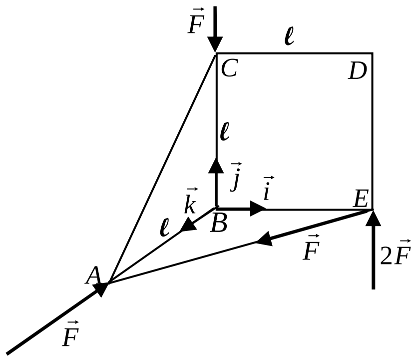
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

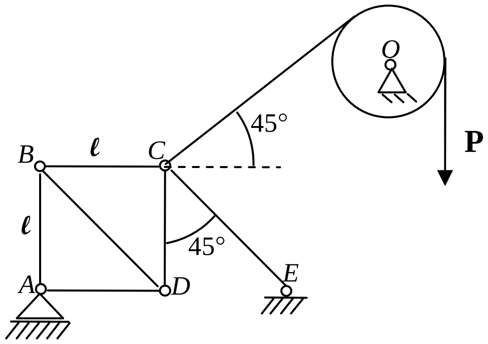
Departamento de Engenharia Mecânica

QUESTÃO 1 (3,0 pontos). A placa **não** plana *ABCDE*, de peso desprezível, é construída mediante soldagem das placas *ABC* e *ABE* à placa quadrada *BCDE*, de lado ℓ conforme ilustrado na figura. O comprimento da aresta *AB* é ℓ e a placa está sujeita ao sistema de forças indicado. Pede-se:



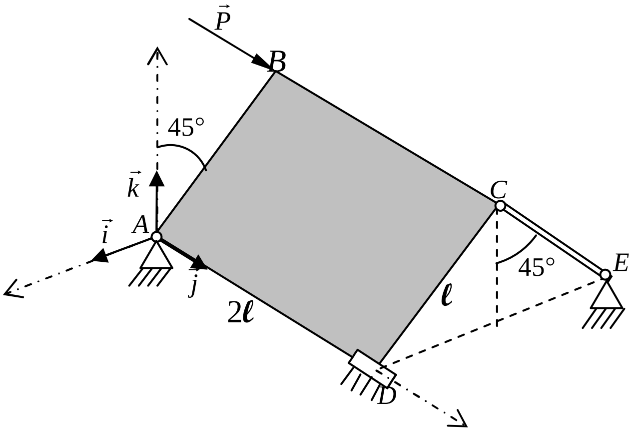
(a) determinar a resultante do sistema de forças e o momento resultante em relação ao pólo *B*; (0,5 + 0,5 ponto)
(b) determinar o momento resultante do sistema de forças em relação à aresta *BC*; (0,5 ponto)
(c) verificar se o sistema é redutível a uma única força; (0,5 ponto)
(d) determinar o momento mínimo do sistema de forças; (1,0 ponto)

QUESTÃO 2 (3,5 pontos). Conforme indicado na figura, a estrutura constituída por 6 barras de peso desprezível, articuladas em *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, está sujeita a uma carga externa aplicada em *C*, por meio de um cabo inextensível passante sobre uma polia articulada em *O*, de raio *R* e peso desprezível. Admitindo-se que seja μ o coeficiente de atrito entre o chão e o suporte ao qual a articulação *A* está fixada, pede-se:



(a) as reações em *O* e a força no cabo; (0,5 ponto)
(b) as reações em *A* e em *E*; (1,0 ponto)
(c) o valor mínimo do coeficiente de atrito para que não ocorra escorregamento do apoio *A*. (0,5 ponto)
(d) as forças nas barras *AB*, *BC*, *DB*, *AD*, *CE*. (1,5 ponto)

QUESTÃO 3 (3,5 pontos). A placa retangular *ABCD* e lados l e 2 l está vinculada a uma articulação *A*, a um anel m *D* e à barra *CE*, por meio da articulação *C*, conforme se indica na figura. A placa e a barra, ambas têm peso **P**. No ponto *B* da placa atua uma força $P\vec{j}$. Pede-se:



(a) desenhar os diagramas de corpo livre da placa *ABCD* e da barra *CE*; (1,0 ponto)
(b) determinar as reações na articulação *A* e no anel *D*; (1,5 ponto)
(c) determinar as forças atuantes na barra *CE*. (1,0 ponto)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

QUESTÃO 1. RESOLUÇÃO

A resultante do sistema de forças dado, é:

$$\vec{R} = 2F\vec{j} - F\vec{j} - F\vec{k} - F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k} = -F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + F\vec{j} + F\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\vec{k}$$

O momento resultante em relação ao pólo *B*, é:

$$\vec{M}_B = (E - B)\wedge\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{i} + 2F\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{k}\right) = \ell\vec{i}\wedge\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{i} + 2F\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{k}\right) = 2F\ell\vec{k} - \frac{\sqrt{2}}{2}F\ell\vec{j} = F\ell\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + 2\vec{k}\right)$$

Resposta **(a)**

O momento resultante do sistema de forças em relação ao eixo *BC*, é:

$$M_{BC} = \vec{M}_B \cdot \vec{j} = -\frac{\sqrt{2}}{2}F\ell$$

Resposta **(b)**

O invariante escalar do sistema de forças dado, é:

$$I = \vec{M}_B \cdot \vec{R} = F\ell\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + 2\vec{k}\right)\cdot\left(-F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + F\vec{j} + F\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\vec{k}\right) = F^2\ell\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 2\right)F^2\ell \neq 0$$

Sendo $\vec{R} \neq \vec{0}$ mas $I \neq 0$ conslui-se que o sistema de forças dado não é redutível a uma única força.

