se o sistema de equações (1) a (6) obtêm-se:

$$X_A = 0,\ Y_A = \frac{5}{12}P,\ Z_A = \frac{P}{6},\ Y_F = 0,\ Z_F = \frac{5}{12}P,\ F_{BH} = \frac{5\sqrt{2}}{12}P \text{ (tração)} \qquad \textbf{(1 ponto)}$$



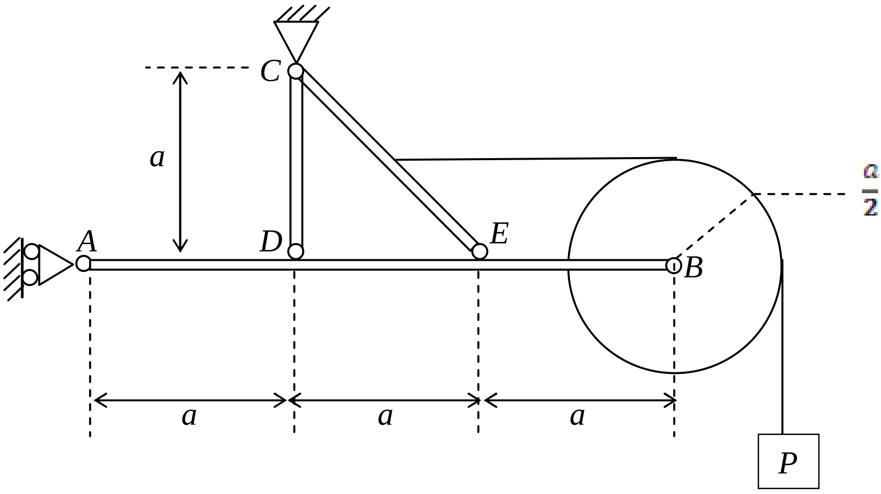
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 (Reof) – Primeira Prova – 19 de abril de 2017 - Duração da Prova: 110 minutos
(não é permitido uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)

Questão 3 (3,5 pontos). A estrutura plana ilustrada na figura é constituída pelas barras articuladas *AB*, *CD* e *CE*, de peso desprezível. Em *B* há uma polia de peso desprezível que sustenta uma carga de peso *P* por meio de um cabo inextensível e de peso desprezível. Pede-se:



(a) desenhar o diagrama de corpo livre do conjunto;

(b) determinar as reações em *A* e em *C*;

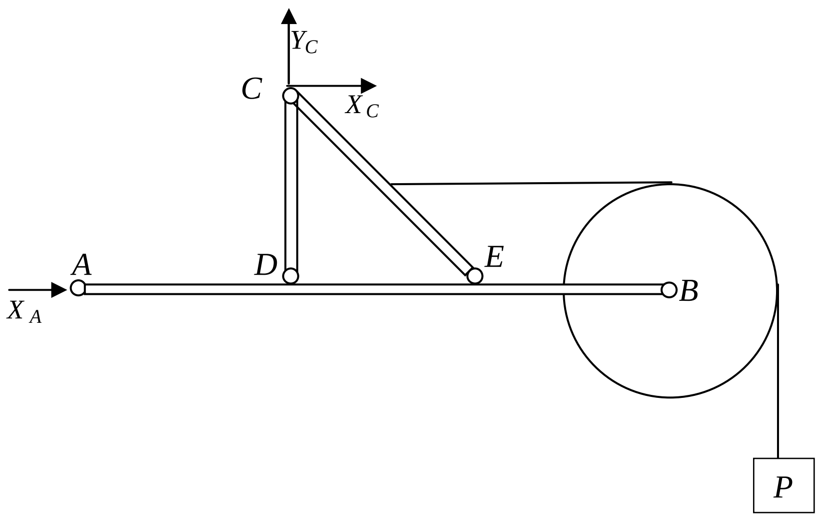
(b) desenhar o diagrama de corpo livre da polia;

(c) desenhar os diagramas de corpo livre das barras *AB*, *CD* e *CE*;

(d) determinar as forças internas atuantes nas barras *AB*, *CD* e *CE*.

RESOLUÇÃO

O diagrama de corpo livre do conjunto é apresentado abaixo:



(½ ponto)

Aplicando-se as equações do equilíbrio do conjunto obtêm-se:

$$X_A + X_C = 0 \qquad (1)$$

$$-P + Y_C = 0 \qquad (2)$$

$$M_C = 0 \Rightarrow X_A \cdot a - P \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) = 0 \Rightarrow X_A = \frac{5}{2}P \qquad (3)$$

Resolvendo-se o sistema de equações (1) a (3), resultam:

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

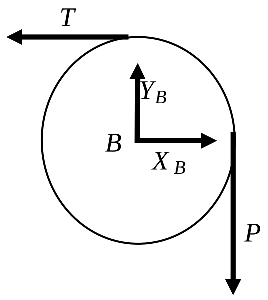
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 (Reof) – Primeira Prova – 19 de abril de 2017 - Duração da Prova: 110 minutos
(não é permitido uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)