Resposta (c)

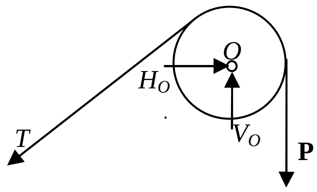
O momento mínimo do sistema de forças dado, é:

$$\vec{M}_{\min} = \frac{\vec{M}_B \cdot \vec{R}}{|\vec{R}|^2}\vec{R} = \frac{I \cdot \vec{R}}{|\vec{R}|^2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 2\right)F^2\ell\left(-F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + F\vec{j} + F\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\vec{k}\right)}{\left(-F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + F\vec{j} + F\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\vec{k}\right)^2} = \frac{\ell(\sqrt{2} - 4)}{(6 - \sqrt{2})}\vec{R}$$

Resposta **(d)**

QUESTÃO 2. RESOLUÇÃO

Aplicando-se as equações de equilíbrio ao diagrama de corpo livre da polia, obtêm-se:

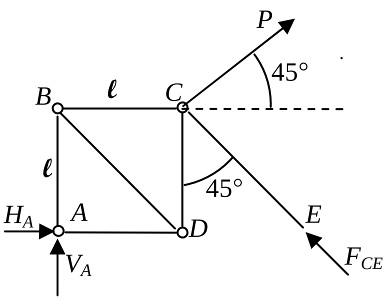


$$T.R - P \cdot R = 0 \Rightarrow T = P \quad (1)$$

$$-T\frac{\sqrt{2}}{2} + H_O = 0 \Rightarrow H_O = P\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$-P - T\frac{\sqrt{2}}{2} + V_O = 0 \Rightarrow V_O = P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) \quad (3)$$

Resposta **(a)**



Aplicando-se as equações de equilíbrio à treliça *ABCDE*, obtêm-se:

$$M_{Az} = 0 \Rightarrow F_{CE}\frac{\sqrt{2}}{2}2\ell = 0 \Rightarrow F_{CE} = 0$$

$$H_A + P\frac{\sqrt{2}}{2} - F_{CE}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow H_A = -P\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$V_A + P\frac{\sqrt{2}}{2} + F_{CE}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow V_A = -P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Portanto, as reações em A e em E são:

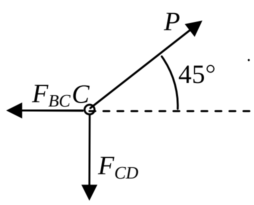
$$\vec{R}_A = -P\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - P\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$
$$\vec{R}_E = \vec{0}$$

***Resposta* (b)**

Para que não haja escorregamento do apoio A, é necessário que:

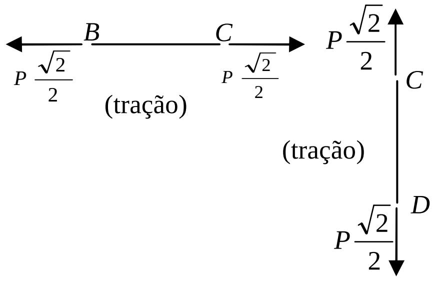
$$H_A \le \mu V_A \Rightarrow P\frac{\sqrt{2}}{2} \le \mu P\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \mu \ge 1$$

***Resposta* (c)**

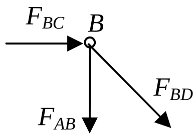


As equações de equilíbrio do nó C fornecem:

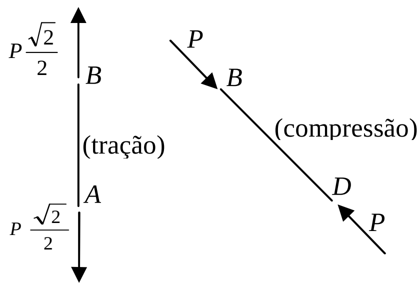
$$-F_{BC} + P\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{BC} = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$-F_{CD} + P\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{CD} = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$



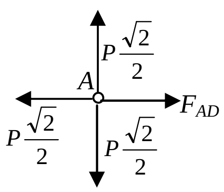
As equações de equilíbrio do nó B fornecem:



$$F_{BC} + F_{BD}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{BD} = -F_{BC}\frac{2}{\sqrt{2}} = -P\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2}{\sqrt{2}} = -P$$
$$-F_{AB} - F_{BD}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{AB} = -F_{BD}\frac{\sqrt{2}}{2} = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

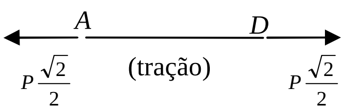


As equações de equilíbrio do nó A fornecem:



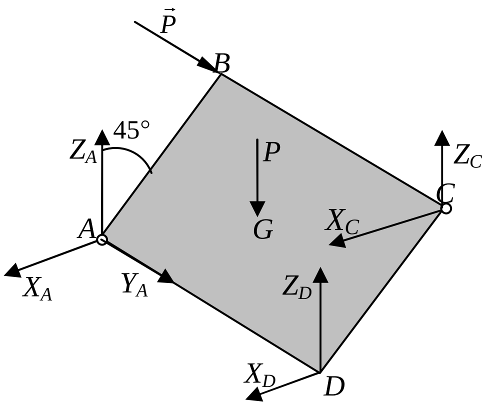
$$F_{AD} - P\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{AD} = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

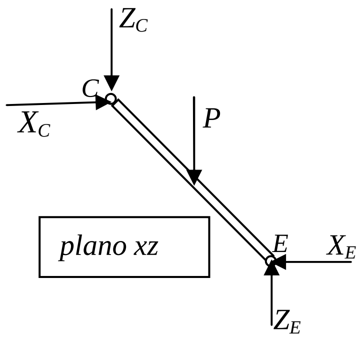
***Resposta* (d)**



QUESTÃO 3. RESOLUÇÃO

Os diagramas de corpo livre da placa *ABCD* e da barra *CE* são esboçados nas figuras abaixo:





OBS.: A barra está em equilíbrio sob a ação de 3 forças; logo, elas são coplanares e, no caso, pertencem ao plano xz.

***Resposta* (a)**

As condições de equilíbrio aplicadas à barra *CE* fornecem:

$$X_C - X_E = 0 \tag{1}$$

$$-Z_C + Z_E - P = 0 \tag{2}$$

$$-X_C \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} + Z_C \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} + P \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{4} = 0 \Rightarrow -2X_C + 2Z_C + P = 0 \tag{3}$$

O equilíbrio da placa *ABCD* fornece as seguintes equações:

$$X_A + X_C + X_D = 0 \tag{4}$$

$$Y_A + P = 0 \Rightarrow Y_A = -P \tag{5}$$

$$Z_A + Z_C + Z_D - P = 0 \tag{6}$$

$$-P \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} - P \cdot \ell + Z_C \cdot 2\ell + Z_D \cdot 2\ell = 0 \Rightarrow 4Z_C + 4Z_D - P\left(2 + \sqrt{2}\right) = 0 \tag{7}$$

$$-P \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{4} + X_C \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} + Z_C \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow 2X_C + 2Z_C - P = 0 \tag{8}$$

$$-P \cdot \frac{\ell\sqrt{2}}{2} - X_C \cdot 2\ell - Z_D \cdot 2\ell = 0 \Rightarrow 4X_C + 4X_D - P\sqrt{2} = 0 \tag{9}$$

Somando-se (3) e (8), obtém-se:

$$Z_C = 0 \tag{10}$$

Substituindo-se (10) em (3), resulta:

$$X_C = \frac{P}{2} \tag{11}$$

Substituindo-se (10) em (7), resulta:

$$Z_D = P \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \tag{12}$$

Substituindo-se (11) em (9), resulta:

$$X_D = P \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \tag{13}$$

Substituindo-se (10) em (2) resulta:

$$Z_E = P \tag{14}$$

Substituindo-se (11) em (1), resulta:

$$X_E = \frac{P}{2} \tag{15}$$

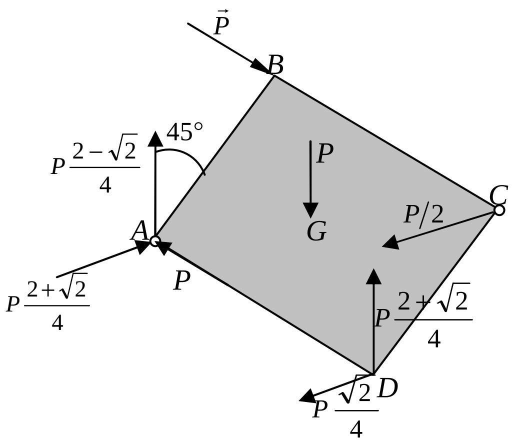
Substituindo-se (11) e (12) em (6), resulta:

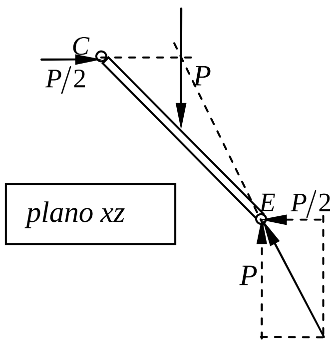
$$Z_A = P - P \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4} = P \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{4} \tag{16}$$

Substituindo-se (11) e (13) em (4), resulta:

$$X_A = -\frac{P}{2} - P\frac{\sqrt{2}}{4} = -P \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4} \tag{17}$$

As forças atuantes ativas e reativas na placa *ABCD* e na barra *CE* são apresentadas nas figuras abaixo.





Respostas (b) _e_ (c)