$Y_C = P\,,\; X_C = -\frac{5}{2}P\,,\; X_A = \frac{5}{2}P$

(½ ponto)

O diagrama de corpo livre da polia é apresentado na figura abaixo:



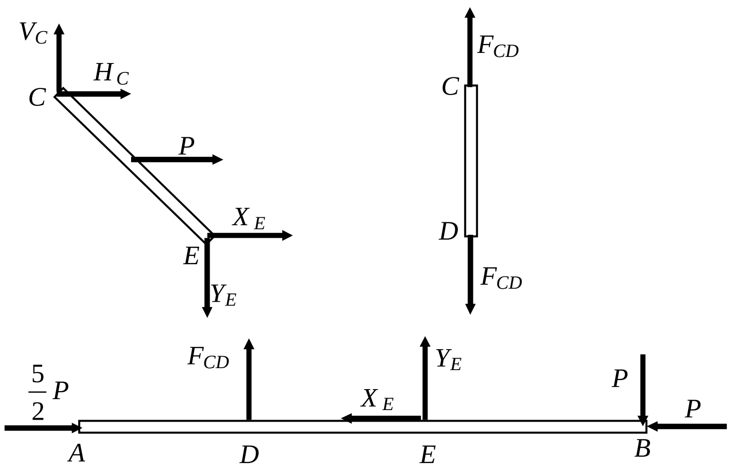
Aplicando-se as equações de equilíbrio à polia, obtêm-se:

$M_B = -P \cdot r + T \cdot r = 0 \Rightarrow T = P$ (4)

$X_B - T = 0 \Rightarrow X_B = T = P$ (5)

$Y_B - P = 0 \Rightarrow Y_B = P$ (6) **(½ ponto)**

Os diagramas de corpo livre das barras *AB*, *CD* e são apresentados nas figuras abaixo:



(1 ½ ponto)

As equações de equilíbrio da barra *AB* fornecem:

$\frac{5}{2}P - X_E - P = 0 \Rightarrow X_E = \frac{3}{2}P$

$M_E = 0 \Rightarrow -F_{CD} \cdot a - P \div a = 0 \Rightarrow F_{CD} = -P$

$F_{CD} + Y_E - P = 0 \Rightarrow Y_E = 2P$

As equações de equilíbrio da barra *CE* fornecem:

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

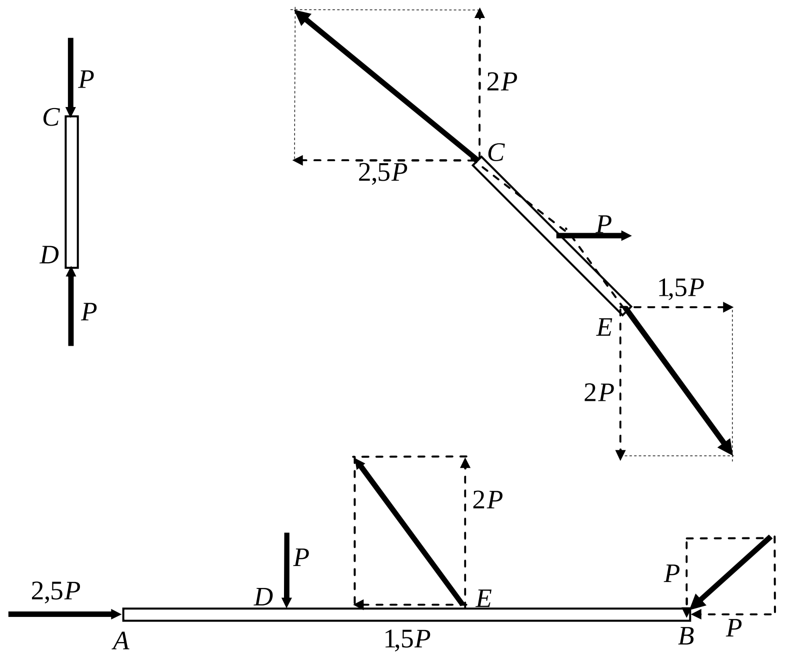
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 (Reof) – Primeira Prova – 19 de abril de 2017 - Duração da Prova: 110 minutos
(não é permitido uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)

$$H_C + X_E + P = 0 \Rightarrow H_C + \frac{3}{2}P + P = 0 \Rightarrow H_C = -\frac{5}{2}P$$
$$V_C - Y_E = 0 \Rightarrow V_C = 2P$$

Nas figuras abaixo apresentam-se os diagramas de corpo livre das barras *CE*, *CD* e *AB* desenhados em concordância com os valores das componentes das forças internas calculadas anteriormente.



(½ ponto)